

На правах рукописи

Капшаргин Павел Евгеньевич

**Модели вращающихся кротовых нор  
в общей теории относительности**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Казань – 2011

Работа выполнена на кафедре теории относительности и гравитации федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук, доцент  
Сушков Сергей Владимирович

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук, профессор  
Червон Сергей Викторович

доктор физико-математических наук, профессор  
Рубин Сергей Гергиевич

**Ведущая организация:**

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Защита состоится 26 мая 2011 года в 14 час. 40 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.081.15 при ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 16а, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н. И. Лобачевского Казанского федерального университета.

Автореферат разослан 23 апреля 2011 года.

Учёный секретарь  
диссертационного совета,  
профессор



М. В. Ерёмин

# Общая характеристика работы

## Актуальность работы

Кротовыми норами в физической литературе называют туннели, связывающие удаленные области Вселенной, или «мосты», соединяющие различные вселенные. Кротовые норы относятся к объектам с нетривиальной топологической структурой, изучение которых всегда представляло значительный интерес в теории относительности [1, 2]. Исследование кротовых нор приобрело особую актуальность в последние десятилетия. Это связано с современным интересом к «экзотическим» формам материи. Как известно, для существования кротовых нор необходимо присутствие материи, нарушающей ряд энергетических условий [1, 2, 3]. На сегодняшний день существуют аргументы в пользу того, что материя такого рода может существовать во Вселенной. В первую очередь это связано с открытием ускоренного расширения Вселенной, для объяснения которого потребовалось введение новой экзотической субстанции, так называемой «темной энергии». Гипотеза «тёмной энергии» подкреплена изучением крупномасштабной структуры Вселенной, анизотропии реликтового излучения, оценками возраста и кривизны Вселенной. По современным оценкам наша Вселенная на 70% состоит из «тёмной энергии».

В настоящий момент кротовым норам посвящена обширная литература. Наиболее исследованными являются статические, сферически симметричные кротовые норы в силу их более высокой симметрии. Значительный интерес представляет изучение вращающихся кротовых нор, некоторые аспекты вращающихся кротовых нор рассмотрены в литературе [4, 5, 6, 7, 8]. Однако до недавнего времени в литературе не было точных решений, описывающих вращающиеся кротовые норы. Все это делает исследование вращающихся кротовых нор актуальной задачей.

## Цель и задачи работы

*Целью* диссертационной работы является построение и исследование решений, описывающих вращающиеся кротовые норы в общей теории относительности.

В диссертационной работе решаются следующие *задачи*:

1. Построение модели вращающейся кротовой норы методом сшивки двух пространств-времен Керра, исследование физических свойств полученной модели.
2. Получение решения, описывающего вращающуюся кротовую нору в теории гравитации со скалярным полем в приближении медленного вращения.
3. Анализ решения, описывающего вращающуюся кротовую нору: исследование движения частиц и распространения света в пространстве кротовой норы.

норы, влияния медленного вращения на массу кротовой норы и на нарушение энергетических условий.

## Научная новизна

В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

1. Построена новая модель вращающейся кротовой норы методом сшивки двух пространств Керра с источником гравитации, сосредоточенным на поверхности сшивки (модель тонкой оболочки). В предположении, что источником геометрии кротовой норы является жидкость с анизотропным давлением, было получено два класса решений, описывающих кротовые норы с «большим» и «малым» радиусами горловины.
2. Построено новое решение, описывающее вращающуюся кротовую нору в общей теории относительности с фантомным скалярным полем в приближении медленного вращения. Исследовано движение пробных частиц и распространение света, а также изучено влияние вращения на характеристики кротовой норы.

## Достоверность результатов диссертации

Достоверность результатов работы подтверждается корректным использованием теоретических методов обоснования полученных результатов, выводов и рекомендаций; корректностью проведенных математических преобразований и расчетов; согласием полученных результатов с известными результатами в предельных случаях. Положения теории основываются на известных достижениях фундаментальных и прикладных научных дисциплин, сопряженных с предметом исследования диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в печатных работах, неоднократно обсуждались на семинарах и конференциях.

## Научные положения, выносимые на защиту

1. Модель, построенная методом сшивки двух решений Керра, описывает пространство-время вращающейся кротовой норы. Полученное в результате сшивки пространство-время не имеет горизонтов событий и обладает двумя плоскими асимптотиками, соединенными горловиной, расположенной на поверхности сшивки. Поверхность сшивки представляет собой тонкую оболочку, на которой сосредоточена «экзотическая» материя, нарушающая световое энергетическое условие.
2. Гравитационным источником в пространстве-времени вращающейся кротовой норы является жидкость с анизотропным давлением, сосредоточенная

на тонкой оболочке в горловине кротовой норы. Для данного типа источника найдены два класса решений, описывающих кротовые норы с «большим» и «малым» радиусами горловины. Поверхностная плотность энергии жидкости отрицательна, а компоненты давления положительны при всех значениях радиуса сшивки.

3. В общей теории относительности с фантомным скалярным полем существует решение, описывающее вращающуюся кротовую нору в приближении медленного вращения.
4. Учет поправок первого порядка малости оказывает влияние на величину угловой скорости вращения и на движение пробных частиц и распространение лучей света в пространстве вращающейся кротовой норы. Во втором порядке малости поправку получает масса вращающейся кротовой норы и величина нарушения светового энергетического условия.

## **Личное участие автора**

Основные результаты, включенные в диссертацию, получены лично автором. В исследованиях, выполненных совместно с научным руководителем, профессору С. В. Сушкову принадлежат постановка задачи, контроль расчетов и обсуждение результатов.

## **Апробация работы**

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на Пятой молодежной научной школе-конференции «Лобачевские чтения - 2006» (Казань, 2006), Шестой молодежной научной школе-конференции «Лобачевские чтения - 2007» (Казань, 2007), XVIII Международной летней школе-семинаре «Волга -2007» по современным проблемам теоретической и математической физики (Казань, 2007), 13 Российской гравитационной конференции - международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике (Москва, 2008), Международной конференции по современным проблемам гравитации, космологии и релятивистской астрофизики (2010, РУДН, Москва), Российской летней школе-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» - GRACOS-2007 (Казань- Яльчик, 2007), Второй Российской летней школе-семинар «Современные проблемы теории гравитации и космологии» - GRACOS-2009 (Казань- Яльчик, 2009), семинарах кафедры теории относительности и гравитации Казанского университета, итоговых научных конференциях Казанского университета (2009 г., 2010 г.), научной студенческой конференций Казанского университета (2007 г.).

## Публикации

Основное содержание диссертации отражено в двенадцати публикациях, среди которых одна статья в зарубежном журнале (Physical Review D), две статьи в российском журнале Gravitation and Cosmology, четыре статьи в трудах конференций и пять тезисов докладов.

## Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературы. Общий объём диссертации составляет 116 страниц. Список литературы содержит 153 наименования.

## Содержание работы

**Во Введении** аргументируется актуальность исследуемой проблемы, обосновывается научная и практическая значимость работы, формулируются цель исследования и положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** носит обзорный характер. В §1.1 дается определение кротовой норы, обсуждаются общие свойства кротовых нор. Характерным свойством кротовых нор является наличие горловины. Под *горловиной* понимается пространственноподобная двумерная замкнутая поверхность  $\Sigma$  минимальной площади. *Кротовой норой* в общей теории относительности является пространство-время, обладающее горловиной. Метрика статической сферически симметричной кротовой норы может быть, в частности, представлена в виде

$$ds^2 = -e^{2\Phi(l)} dt^2 + dl^2 + r(l)^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2], \quad (1)$$

где  $l \in (-\infty, +\infty)$  – собственная радиальная координата. Функция  $\Phi(l)$  всюду конечна, что гарантирует отсутствие в пространстве-времени горизонтов событий и является необходимым условием для того, чтобы кротовая нора была проходимой. Функция  $r(l)$  имеет смысл радиуса двумерной сферы  $l = const$ . Для существования горловины необходимо, чтобы функция  $r(l)$  имела минимум, что обеспечивается следующими *условиями горловины*:

$$\left. \frac{dr}{dl} \right|_{l=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 r}{dl^2} \right|_{l=0} > 0. \quad (2)$$

Показано, что для кротовой норы нарушается световое энергетическое условие, которое гласит  $T_{\mu\nu} V^\mu V^\nu \geq 0$ , где  $T_{\mu\nu}$  – тензор энергии-импульса материи в пространстве кротовой норы, а  $V^\mu$  – произвольный изотропный вектор.

В §1.2 рассмотрены модели статических сферически симметричных кротовых нор, среди которых модель кротовой норы с бесконечно тонкой горловиной,

кротовая нора, полученная методом сшивки двух пространств-времен Шварцшильда. Приведено статическое сферически-симметричное решение кротовой норы [9, 10] в теории гравитации со скалярным полем  $\phi$ :

$$ds^2 = -e^{2u} dt^2 + e^{-2u} [dr^2 + (r^2 + r_0^2)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)], \quad (3)$$

$$\phi(r) = \frac{(m^2 + r_0^2)^{1/2}}{2\pi^{1/2} m} u(r), \quad (4)$$

где  $r \in (-\infty, +\infty)$ ,  $m, r_0$  — константы интегрирования и  $u(r) = \frac{m}{r_0} \left( \arctan \frac{r}{r_0} - \frac{\pi}{2} \right)$ , параметр  $m$  — масса кротовой норы.

В §1.3 рассмотрены различные формы метрики вращающейся кротовой норы, в том числе метрика вида

$$ds^2 = -Adt^2 + Bdr^2 + K^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\varphi - \omega dt)^2], \quad (5)$$

где  $A, B, K, \omega$  — функции координат  $r$  и  $\theta$ ,  $\omega$  называется функцией угловой скорости вращения. Условия горловины для метрики (5) имеют вид

$$\left. \frac{\partial K}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 K}{\partial r^2} \right|_{r=0} > 0. \quad (6)$$

Требование конечности углового момента системы  $J$ , измеренного удаленным наблюдателем, приводит к следующему асимптотическому условию для  $\omega$ :

$$\omega = \frac{2J}{r^3} + O(r^{-4}) \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Массу  $m$  кротовой норы можно получить из асимптотического разложения метрической функции  $A$ :

$$A = 1 - \frac{2m}{r} + O(r^{-2}) \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (8)$$

**Вторая глава** посвящена построению модели вращающейся кротовой норы методом сшивки двух пространств-времен Керра и исследованию полученной модели. В §2.1 приводится решение Керра, описывающее пространство снаружи вращающейся черной дыры. В §2.2 строится модель вращающейся кротовой норы методом сшивки Дармуа-Лихнеровича-Израэля. Процедура построения модели вкратце состоит в следующем. Рассмотрим две копии  $M_1$  и  $M_2$  области в пространстве Керра

$$M_{1,2} = \{(t, r, \theta, \phi) \mid r \geq b\} \quad (b > r_+). \quad (9)$$

Области  $M_{1,2}$  имеют границы  $\Sigma_{1,2}$ , заданные уравнением  $F(r) = r - b = 0$ . Метод сшивки заключается в построении пространства  $M = M_1 \cup M_2$  путем отождествления соответствующих точек на границах  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . Построенная модель

описывает вращающуюся кротовую нору, которая связывает два асимптотически плоских пространства-времени. Горловина кротовой норы соответствует поверхности сшивки. Поверхность  $\Sigma$  является тонкой оболочкой, на которой сосредоточена экзотическая материя, нарушающая энергетические условия. При устремлении параметра вращения к нулю  $a \rightarrow 0$  в предельном случае получаем статическую сферически симметричную модель кротовой норы, исследованную в работе [11].

В §2.4 в качестве источника геометрии кротовой норы рассмотрена жидкость с анизотропным давлением, заключенная на тонкой оболочке  $\Sigma$  и описываемая тензором энергии-импульса следующего вида

$$S_{ij} = E u_i u_j + P_\theta v_i v_j + P_\phi (u_i u_j - v_i v_j - g_{ij}), \quad (10)$$

где  $v_i = (0, 1, 0)$  – единичный вектор,  $u^i = (u^t, 0, u^\varphi)$  – вектор скорости,  $P_\phi$ ,  $P_\theta$  – компоненты давления,  $E$  – поверхностная плотность энергии жидкости. В предположении, что источником кротовой норы является жидкость с анизотропным давлением получено два класса кротовых нор: с «малым» и «большим» радиусами горловины. Идеальная жидкость, соответствующая  $P_\theta = P_\phi = P$ , может служить источником кротовой норы только в частном случае  $a = 0$ , который соответствует статической сферически симметричной конфигурации (без вращения).

**Третья глава** посвящена построению решения, описывающего вращающуюся кротовую нору в теории гравитации со скалярным полем в приближении медленного вращения. В §3.2 рассмотрена теория гравитации со скалярным полем  $\phi$

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{8\pi} R + g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi \right), \quad (11)$$

приведены уравнения Эйнштейна и уравнение движения скалярного поля для метрики (5). В §3.4 сформулировано условие медленного вращения

$$\Omega r_0 \ll c, \quad (12)$$

где  $c$  – скорость света,  $r_0 = K|_{r=0, \theta=\pi/2}$  – радиус горловины,  $\Omega = \omega|_{r=0, \theta=\pi/2}$  – угловая скорость вращения на горловине кротовой норы. Условие (12) означает, что линейная скорость вращения горловины много меньше скорости света. Решение уравнений Эйнштейна и уравнения движения поля проведено в приближении медленного вращения, где роль малого параметра  $\lambda$  играет отношение линейной скорости вращения горловины к скорости света  $c$ :  $\lambda \equiv \Omega r_0 / c$ . Следуя процедуре, изложенной в работе [12], метрические функции  $A$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $\omega$  и поле  $\phi$  были представлены в виде разложения по степеням параметра малости  $\lambda$ :

$$\omega = \lambda \omega^{(1)} + O(\lambda^3), \quad (13)$$

$$A = A^{(0)}(1 + \lambda^2 \alpha) + O(\lambda^4), \quad (14)$$

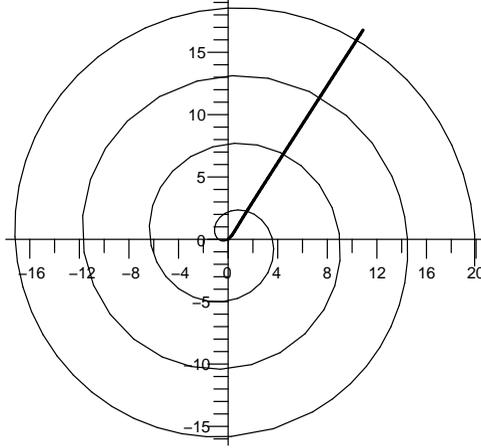


Рис. 1: Траектория движения частицы  $(r, \varphi)$  в экваториальной плоскости  $\theta = \pi/2$ : жирная линия соответствует движению при значениях координаты  $r > 0$ , тонкая – при  $r < 0$ .

$$B = B^{(0)}(1 + \lambda^2 \beta) + O(\lambda^4), \quad (15)$$

$$K = K^{(0)}(1 + \lambda^2 \rho) + O(\lambda^4), \quad (16)$$

$$\phi = \phi^{(0)}(1 + \lambda^2 \psi) + O(\lambda^4). \quad (17)$$

Функции  $A^{(0)}$ ,  $B^{(0)}$ ,  $K^{(0)}$ ,  $\phi^{(0)}$ , определяющие нулевой порядок разложения, соответствуют невозмущенному статическому решению (3), (4).

В §3.5 было получено решение в линейном приближении по параметру  $\lambda$ . Поправку к невозмущенному решению получает только одна метрическая функция  $\omega$ , имеющая смысл локальной угловой скорости вращения

$$\begin{aligned} \omega(r) &= \lambda \omega_1 \\ &= \frac{\Omega}{1 - e^{-2\pi m/r_0}(1 + 8m^2 r_0^{-2})} \left[ 1 - e^{4u(r)} \left( 1 + \frac{4m(r + 2m)}{r^2 + r_0^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Функция угловой скорости вращения имеет различные пределы на асимптотиках  $r \rightarrow \pm\infty$ :  $\omega(+\infty) \neq \omega(-\infty)$ . В §3.7 были исследованы траектории движения частиц и лучей света в экваториальной плоскости в пространстве-времени кротовой норы. Частица, изначально двигаясь на асимптотике  $r \rightarrow +\infty$  вдоль радиального направления с постоянным значением координаты  $\varphi = \varphi_0$ , вовлекается во вращение, и, пройдя горловину, на асимптотике  $r \rightarrow -\infty$  движется

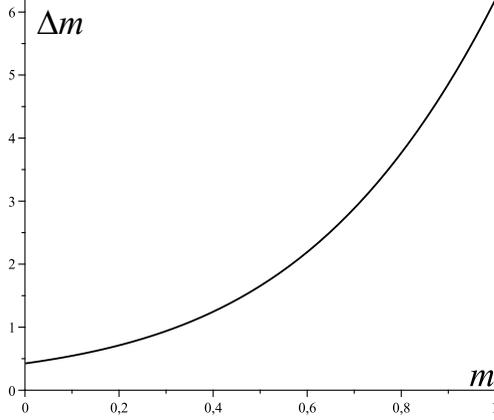


Рис. 2: Зависимость  $\Delta m(r_0, m)$  от  $m$  при  $r_0 = 1$ .

по спирали с постоянным шагом (рис. 1). Траектория луча света аналогична траектории частицы.

В §3.8 получено решение уравнений во втором порядке малости по параметру  $\lambda$ . В §3.9 с учетом поправок второго порядка по параметру  $\lambda$  было проанализировано изменение массы кротовой норы. Масса кротовой норы получает положительную добавку  $\Delta m(r_0, m)$  по сравнению с массой  $m$  невращающейся конфигурации:

$$\begin{aligned} \Delta m(r_0, m) = & \frac{2\omega_0^2 m(34m^4 - m^2 r_0^2 + r_0^4) e^{4u(m)}}{r_0^2(m^2 + r_0^2)} \\ & + 2\omega_0^2 (3a\pi)^{-1} (r_0^2 + 10m^2) (1 + u(m)) e^{-4\pi m/r_0} \\ & - \omega_0^2 (3r_0^2 \pi)^{-1} \left[ 2(r_0^2 + 10m^2) \left( m \arctan \frac{m}{r_0} + r_0 \right) \right. \\ & \left. - m\pi(7r_0^2 + 22m^2) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Функция  $\Delta m(r_0, m)$  представлена на рисунке 2. В случае  $m = 0$ :

$$\Delta m(r_0, 0) = \frac{4r_0}{3\pi}. \quad (20)$$

Ненулевое значение  $\Delta m(r_0, 0)$  означает, что не существует безмассовых вращающихся кротовых нор. С учетом поправок второго порядка по параметру  $\lambda$  показано нарушение энергетических условий в пространстве вращающейся кротовой норы. Рассмотрен изотропный вектор с координатами  $(k^\mu) =$

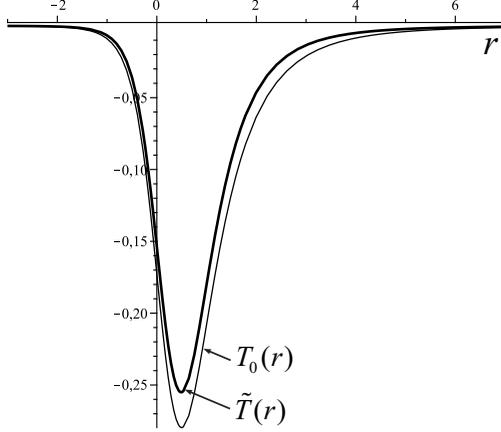


Рис. 3: Графики функций  $\tilde{T}(r)$  и  $T_0(r)$  в зависимости от координаты  $r$  при значениях параметров  $r_0 = 1$ ,  $m = 1$ .

$(A^{-1/2}, B^{-1/2}, 0, \omega A^{-1/2})$ . С учетом поправок второго порядка по параметру  $\lambda$  величина  $T(r, \theta) \equiv T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu$  имеет вид

$$T(r, \theta) = T_0(r) + \lambda^2 [\xi_0(r) + \xi_2(r)P_2(\theta)], \quad (21)$$

где величина  $T_0(r)$  характеризует нарушение энергетических условий для конфигурации без вращения. Усредняя величину  $T(r, \theta)$  по направлениям, получим

$$\begin{aligned} \tilde{T}(r) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi T(r, \theta) \sin \theta d\theta d\phi \\ &= T_0(r) + \frac{\lambda^2 e^{2u(r)}}{(r^2 + r_0^2)^2} [2\beta_0(m^2 + r_0^2) + (r - m)(r^2 + r_0^2)(\alpha'_0 + \beta'_0)]. \end{aligned} \quad (22)$$

На рисунке 3 изображены графики функций  $\tilde{T}(r)$  и  $T_0(r)$ . Величина  $\tilde{T}(r)$  отрицательна, но по абсолютной величине меньше значения  $T_0(r)$ .

В приложении кратко изложен формализм сшивки Дармуа-Лихнеровича-Израэля в общей теории относительности.

В заключении перечислены основные результаты диссертации.

## Основные результаты и выводы

1. Построена модель вращающейся кротовой норы методом сшивки двух пространств Керра. Полученное в результате сшивки пространство-время является геодезически полным, не имеет горизонтов событий и обладает двумя плоскими асимптотиками, соединенными горловиной, расположенной на поверхности сшивки. Поверхность сшивки представляет собой тонкую оболочку, на которой сосредоточена «экзотическая» материя, нарушающая световое энергетическое условие.
2. В предположении, что источником геометрии кротовой норы является жидкость с анизотропным давлением, сосредоточенная на тонкой оболочке в горловине кротовой норы, было получено два класса решений, описывающих кротовые норы с «большим» и «малым» радиусами горловины. Показано, что поверхностная плотность энергии жидкости отрицательна, а компоненты давления положительны при всех значениях радиуса сшивки.
3. Построено решение, описывающее вращающуюся кротовую нору в общей теории относительности с безмассовым скалярным полем с отрицательной кинетической энергией в приближении медленного вращения. В качестве малого параметра выбрано отношение линейной скорости вращения на горловине кротовой норы к скорости света. Решение уравнений гравитационного и скалярного полей получено с точностью до второго порядка малости.
4. В приближении первого порядка малости построены траектории движения частиц и исследован характер распространения лучей света в пространстве вращающейся кротовой норы. В приближении второго порядка малости вычислена поправка к массе вращающейся кротовой норы и исследовано нарушение энергетических условия. Показано, что учет вращения кротовой норы приводит к уменьшению величины нарушения светового энергетического условия по сравнению с невращающимся случаем.

## Публикации по теме диссертации

*Публикации в журналах, входящих в список ВАК:*

1. Kashargin P. E., *Slowly Rotating Wormholes: the First-Order Approximation* / P. E. Kashargin, S. V. Sushkov // *Gravitation and Cosmology*. – 2008. – Vol. 14. – P. 80–85.
2. Kashargin P. E., *Slowly rotating scalar field wormholes: The second order approximation* / P. E. Kashargin, S. V. Sushkov // *Physical Review D*. – 2008. – Vol. 78. – 064071. – 10 p.
3. Kashargin P. E., *Rotating thin-shell wormhole from glued Kerr spacetimes* / P. E. Kashargin, S. V. Sushkov // *Gravitation and Cosmology*. – 2011. – Vol. 17. – No. 2. – P. 119-125.

*Публикации в прочих изданиях:*

4. Кашаргин П. Е., *Вращающаяся кротовая нора, полученная методом сшивки двух пространств Керра* / П. Е. Кашаргин, С. В. Сушков // II-я Российская летняя школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» – GRACOS-2009, 24-29 августа 2009 г., Казань-Яльчик. Труды семинара. – Казань: Изд-во «Фолиантъ», 2009. – С. 84-88.
5. Сушков С. В., *Кротовые норы в приближении медленного вращения* / С. В. Сушков, П. Е. Кашаргин // Российская летняя школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» – GRACOS-2007, 9-16 сентября 2007 г., Казань-Яльчик. Труды семинара. – Казань: Изд-во «Фолиантъ», 2007. – С. 158-162.
6. Кашаргин П. Е., *Кротовые норы в приближении медленного вращения* / П. Е. Кашаргин // Итоговая научно-образовательная конференция студентов Казанского государственного университета 2007 года: сборник статей. КГУ - Казань, 2007. – С. 62-65.
7. Сушков С. В., *Кротовые норы в приближении медленного вращения* / С. В. Сушков, П. Е. Кашаргин // Новейшие проблемы теории поля, т. 6. / Под ред. А. В. Аминовой. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2007. – С. 230-237.
8. Кашаргин П. Е., *Об одном классе аксиально-симметричных решений в теории гравитации со скалярным полем* / П. Е. Кашаргин, С. В. Сушков // Материалы Пятой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2006». - Казань: Издательство Казанского математического общества, 2006. – С. 121-122.
9. Кашаргин П. Е., *Медленно вращающиеся кротовые норы в приближении второго порядка* / П. Е. Кашаргин, С. В. Сушков // Материалы Шестой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2007». - Казань: Издательство Казанского математического общества, 2007. – С. 97-99.
10. Kashargin P. E., *Slowly rotating wormholes: the second order approximation* / P. E. Kashargin, S. V. Sushkov // 13-я Российская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике. Тезисы докладов. 23-28 июня 2008 г., РУДН, Москва, Россия. – С. 100
11. Кашаргин П. Е., *Кротовая нора построенная посредством сшивки двух пространств Керра* / П. Е. Кашаргин, С. В. Сушков // Международная конференция «Petrov 2010 anniversary symposium on general relativity and gravitation». Тезисы докладов. Казань. 1-6 ноября 2010г. – Казань: Издательство Казанского университета, 2010. – С. 97.
12. Kashargin P. E., *Rotating wormhole from surgically modified Kerr spacetimes* / P. E. Kashargin, S. V. Sushkov // Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики: Тезисы докладов международной конференции. 27 июня - 3 июля 2010 г., РУДН, Москва. - М.: РУДН, 2010. – С. 89.

## Цитируемая литература

- [1] Morris M. S., *Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: a tool for teaching general relativity* / M. S. Morris and K. S. Thorne // American Journal of Physics. – 1988. – V.56. – 395 p.
- [2] Visser M., *Lorentzian Wormholes: from Einstein to Hawking* / M. Visser // American Institute of Physics, Woodbury. – 1995.
- [3] Barceló C., *Scalar fields, energy conditions, and traversable wormholes* / C. Barceló and M. Visser // Class. Quantum Grav. – 2000. – V.17. – P.3843.
- [4] Teo E., *Rotating traversable wormholes* / E. Teo // Phys. Rev. D. – 1998. – V.58. – 024014.
- [5] Khatsymovsky V. M., *Rotating vacuum wormhole* / V. M. Khatsymovsky // Phys. Lett. – 1998. – V.429. – p.254.
- [6] Perez Bergliaffa S. E., *On the stress-energy tensor of a rotating wormhole* / S. E. Perez Bergliaffa, K. E. Hibberd // arXiv: 0006041 [gr-qc]. – 4 p.
- [7] Kuhfittig P. K. F., *Axially symmetric rotating traversable wormhole* / P. K. F. Kuhfittig // Phys. Rev. D. – 2003. – V.67. – 064015.
- [8] Kim S.-W., *Rotating wormhole and scalar perturbation* / S.-W. Kim // Nuovo Cimento B. – 2005. – Vol.120. – P. 1235-1242.
- [9] Ellis H. G., *Ether flow through a wormhole: A particle model in general relativity* / H. G. Ellis // J. Math. Phys. – 1974. – V.14. – P.104.
- [10] Bronnikov K. A., *Scalar-tensor theory and scalar charge* / K. A. Bronnikov // Acta Phys. Pol. B. – 1973. – V.4. – P.251.
- [11] Visser M., *Traversable wormholes from surgically modified Schwarzschild spacetimes* / M. Visser // Nuclear Physics B. – 1989. – Vol.328. – P.203-212.
- [12] Hartle J. B., *Slowly rotating relativistic stars* / J. B. Hartle // Astrophys. J. – 1967. – V.150. – P. 1005-1029.