

На правах рукописи

Плотникова Людмила Геннадьевна

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ
ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ
ПРОФИЛЯ КРЫЛА С ЭЛЕРОНОМ
В БЕЗОТРЫВНОМ И ОТРЫВНОМ ПОТОКАХ**

01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2006

Работа выполнена в Отделе краевых задач Научно-исследовательского института математики и механики им Н.Г. Чеботарева Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор, заслуженный деятель науки
России и Татарстана
Ильинский Николай Борисович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Маклаков Дмитрий Владимирович

доктор физико-математических наук,
профессор
Якимов Николай Дмитриевич

Ведущая организация: Самарский государственный
аэрокосмический университет, г. Самара.

Защита состоится 26 октября 2006г. в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.081.11 при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Казанского государственного университета.

Автореферат разослан “___” сентября 2006г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук, доцент



А.А. Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. При решении задач проектирования крыловых профилей в ряде случаев эффективными оказываются методы обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА). При этом решение строится по заданному распределению скорости или давления по контуру профиля и основные аэродинамические характеристики профиля можно вычислить до решения задачи. В последнее время большое количество работ посвящено расширению класса решаемых ОКЗА: проектированию многокомпонентных крыловых профилей, профилей при наличии в потоке особенностей, профилей с устройствами активного управления потоком. Последние задачи представляют особый интерес, так как введение таких устройств позволяет улучшить аэродинамические характеристики крылового профиля: увеличить подъемную силу, уменьшить профильное сопротивление. К числу устройств активного управления потоком, в частности, относится, элерон – подвижная задняя часть крыла. Отклонение элерона может привести к отрыву потока на профиле и изменению аэродинамических характеристик. Поэтому учет отрыва имеет большое значение для получения достоверных результатов.

Целью настоящей диссертации является разработка численно-аналитических методов проектирования профилей крыла с отклоненным элероном в безотрывном и отрывном потоках; поиск оптимальных по аэродинамическим характеристикам параметров профиля и элерона; составление на основе разработанных методов вычислительных алгоритмов и их программная реализация; анализ влияния отрыва потока на аэродинамические характеристики крыловых профилей.

Научная новизна. В диссертации детально исследована задача безотрывного обтекания плоской пластинки с отклоненным щитком. Найдены наибольшие значения коэффициента подъемной силы в зависимости от длины щитка и угла его отклонения. Решена задача проектирования профиля крыла с элероном, обтекаемого безотрывным потоком, с использованием метода решения обратных краевых задач аэрогидродинамики. Показано, что для профиля крыла с элероном зависимость коэффициента подъемной силы от длины элерона и угла его отклонения качественно схожа с аналогичной зависимостью для пластинки со щитком. Исследована задача обтекания плоской пластинки с отклоненным щитком при отрыве потока за щитком и наличии изобарической области вблизи стыка пластинки со щитком. Исследование проведено двумя методами: путем сведения к смешанной краевой задаче и с использованием области годографа скорости. Выведена формула для расчета подсосывающей силы, возникающей на передней кромке пластинки. Построены зависимости аэродинамических характеристик и параметров изобарической области от длины щитка и угла отклонения щитка. Решена

задача проектирования профиля крыла с элероном, обтекаемого с отрывом потока за элероном и образованием изобарической области на нижней поверхности профиля. Выведены формулы для расчета аэродинамических сил. Построены зависимости аэродинамических характеристик от длины щитка и угла его отклонения. Решена задача проектирования профиля крыла с интерцептором, обтекаемого с отрывом потока за интерцептором и образованием изобарической области на нижней поверхности профиля. Решение построено сведением к смешанной краевой задаче с заданным распределением скорости на поверхности профиля и значением угла отклонения интерцептора, причем распределение скорости на верхней поверхности подбиралось так, чтобы контур профиля получился замкнутым. Разработаны алгоритмы численной реализации решений задач.

Достоверность полученных результатов обеспечивается обоснованностью применяемых моделей и строгостью используемого математического аппарата, а также совпадением результатов, полученных разными методами решения.

Практическая ценность. Разработанные в диссертации методы, найденные решения задач, алгоритмы численной реализации и построенные профили могут быть использованы при проектировании крыльев самолетов дозвуковой авиации. Результаты диссертации могут войти в учебную программу спецкурса для студентов механико-математического факультета Казанского университета.

Апробация работы. Результаты диссертации по мере их получения были доложены на семинарах Отдела краевых задач (руководитель – Н.Б. Ильинский); на итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (секция аэрогидромеханики) за 2002–2005 гг.; Итоговой конференции Республиканского конкурса научных работ среди студентов и аспирантов на соискание премии имени Н.И. Лобачевского (Казань, 2002); VIII Четаевской международной конференции “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением” (Казань, 2002); Международной летней научной школе “Гидродинамика больших скоростей” (Чебоксары, 2002, 2004); Международной школе по моделям механики сплошной среды (Казань, 2002, 2004); II Международной научно-технической конференции молодых ученых и специалистов “Современные проблемы аэрокосмической науки и техники” (ЦАГИ, Жуковский, 2002); Научно-практической конференции молодых ученых и специалистов “Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности” (“ОКБ Сухого”, Москва, 2002, 2004); Совместном российско-немецком семинаре НИИММ КГУ и IAG (Казань, 2003), Двенадцатой международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Владимир, 2003); Четвертой

Международной школе-семинаре “Модели и методы аэродинамики” (Евпатория, 2004).

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 4 статьях и 6 тезисах. Список основных публикаций приведен в конце автореферата.

Содержание, структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, содержащих десять параграфов, заключения и списка литературы. Содержит 100 страниц, 13 таблиц, 42 рисунка. Библиографический список состоит из 61 наименования источников отечественных и зарубежных авторов.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** кратко анализируется развитие методов проектирования крыловых профилей, основанных на теории ОКЗА. Также особое внимание уделено теории струй.

История развития ОКЗА насчитывает более 70 лет. Первые постановки и решения таких задач для модели идеальной несжимаемой жидкости были даны в 30–40 годах прошлого столетия в работах F. Weinig’a, C. Schmiden’a, A. Betz’a, W. Mangler’a, Л.А. Симонова, Г.Г. Тумашева, М.Ж. Lighthill’a.

Следующая группа работ (40–60 годы) включала исследования по учету сжимаемости по модели газа Чаплыгина, из которых следует отметить работы Г.Г. Тумашева, L.C. Woods’a, Г.Ю. Степанова. Позже появились результаты, связанные с учетом вязкости в ОКЗА по модели пограничного слоя (ПС) (работы Г.Ю. Степанова, Л.Л. Лебедева, J.L. Van Ingen’a).

В настоящее время исследования по ОКЗА также активно развиваются, в частности, в решении задач проектирования профилей с устройствами активного управления потоком, к числу которых относятся щиток, интерцептор, элерон (подвижная задняя часть крыла). Введение таких устройств позволяет значительно улучшить аэродинамические характеристики крылового профиля: увеличить коэффициент подъемной силы, уменьшить профильное сопротивление. Эти вопросы изучались подробно В.В. Голубевым и С.А. Чаплыгиным совместно с Н.С. Аржаниковым.

Отклонение элерона может привести к отрыву потока на самом профиле и к изменению аэродинамических характеристик. Поэтому учет отрыва имеет большое значение для получения достоверных результатов. Вопросу отрывных течений посвящены работы П. Чжена, Г.Ю. Степанова. Одним из путей исследования отрывных течений является применение струйных и вихревых моделей невязкой жидкости с использованием дополнительных гипотез. Теория струй, кроме того, позволяет определить одну из важнейших характеристик профиля – силу сопротивления, что не удается сделать при безотрывном обтекании.

Одна из первых схем отрывного обтекания – струйная схема Кирхгофа, в которой за телом постулируется бесконечная “застойная” область с давлением $p = p_\infty$, ограниченная вихревыми линиями разрыва скорости и расширяющаяся по закону $y \sim \sqrt{x}$. Позже было предложено множество более общих схем отрывного обтекания применительно к задачам кавитационных течений жидкости с заданным в паровой или газовой каверне числом кавитации; наиболее известные из них можно найти, например, в работах М.И. Гуревича, Л.В. Гогиша, Г.Ю. Степанова. В этих схемах отрывная область имеет конечные размеры, след отсутствует, но сила сопротивления по поверхности тела (с постоянным давлением за точками отрыва) имеет вполне определенную величину.

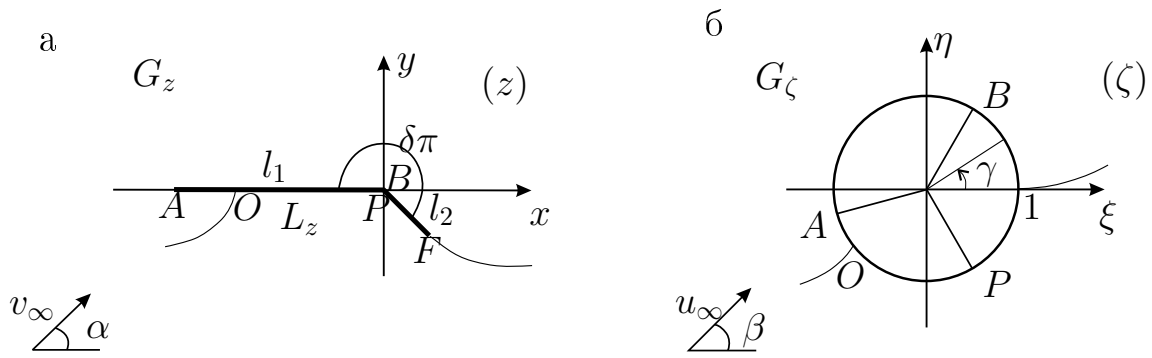
Теория струй, изложенная М.И. Гуревичем, рассматривает течения, ограниченные частично твердыми стенками и частично свободными поверхностями, на которых давление постоянно. В ней приняты следующие предположения: жидкость невесома, идеальна, несжимаема. Вихри отсутствуют, течение установившееся, задача плоская. Струйные течения дают удовлетворительные результаты по силе сопротивления и общему виду течения. Одной из таких схем является, например, схема Ву. Для этой схемы течение считается бесциркуляционным, границы каверны переходят в некоторые конгруэнтные линии тока.

В схеме отрывного обтекания полигональных препятствий точки отрыва фиксированы на острых кромках обтекаемого контура. При отрыве от гладкого контура положение каждой точки отрыва является дополнительным неизвестным параметром задачи. В теории кавитационных течений невязкой жидкости эти точки определяются условием Бриллюэна-Вилла о конечной кривизне струй в точке отрыва или задаются по экспериментальным данным.

Используя теорию струй, можно избавляться от критических точек на контуре и в потоке. С.А. Чаплыгиным была исследована задача обтекания плоской пластинки с застойной зоной вблизи критической точки. В дальнейшем его идея о замене критических точек застойными областями использовалась в ряде работ. Так, например, Д.В. Маклаковым и Г.М. Фридманом получено точное аналитическое решение задачи струйного обтекания плоской пластины с интерцептором при наличии застойной зоны вблизи интерцептора.

В **первой главе** настоящей диссертации рассмотрена задача проектирования профиля крыла с элероном в безотрывном потоке идеальной несжимаемой жидкости по заданному на искомом профиле модифицированному распределению скорости, снятому с пластинки со щитком.

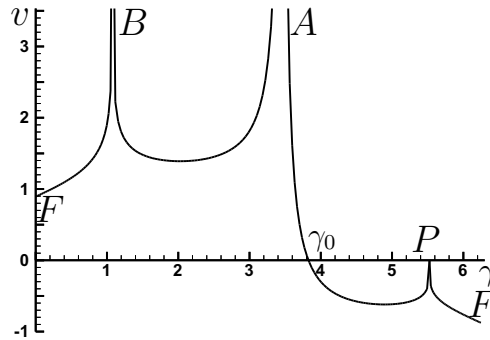
В §1 детально рассмотрена задача обтекания безотрывным потоком пластинки с отклоненным щитком (фиг. 1, *a*). В качестве исходных данных зада-



Фиг. 1.

ны длины пластинки l_1 и щитка l_2 , угол $\delta\pi$ отклонения щитка от пластинки, скорость $\vec{v}_\infty = v_\infty e^{i\alpha}$ набегающего потока.

Требуется найти распределение скорости по контуру L_z и коэффициент подъемной силы C_{ya} этого контура.



Фиг. 2.

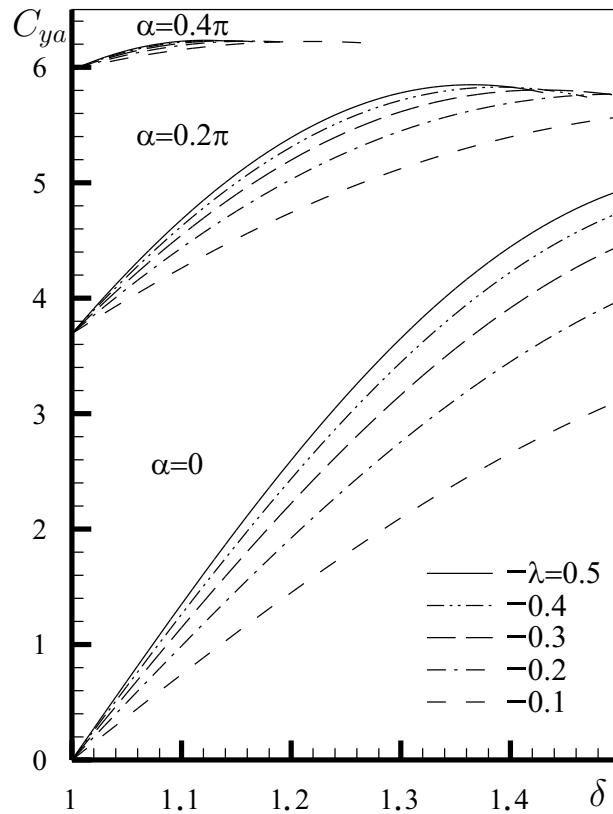
Решение построено, следуя работе¹. Найдено распределение скорости по поверхности пластинки со щитком (фиг. 2). Скорость принимает бесконечные значения в передней кромке A пластинки и в угловой точке B , нулевое значение в точке O разветвления потока и в угловой точке P . С использованием теоремы Жуковского получена формула для коэффициента подъемной силы

$$C_{ya} = 2\pi \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{\sin(\pi\delta + \gamma_p - \frac{\gamma_p - \gamma_b}{2}\delta + \alpha)}{(\sin \frac{\gamma_p}{2})^{2-\delta} (\sin \frac{\gamma_b}{2})^\delta},$$

где $\lambda = l_2/l_1$, и показана зависимость коэффициента подъемной силы от длины щитка и угла отклонения щитка (фиг. 3). При больших значениях α в зависимости $C_{ya}(\delta)$ наблюдается максимум. Аналогичный характер поведения виден и в зависимости $C_{ya}(\lambda)$.

В §2 дана постановка и найдено решение обратной краевой задачи для профиля крыла с элероном, обтекаемого без отрыва потока. Заданы скорость \vec{v}_∞

¹Голубев В. В. Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке. – М.-Л.:Гостехтеоретиздат, – 1938. – 260 с.



Фиг. 3.

набегающего потока, распределение скорости $v(\gamma)$, $\gamma \in [0, 2\pi]$, на искомом контуре (фиг. 4, б), где γ – дуговая координата во вспомогательной плоскости.

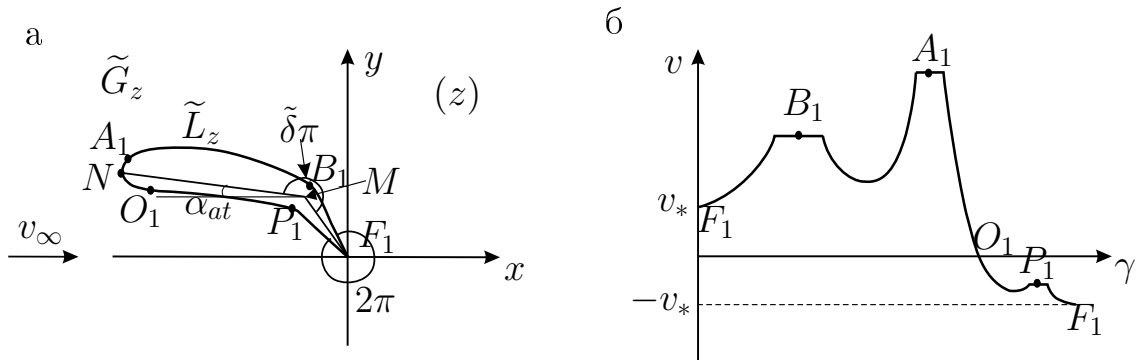
Распределение скорости задается следующим образом. Модифицируется распределение скорости по контуру L_z из §1 (см., напр., фиг. 2): бесконечные значения скорости в точках A и B ограничиваются конечными значениями, нулевое значение в точке P заменяется ненулевым значением. В результате получается распределение скорости с участками постоянного значения, т.е. так называемое полочное распределение скорости. Функция $v(\gamma)$ обращается в нуль в точке разветвления потока.

Требуется определить контур \tilde{L}_z профиля крыла с элероном и найти коэффициент подъемной силы C_{ya} .

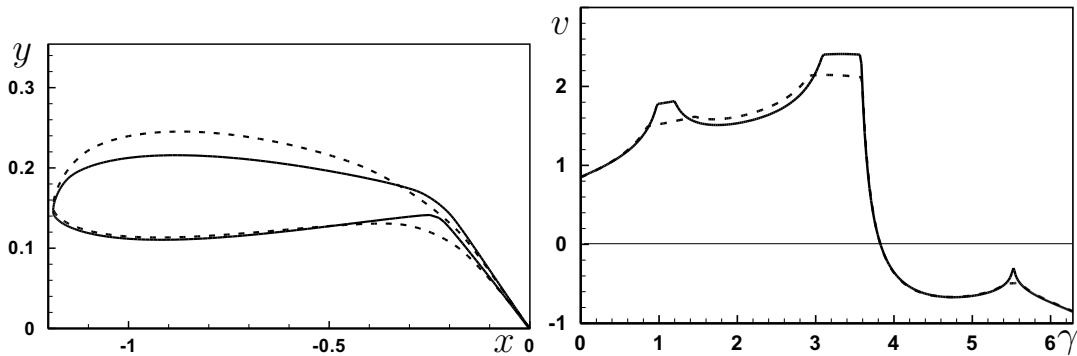
Задача решена с использованием метода решения ОКЗА и квазирешения для выполнения условий разрешимости².

В расчетах приведены три примера построения профилей. Первый пример показывает, как влияют ограничения скорости в точках A , B и P при модификации скорости на контур полученного профиля. Для этого было модифицировано распределение скорости $v(\gamma)$ с фиг. 2, т.е. ограничены бесконечные скорости в точках A и B постоянными значениями скорости, не превышаю-

²Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. – М.: Наука, – 1994. – 440 с.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

щами $(2.5 \div 3)v_\infty$, а в окрестности точки P , где скорость обращалась в нуль, распределение скорости заменено полочным с конечным ненулевым значением. Постоянные значения в точках P, A, B брались разными: в первом случае $|v_p| = 0.30, v_a = 2.00, v_b = 1.80$, во втором $|v_p| = 0.50, v_a = 1.70, v_b = 1.50$ (данные выбирались произвольно). В результате построены замкнутые контуры профилей и соответствующие им распределения скоростей после квази-решения (фиг. 5); в первом случае – сплошная линия, во втором – штриховая.

Видно, что значения скоростей $|v_p|, v_a, v_b$ влияют на форму профиля. Значительные ограничения скорости в точках B и P приводят к плавному отклонению элерона (штриховая линия). В другом случае выделяется четкий угол отклонения элерона (сплошная линия), близкий к углу отклонения щитка от пластинки. В результате для двух случаев получились разные углы $\tilde{\delta}$ отклонения элерона. Значительное ограничение скорости в точке A (то есть уменьшение значения v_a) приводит к увеличению толщины профиля (штриховая линия). Расчеты показали, что для построенных профилей значение $\tilde{\delta}$ меньше, а значение C_{ya} больше, чем у исходной пластинки с отклоненным щитком.

Во втором примере приведены результаты построения профилей с разными углами наклона элерона. Третий пример иллюстрирует построение профилей с элеронами разной длины. Изучение зависимости C_{ya} от угла наклона

элерона и его длины показало, что характер поведения $C_{ya}(\delta)$ для контура \tilde{L}_z схож с $C_{ya}(\delta)$ для контура L_z (фиг. 3). То же самое можно отметить в зависимости $C_{ya}(\lambda)$.

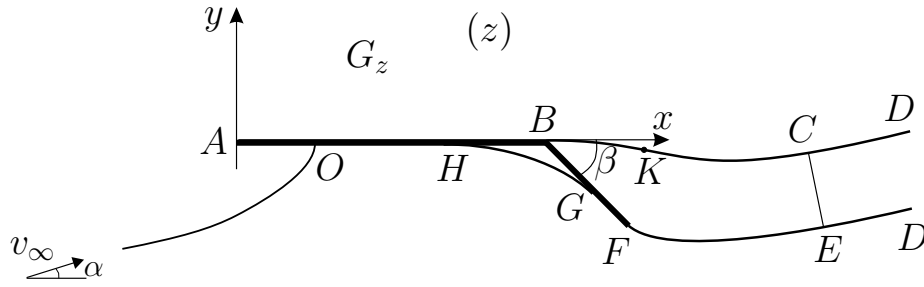
В §3 находится наибольшее значение C_y для пластинки со щитком и для профиля крыла с элероном, так как из результатов предыдущих двух параграфов видно, что зависимости $C_{ya}(\delta)$ и $C_{ya}(\lambda)$ имеют точки максимума. Поэтому определяются такие параметры δ и λ контура L_z (обозначим их δ_m и λ_m для L_z и δ_{mp} и λ_{mp} для \tilde{L}_z) для разных углов атаки набегающего потока α , при которых коэффициент подъемной силы C_{ya} принимает наибольшее значение $C_{y_{a\,m}}$. Для параметров λ, δ задается область определения: $0 \leq \lambda \leq 0.5$, $1 \leq \delta \leq 1.5$. Эти ограничения выбраны из тех соображений, что обычно щиток отклоняется на небольшие углы и имеет меньшую длину, чем длина самой пластинки.

Решение построено численно. В результате установлено, что значение $C_{y_{a\,m}}$ для каждого фиксированного α достигается при $\lambda_m = 0.5$ – наибольшей длине щитка (фиг. 3). При этом значение δ_m изменяется в обратной зависимости от величины α : чем больше α , тем меньше δ_m . Отметим два предельных случая. При $\alpha = 0$ значение $C_{y_{a\,m}}$ достигается при щитке, расположенном ортогонально набегающему потоку, $C_{y_{a\,m}} = 4.93$. При $\alpha = 0.5\pi$ значение $C_{y_{a\,m}}$ достигается при неотклоненном щитке и не зависит от его длины, $C_{y_{a\,m}} = 6.28$. Для крылового профиля также наибольшее значение $\tilde{C}_{y_{a\,m}}$ для фиксированных углов α достигается при $\lambda_{mp} = 0.5$, а угол отклонения δ_{mp} немного больше δ_m : $\delta_{mp} \geq \delta_m$. Значения δ , при которых достигается $C_{y_{a\,m}}$ для контура L_z , не являются оптимальными для достижения $\tilde{C}_{y_{a\,m}}$ контура \tilde{L}_z .

В §4 представлены дополнительные результаты расчетов для проектирования безотрывно обтекаемых профилей крыла с элероном. В заключение сказано, что для проектирования профилей крыла с элероном можно использовать распределение скорости по пластинке с отклоненным щитком.

Вторая глава посвящена решению задачи проектирования профиля крыла с элероном, обтекаемого идеальной несжимаемой жидкостью с отрывом потока. Для этого вначале решается задача обтекания отрывным потоком пластинки с отклоненным щитком. В качестве математической модели такого обтекания используется схема Ву с некоторым дополнением, а именно: кроме изобарической области за щитком вводится также застойная зона на нижней поверхности пластинки, следуя идее С.А. Чаплыгина о замене критических точек застойными областями.

В §5 поставлена и решена задача отрывного обтекания пластинки с отклоненным щитком (фиг. 6) путем сведения к смешанной краевой задаче. Заданы пластинка AB длины l_1 с отклоненным щитком BF длины l_2 , угол β отклонения щитка от пластинки, скорость v_∞ набегающего потока и угол атаки α .



Фиг. 6.

Линии $B C D$, $F E D$ – линии схода потока. Область $E F B C$ – изобарическая. Линия $H G$ – граница изобарической области $G H B$. На линиях $B C$ и $F E$ давление постоянно и скорость $v = v_0$. На линии $H G$ скорость $v = v_1$ также постоянна. Значения v_0 и v_1 заданы.

Требуется найти распределение скорости на поверхности пластинки со щитком и построить линии схода потока, на которых $v = v_0$ и $v = v_1$, рассчитать аэродинамические характеристики.

Для решения введена внешность единичного круга, которая далее конформно отображена на верхнюю полуплоскость $\text{Im } t > 0$. Далее рассмотрена функция Леви–Чивиты

$$\chi(t) = i \ln \left(\frac{1}{v_0} \frac{dw}{dz} \right) = \theta + i \ln \frac{v}{v_0} = \theta + iS,$$

нахождение которой в области $G_t = \{\text{Im } t > 0\}$ свелось к решению смешанной краевой задачи, причем эта функция имеет особенности в точках O и A . Для устранения особенностей у $\chi(t)$ вводится функция $\chi_0(t)$, которая имеет в точках O и A те же особенности. Функция $\tilde{\chi} = \chi - \chi_0$ уже не имеет на границе особенностей, а $\chi_0(t)$ и $\tilde{\chi}(t)$ определяются по формуле Синьорини. Определяемыми параметрами функции $\chi(t)$ являются u_0 в области G_ζ и f , g , h , a , b , лежащие на действительной оси полуплоскости t . Для определения пяти параметров составлено пять нелинейных уравнений, которые решаются методом Ньютона.

Зная $\chi(t)$ и dw/dt , находится функция

$$z(t) = \frac{8u_0}{v_0} \int_a^t e^{i\chi(t)} \frac{t}{(1+t^2)^2} dt,$$

позволяющая строить неизвестные границы области G_z .

Так как в окрестности передней кромки скорость принимает бесконечное значение, то в точке A возникает подсосывающая сила, которая направлена вдоль пластинки и определена из формулы Чаплыгина для сил давления

разложением в окрестности точки A :

$$X_A = -\frac{4\rho u_0 v_0 \pi a^2}{(1+a^2)^2} \cdot \left| \frac{4(b-a)(a-f)}{a(b+f) - 2fb + 2\sqrt{(b-a)(a-f)}\sqrt{-fb}} \right| \cdot e^{\tilde{S}(a)},$$

а силы

$$R_{xp} = \frac{\rho v_\infty^2}{2} \int_L c_p dy, \quad R_y = -\frac{\rho v_\infty^2}{2} \int_L c_p dx,$$

направленные по осям x и y , находятся интегрированием сил давления по контуру $L = A B F G B A$ в плоскости z , $c_p = 1 - (v/v_\infty)^2$ - коэффициент давления. Силы $R_x = R_{xp} + X_A$ и R_y могут быть также определены по формуле

$$R_x + iR_y = 2\rho u_0 v_\infty \pi \left(\frac{v_0^2}{v_\infty^2} \chi'(i) - \overline{\chi'(i)} \right) e^{i\alpha},$$

если обратиться к работе³ (стр. 116–118)

Далее определяются сила сопротивления R_{xa} и подъемная сила R_{ya} , направленные по потоку и ортогонально ему, а коэффициенты C_{xa} и C_{ya} будут:

$$C_{xa} = \frac{2R_{xa}}{\rho v_\infty^2 (l_1 + l_2)}, \quad C_{ya} = \frac{2R_{ya}}{\rho v_\infty^2 (l_1 + l_2)}.$$

Так как из решения §5 трудно сказать, будет ли выполняться гладкий отрыв в точке H , в §6 предыдущая задача решена с использованием области годографа скорости и выполнением условия Бриллюэна-Вилла гладкого отрыва в точке H . Скорость v_1 на границе HG требуется найти.

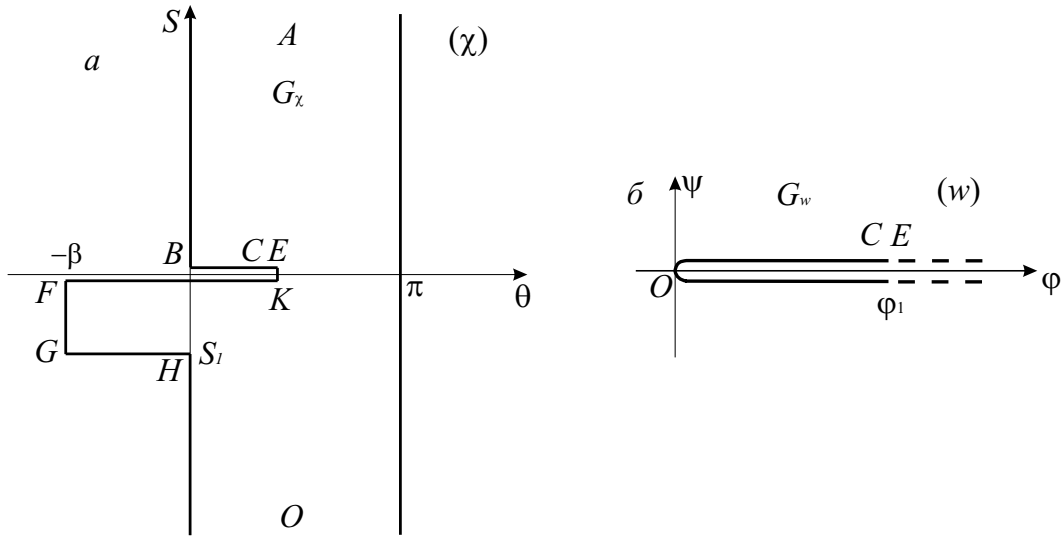
Для решения также вводится функция Леви-Чивиты $\chi(t)$ и строится область G_χ в плоскости χ (фиг. 7, а). Функция χ имеет особенности в точке O разветвления потока ($v = 0$, а θ терпит скачок, равный $-\pi$); и в точке A - передней кромке пластинки (v принимает бесконечное значение, а θ терпит скачок, равный π). Для выполнения условия гладкого отрыва Бриллюэна-Вилла в точке H исключены возможные разрезы в окрестности этой точки в плоскости χ .

Плоскость комплексного потенциала $w = \varphi + i\psi$ при условии нулевой циркуляции имеет вид, показанный на фиг. 7, б, где φ_1 - параметр, определяемый в процессе решения. Функцией $t = \sqrt{w/(\varphi_1 - w)}$ конформно отобразим область G_w на верхнюю полуплоскость $\text{Im } t > 0$.

Для представления $\chi(t)$, отображающей полуплоскость $\text{Im } t > 0$ на область G_χ , воспользуемся формулой Кристоффеля-Шварца

$$\chi(t) = A_0 \int_b^t \frac{(t-k) \sqrt{t-h}}{t(t-a) \sqrt{(t-f)(t-g)(t-b)}} dt,$$

³ Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. - М.: Наука, - 1979. - 536 с.



Фиг. 7.

где A_0 - действительная постоянная.

Зная функции $\chi(t)$ и $w(t)$, запишем

$$z(t) = \frac{2\varphi_1}{v_0} \int_a^t e^{i\chi(t)} \frac{t}{(1+t^2)^2} dt.$$

В полученное аналитическое решение входит девять неизвестных параметров: k, f, g, h, a, b в плоскости t ; φ_1 в плоскости w ; постоянная A_0 и скорость v_1 . Для их определения составлено девять нелинейных уравнений, из которых четыре параметра находятся в явном виде; остальные пять нелинейных уравнений решены методом Ньютона.

Подсасывающая сила X_A , возникающая на передней кромке пластинки и направленная вдоль пластинки определяется по формуле

$$X_A = -\frac{\rho \varphi_1 a v_0 \pi}{(1+a^2)^2} \cdot (b-a) \cdot \exp \left[\int_a^b \left(\frac{A_0 (\xi - k) \sqrt{\xi - h}}{\xi \sqrt{(\xi - f)(\xi - g)(b - \xi)}} - 1 \right) \frac{d\xi}{\xi - a} \right].$$

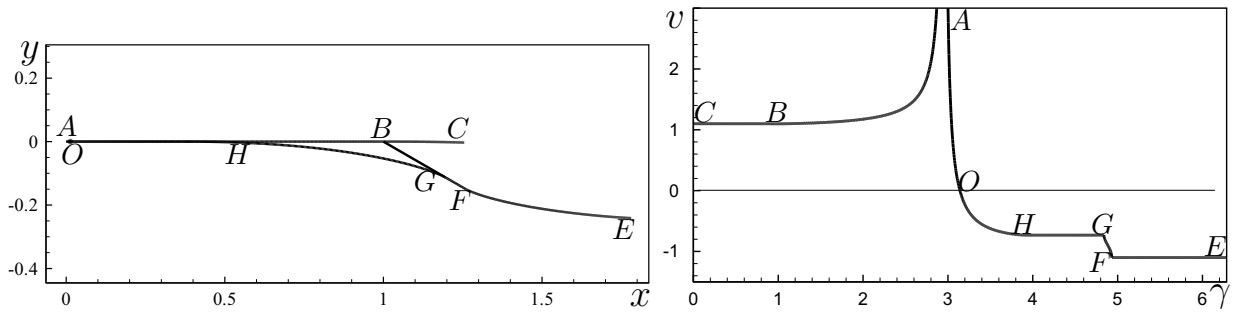
Формулы для R_x и R_y , приведенные в §5, можно записать также в иной форме. Следуя работе⁴ и проведя рассуждения, аналогичные работе³ (стр. 116-118), получено

$$R_x + iR_y = \frac{\rho}{2} \varphi_1 v_\infty \pi AM \left(\frac{v_0^2}{v_\infty^2} e^{iT} - e^{-iT} \right) e^{i\alpha},$$

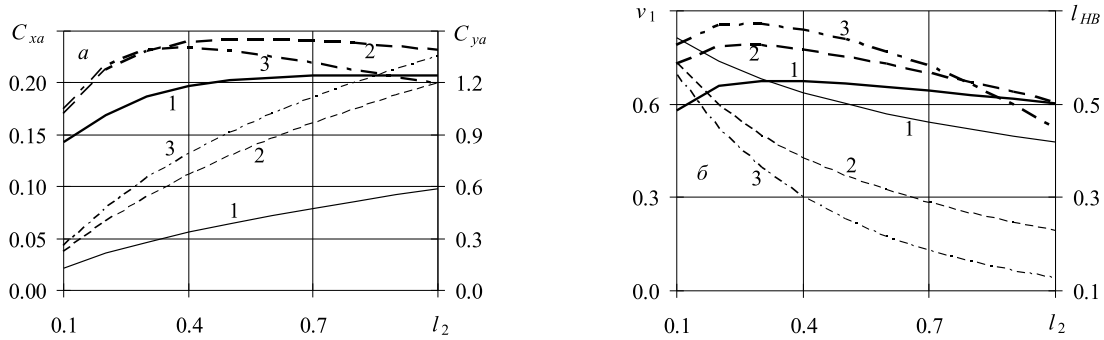
где

$$M = \sqrt{\frac{1+k^2}{1+a^2}} \sqrt[4]{\frac{1+h^2}{(1+f^2)(1+g^2)(1+b^2)}},$$

⁴ *Маклаков Д.В., Фридман Г.М.* Струйное обтекание пластины с интерцептором при наличии застойной зоны // Известия РАН. Механика жидкости и газа. - 2005. - № 4. - С. 26-44.



Фиг. 8.



Фиг. 9.

$$T = -\pi + \operatorname{arctg} k - \operatorname{arctg} a + \frac{1}{2} (\operatorname{arctg} h - \operatorname{arctg} f - \operatorname{arctg} g - \operatorname{arctg} b).$$

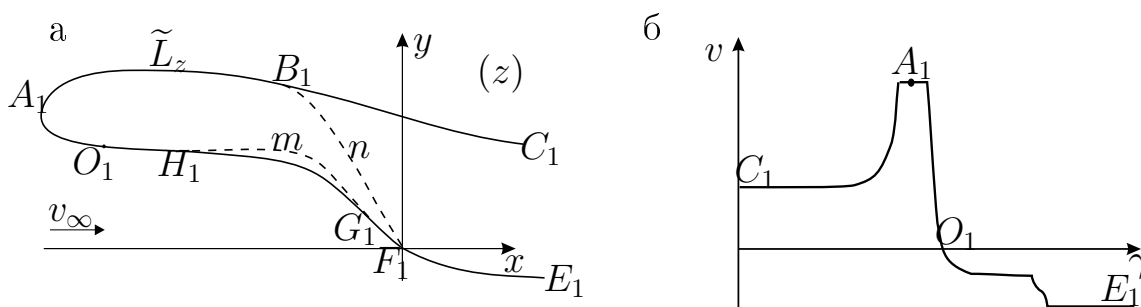
В §7 приведены результаты расчетов, которые получены сначала методом с использованием области годографа скорости. Пример пластинки со щитком и застойной зоной и соответствующее ему распределение скорости показаны на фиг. 8, где $\alpha = 2^\circ$, $l_2 = 0.3$ и $\beta = 30^\circ$ ($v_\infty = 1$, $v_0 = 1.1$, $l_1 = 1$).

На фиг. 9 представлены зависимости различных физических величин от длины щитка l_2 при разных углах отклонения щитка β для угла атаки $\alpha = 5^\circ$. Сплошные кривые 1 построены для $\beta = 30^\circ$, штриховые 2 – для $\beta = 60^\circ$, штрих-пунктирные 3 – для $\beta = 90^\circ$.

Из анализа приведенных зависимостей видно, что увеличение длины щитка приводит к монотонному возрастанию коэффициента C_{xa} , причем это возрастание заметно больше при углах отклонения щитка $\beta = 60^\circ$ и $\beta = 90^\circ$, чем при $\beta = 30^\circ$. В зависимостях коэффициента подъемной силы $C_{ya}(l_2)$ имеются максимумы, положение которых с увеличением угла отклонения β смещается в сторону меньших длин щитка. С увеличением длины щитка значение v_1 на границе застойной зоны HG монотонно убывает, и чем больше угол β , тем меньше v_1 . В зависимостях длины l_{NB} застойной зоны наблюдаются максимумы, положение которых с увеличением β смещается в сторону меньших длин щитка l_2 .

Теперь обратимся к первому методу решения задачи путем сведения к смешанной краевой задаче. Как уже было отмечено, для этой задачи значение скорости на границе HG дополнительной изобарической области задается. Задавая исходные данные как и во втором методе (включая значение скорости v_1) в результате решения получается такой же контур с такими же аэродинамическими характеристиками, как и во втором случае. Это совпадение подтверждает правильность аналитических решений и числовых расчетов обоих методов.

В §8 поставлена и решена задача проектирования профиля крыла с элероном, обтекаемого с отрывом потока, модифицируя распределение скорости с контура пластинки со щитком. Искомый профиль крыла с элероном обтекается отрывным потоком (фиг. 10, а). Отрыв происходит на верхней поверхности (точка B_1) и на нижней (точка H_1) с дальнейшим присоединением (точка G_1) на элероне. Контур профиля считается замкнутым. Задано распределение скорости $v(\gamma)$, $\gamma \in [0, 2\pi]$, (фиг. 10, б), которое выбирается так: модифицируется распределение скорости по контуру L_z из §6, именно, бесконечное значение скорости в точке A ограничивается конечным значением. Функция $v(\gamma)$ обращается в нуль в точке разветвления потока.



Фиг. 10.

Требуется определить контур профиля крыла с элероном и найти его аэродинамические характеристики.

Для решения этой задачи воспользуемся также методом, изложенным в §2. Построенный в результате контур является контуром профиля и границей изобарических областей, прилегающих к нему. Так линии B_1C_1 и F_1E_1 схода потока образуют изобарическую область $E_1F_1nB_1C_1$, а линия H_1G_1 является границей изобарической области H_1mG_1 . При этом линии B_1nF_1 и H_1mG_1 контура можно провести произвольно. Таким образом, строится замкнутый контур $\tilde{L}_1 = A_1B_1nF_1G_1mH_1A_1$ профиля крыла с элероном.

Сила сопротивления и подъемная сила находятся интегрированием сил

давления по контуру $\tilde{L}_1 = A_1 B_1 n F_1 G_1 m H_1 A_1$ в плоскости z :

$$R_{xa} = \frac{\rho v_\infty^2}{2} \int_{\tilde{L}_1} c_p dy, \quad R_{ya} = -\frac{\rho v_\infty^2}{2} \int_{\tilde{L}_1} c_p dx.$$

Этим формулам целесообразно придать другой вид, указанный Д.В. Маклаковым. Пусть $Q = v_0^2/v_\infty^2 - 1$ – коэффициент донного давления в области $E_1 F_1 n B_1 C_1$. Тогда силы R_{xa} и R_{ya} для любого тела, обтекаемого по схеме Ву, определяются так:

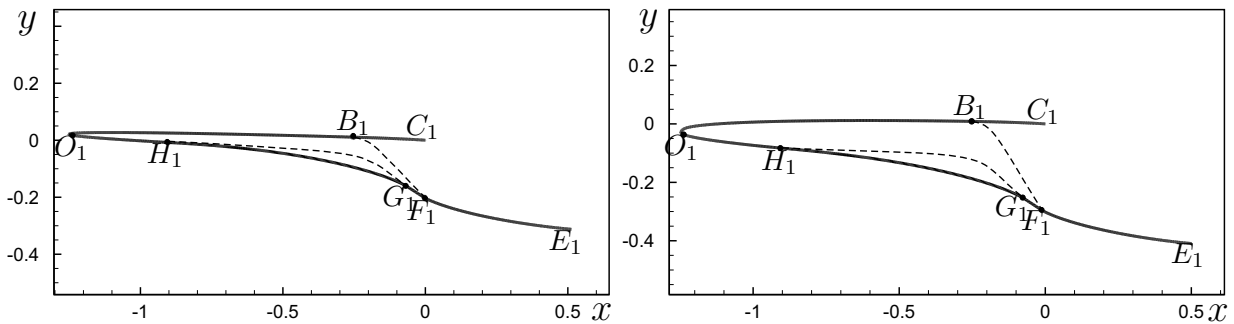
$$R_{xa} = \frac{\rho v_\infty^2}{2} Q \text{ пр}_y \overrightarrow{E_1 C_1}, \quad R_{ya} = -\frac{\rho v_\infty^2}{2} (Q + 2) \text{ пр}_x \overrightarrow{E_1 C_1},$$

где вектор $\overrightarrow{E_1 C_1}$ – вектор, соединяющий точки E_1 и C_1 концов линий $F_1 E_1$ и $B_1 C_1$ схода потока. Видно, что уже направление вектора $\overrightarrow{E_1 C_1}$ характеризует значение коэффициента Q донного давления в области $E_1 F_1 n B_1 C_1$. Далее определяются коэффициенты $C_{xa} = 2R_{xa}/(\rho v_\infty^2 l)$ и $C_{ya} = 2R_{ya}/(\rho v_\infty^2 l)$, где l – хорда профиля.

За хорду l профиля принята длина $A_1 F_1$, считая элерон неотклоненным, где A_1 – наиболее удаленная точка, угол атаки $\tilde{\alpha}$ – угол между хордой и направлением набегающего потока. Под углом наклона $\tilde{\beta}$ элерона принят угол между касательными, проведенными через точки G_1 и H_1 . Значение $|v_a|$ – величина ограничения скорости в точке A контура L_z .

Для примера в качестве исходного распределения скорости было выбрано распределение с фиг. 8, заданы значения $|v_a| = 2 \div 5$. Примеры контуров профилей с изобарическими областями показаны на фиг. 11. Штриховой линией изображена граница контура профиля, которую можно провести произвольно. Полученные профили обладают характеристиками, приведенными в табл. 1.

Заметим, что поведение $C_{ya}(l_2)$ и $C_{xa}(l_2)$ у профиля с элероном аналогично пластинке со щитком: C_{xa} для профиля также возрастает, но значения C_{xa} для профиля заметно больше; у C_{ya} также наблюдается максимум, но его положение смещается к меньшей длине элерона.



Фиг. 11.

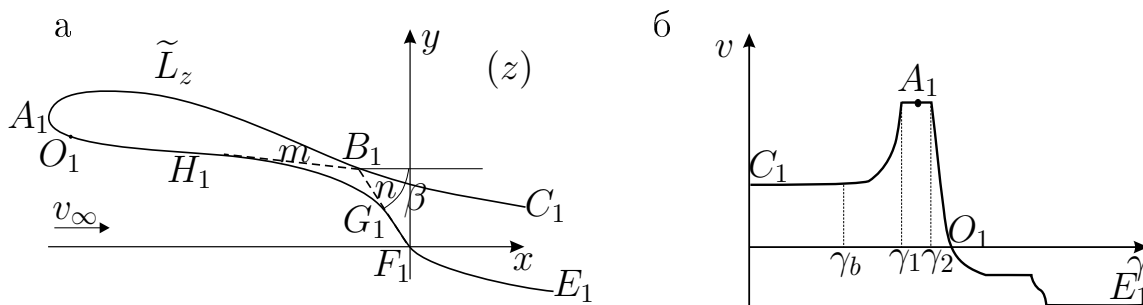
Таблица 1.

| $ v_a $ | $\tilde{\alpha}$ | $\tilde{\beta}$ | C_{ya} | C_{xa} |
|---------|------------------|-----------------|----------|----------|
| 5 | 3.65° | 28.40° | 0.885 | 0.057 |
| 2 | 6.29° | 27.11° | 0.891 | 0.091 |

В §9 дана постановка и решение задачи проектирования профиля крыла с интерцептором, обтекаемого с отрывом потока (фиг. 12, а). В предыдущем параграфе была решена обратная краевая задача для профиля крыла с элероном, который может иметь прямолинейные участки, но не является полностью прямолинейным. Чтобы элерон был прямолинейным (в этом случае его можно назвать щитком или интерцептором), нужно поставить условие прямолинейности более жестким. В этом случае на искомом контуре профиля $B_1H_1A_1B_1$ задается распределение скорости $v(\gamma)$, $\gamma \in [0, 2\pi]$, (фиг. 12, б), а на интерцепторе B_1F_1 известным считается угол β его отклонения. Отрыв потока происходит с верхней поверхности профиля (точка B_1) и на нижней поверхности (точка H_1) перед интерцептором с дальнейшим присоединением (точка G_1) на нем. Контур профиля считается замкнутым. Циркуляцию по контуру \tilde{L}_z считаем нулевой. Для исследования этой задачи воспользуемся решением задачи обтекания пластинки с отклоненным щитком (§5). Для этого модифицируется распределение скорости по контуру L_z пластинки со щитком из §5: бесконечное значение скорости в точке A ограничивается конечным значением, что соответствует участку (γ_1, γ_2) ; на участке (γ_b, γ_1) падения скорости распределение $v(\gamma)$ задается по некоторому закону, обеспечивающему безотрывное обтекание; а на участке (γ_2, γ^*) скорость возрастает по линейному закону. Функция $v(\gamma)$ является кусочно-гладкой и обращается в нуль в точке O_1 разветвления потока.

Требуется определить контур профиля крыла с интерцептором и найти его аэродинамические характеристики.

Решение этой задачи построено сведением к смешанной краевой задаче.



Фиг. 12.

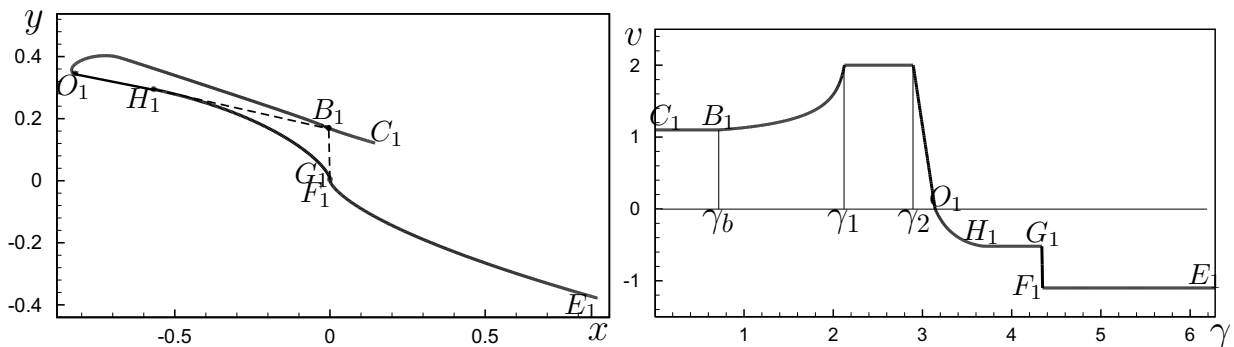
Сила сопротивления и подъемная сила найдены по формулам §8 через вектор, соединяющий точки E_1 и C_1 концов линий F_1E_1 и B_1C_1 схода потока.

Для примера в качестве исходного распределения скорости было выбрано модифицированное распределение скорости с пластинки, обтекаемой под углом атаки $\alpha = 5^\circ$ со щитком длины $l_2 = 0.2$, отклоненным под углом $\beta = 90^\circ$ ($v_\infty = 1$, $v_0 = 1.1$, $l_1 = 1$). Скорость модифицировалась на верхней и на нижней поверхностях пластинки до точки разветвления потока (фиг. 13): на участке (γ_1, γ_2) выбрано $|v_a| = 2$; на (γ_2, γ^*) скорость возрастала по линейному закону, а на (γ_b, γ_1) $v(\gamma)$ задано по закону, обеспечивающему безотрывное обтекание. Закон убывания скорости выбран в виде

$$v(\gamma) = v^* [1 + D(\cos \gamma - \cos \gamma_1)]^{-0.25}$$

где γ_1 – абсцисса точки, в которой начинается участок падения скорости, а v^* – скорость в этой точке. Значение параметра D определяется по эмпирическим постоянным и обеспечивает безотрывность обтекания на этом участке. Длины участков (γ_b, γ_1) и (γ_1, γ_2) подбирались таким образом, чтобы точка B_1 профиля совпала с точкой пересечения касательных к точкам H_1 и G_1 профиля. Касательные (штриховая линия) к этим точкам можно принять соответственно за границу нижней поверхности профиля и за интерцептор.

Таким образом, построен профиль $B_1H_1A_1B_1$ с отклоненным интерцептором B_1F_1 и границы изобарических областей $G_1H_1B_1$ и $E_1F_1B_1C_1$. Его характеристики приведены в табл. 2.



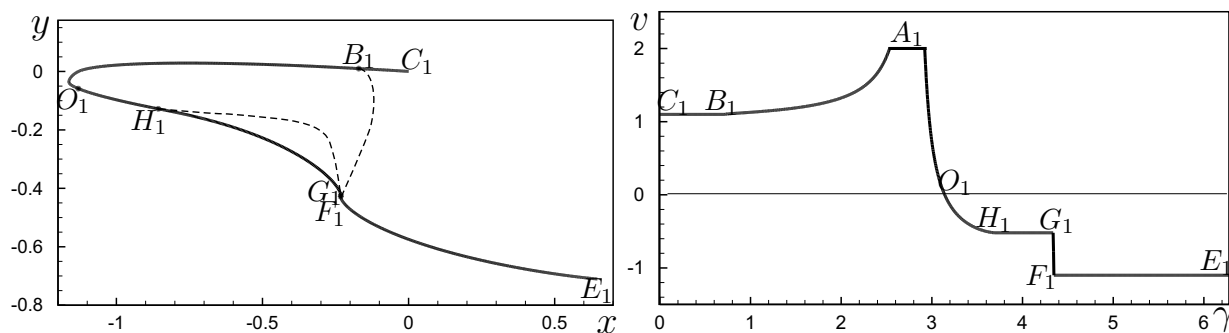
Фиг. 13.

Таблица 2.

| $ v_a $ | $\tilde{\alpha}$ | $\tilde{\beta}$ | C_{ya} | C_{xa} |
|---------|------------------|-----------------|----------|----------|
| 2 | 13.04° | $73,34^\circ$ | 1.563 | 0.103 |

В §10 проведены дополнительные расчеты отрывного обтекания профилей, анализ полученных результатов и сделаны выводы.

В заключение сказано, что для построения профиля крыла с элероном или с интерцептором, обтекаемых с отрывом потока, можно использовать решение задачи отрывного обтекания пластинки с отклоненным щитком. Разная модификация скорости дает в результате два разных контура профиля (фиг. 13 и 14).



Фиг. 14.

Их аэродинамические характеристики приведены в таблице 3. Как видно, наличие интерцептора позволяет увеличить подъемную силу с незначительным увеличением силы сопротивления.

Таблица 3.

| | $\tilde{\alpha}$ | $\tilde{\beta}$ | C_{ya} | C_{xa} |
|-------------------------|------------------|-----------------|----------|----------|
| пластинка со щитком | 5° | 90° | 1.302 | 0.078 |
| профиль с элероном | 12.84° | 83.38° | 1.321 | 0.211 |
| профиль с интерцептором | 13.04° | 73.34° | 1.563 | 0.103 |

Сравнение полученных результатов с результатами безотрывно обтекаемого профиля, рассмотренного в §4, приводят к выводу: в обоих случаях после построения профиля уменьшается угол отклонения элерона и увеличивается угол атаки по сравнению с контуром исходной пластинки со щитком, что объясняется модификацией распределения скорости. Существенное отличие наблюдается при этом в аэродинамических характеристиках.

В **заключении** кратко подведены итоги выполненной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Метод проектирования профиля крыла с элероном, обтекаемого безотрывным потоком.

2. Результаты нахождения наибольшего значения коэффициента подъемной силы для пластинки со щитком и для профиля крыла с элероном.

3. Метод решения задачи отрывного обтекания пластинки с отклоненным щитком сведением к смешанной краевой задаче и с использованием области годографа скорости.

4. Решение задачи проектирования профиля крыла с элероном и профиля крыла с интерцептором, обтекаемых с отрывом потока при наличии изобарической области за элероном и на нижней поверхности профиля перед элероном.

5. Алгоритмы численной реализации, результаты числовых расчетов и сделанные на их основе выводы.

Следует отметить финансовую поддержку Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 99-01-00365, 01-01-04004, 02-01-00061, 05-08-01153-а) и Министерства образования России (шифр гранта А03-2.10-736), позволившую ускорить выполнение и написание диссертации.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Плотникова Л.Г.* Об одном подходе к аэродинамическому проектированию крылового профиля с отклоненным закрылком // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Т.12. Лобачевские чтения – 2001: Материалы международной молодежной научной школы-конференции – Казань: Изд-во “ДАС”, – 2001. – С. 110-111.
2. *Плотникова Л.Г.* Построение крылового профиля с элероном на основе решения задачи оптимизации коэффициента подъемной силы для пластинки со щитком // Современные проблемы аэрокосмической науки и техники. Тезисы докладов II Международной научно-технической конференции. – Жуковский: ЦАГИ: Авиационный печатный двор, – 2002. – С. 156–157.
3. *Плотникова Л.Г.* Об одном подходе к построению и оптимизации аэродинамических характеристик крылового профиля с элероном // Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности: Авторефераты докладов участников Первой научно-практической конференции. – М.: ОАО “ОКБ Сухого”, – 2002. – С. 134–141.
4. *Плотникова Л.Г.* Об одном подходе к построению профиля крыла с элероном / *Ильинский Н.Б., Плотникова Л.Г.* // Известия вузов. Авиационная техника. – 2003. – № 4. – С. 28–32.
5. *Плотникова Л.Г.* К задаче аэродинамического расчета отрывного обтекания профиля крыла с элероном // Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности: Статьи и материалы Второй научно-практической конференции – М.: Изд-во МАИ, – 2004. – С. 73.
6. *Плотникова Л.Г.* Построение профиля крыла с элероном на основе модифицированного решения классической задачи обтекания пластинки со щитком / *Ильинский Н.Б., Плотникова Л.Г.* // Модели и методы аэродинамики. Материалы Четвертой Международной школы-семинара. – М.: МЦНМО, – 2004. – С. 61–62.
7. *Плотникова Л.Г.* Задача построения профиля крыла с элероном при отрывном обтекании / *Ильинский Н.Б., Плотникова Л.Г.* // Гидродинамика больших скоростей. Тезисы докладов Второй международной летней научной школы. – Чебоксары: Чебоксарский институт Московского государственного открытого университета, – 2004. – С. 77–79.
8. *Плотникова Л.Г.* Обтекание пластинки со щитком отрывным потоком / *Ильинский Н.Б., Плотникова Л.Г., Поташев А.В.* // Модели и методы аэродинамики. Материалы Пятой Международной школы-семинара. – М.: МЦНМО, – 2005. – С. 57–58.

9. *Плотникова Л.Г.* Задача обтекания отрывным потоком пластинки с отклоненным щитком // Известия вузов. Авиационная техника. – 2006. – № 1. – С. 61–63.

10. *Плотникова Л.Г.* Обтекание отрывным потоком пластинки с отклоненным щитком при наличии застойной зоны / *Плотникова Л.Г., Поташев А.В.* // Ученые записки Казанского университета. – 2006. – Т. 148. – Кн. 2.