# КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

Кафедра астрономии и космической геодезии

Г.В. ЖУКОВ, Р.Я. ЖУЧКОВ

двойные звезды. Определение масс звезд

Учебно-методическое пособие

Принято на заседании кафедры астрономии и космической геодезии Протокол № 12 от 15 мая 2015 года

#### Рецензент:

кандидат физико-математических наук,

доцент Казанского государственного энергетического университета

## Петрова Н.К

Жуков Г.В., Жучков Р.Я.

**Двойные звезды. Определение масс звезд** / Г.В. Жуков, Р.Я. Жучков. — Казань: Казан. ун-т, 2015. - 47 с.

Двойные звезды поставляют точные значения параметров, которые трудно или невозможно определить для одиночных звезд (массы, радиусы) и, таким образом, позволяют решить многие задачи физики и эволюции звезд. В пособии содержатся базовые знания о принципах классификации, наблюдениях, каталогах и статистических параметрах двойных, об эволюции одиночных и двойных звезд. Студенты познакомятся с принципами наблюдения и обработки данных о визуальных, спектроскопических, затменных и других типах двойных, получат представление о роли двойных звезд в исследовании истории звездообразования и эволюции звезд.

Методическое пособие адресовано, в первую очередь, студентам специальности «астрономия» и «физика, а также широкому кругу читателей, интересующихся указанными проблемами.

- © Жуков Г.В., Жучков Р.Я. 2015
- © Казанский университет, 2015

# Оглавление

Введение	4
Движение компонентов двойной звезды в поле тяготения	4
Элементы орбиты	5
Классификация двойных звезд	7
Определение масс звезд	16
Определение масс звезд и параметров орбиты по спектральным наблюдениям методом Лемана-Филес (практическая часть)	22
Рекомендуемая литература	28
Приложение 1. Диаграмма Герцшпрунга – Рессела	29
Приложение 2. Геометрия Роша	32
Приложение 3. Спектральные наблюдения некоторых двойных систем	37

#### Введение

Двойные и кратные звезды, с одной стороны — весьма многочисленный класс объектов. По разным исследованиям доля двойных в нашей Галактике достигает 50-70%. С другой стороны, именно двойные звезды поставляют точные значения параметров, которые трудно или невозможно определить для одиночных звезд (массы, радиусы) и, таким образом, позволяют решить многие задачи физики и эволюции звезд. В пособии содержатся базовые знания о принципах классификации, наблюдениях, каталогах и статистических параметрах двойных, об эволюции одиночных и двойных звезд. Студенты познакомятся с принципами наблюдения и обработки данных о визуальных, спектроскопических, затменных и других типах двойных, получат представление о роли двойных звезд в исследовании истории звездообразования и эволюции звезд.

# Движение компонентов двойной звезды в поле тяготения

Двойная звездная система — гравитационно связанные звезды, вращающиеся вокруг центра масс системы. В некоторых случаях расстояние между компонентами двойной звезды составляет сотни и тысячи астрономических единиц (а.е.) и они движутся по обычным эллиптическим орбитам. В других случаях звезды близки или касаются друг друга (расстояние между ними сравнимо с размерами звезд) и их орбиты оказываются намного сложнее, а приливные эффекты искажают формы звезд.

В случае  $a >> R_*$ , движение звезд в системе подчиняется законам Кеплера, являющимся следствиями закона Всемирного тяготения

<u>1 закон Кеплера</u>. Размеры и форма эллипса характеризуются полуосями a, b и эксцентриситетом  $e = (1 - a^2/b^2)^{1/2}$  (Рис. 1).

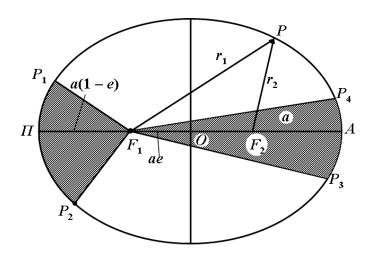


Рис. 1. Пример относительной эллиптической орбиты с эксцентриситетом 0.4.  $\mathbf{r}$  — радиус-векторы,  $\mathbf{P}$  — положения вторичной компоненты,  $\mathbf{F}$  — фокусы, в одном из которых находится главная компонента,  $\Pi$ ,  $\mathbf{A}$  — периастр и апоастр

В обобщенном виде 1 закон дает движения в гравитационном поле по разным типам орбит (конических сечений): круговой (e=0), эллиптической (0 < e < 1), параболической (e=1) и гиперболической ( $1 < e < \infty$ , рис.2).

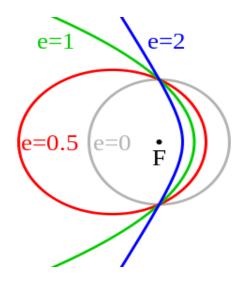


Рис. 2. Возможные типы орбит

<u>2 закон Кеплера</u>. П, A – периастр и апоастр. S=const (заштриховано, рис. 1) =>  $V \neq \text{const}$  ( $r^2 \cdot d\Theta/dt = const$ ).

<u>Третий закон Кеплера</u> дает возможность по параметрам орбиты определить сумму масс звезд:

$$P^{2}(M_{1} + M_{2})/a^{3} = 4\pi^{2}/G \tag{1}$$

## Элементы орбиты

Как указывалось выше, большая полуось a и эксцентриситет e характеризуют размеры и форму орбиты.

- P период обращения компонент вокруг центра масс.
- T момент прохождения через периастр.
- i наклонение орбиты к картинной плоскости.
- $\Omega$  долгота восходящего угла, измеряется в картинной плоскости по часовой стрелке от направления на северный полюс мира.
- **ω** долгота периастра угол, измеряемый в плоскости орбиты от линии узлов и периастром в направлении вращения вторичной компоненты. Линия узлов проходит через центр масс (рис. 3).

Таблица 1 Угловые элементы орбиты

	От чего отсчитывается	К чему отсчитывается	Направление отсчета	Диапазон значений
Наклон орбиты, і	От картинной плоскости	К плоскости орбиты	В направлении минимального угла наклона	±90
Позиционный угол, Ω	От северного полюса мира	К линии узлов (восходящему узлу)	В направлении ближайшего узла	0 - 180
Долгота периастра, ω	От восходящего узла	К периастру	В направлении движения компонента	0 - 360

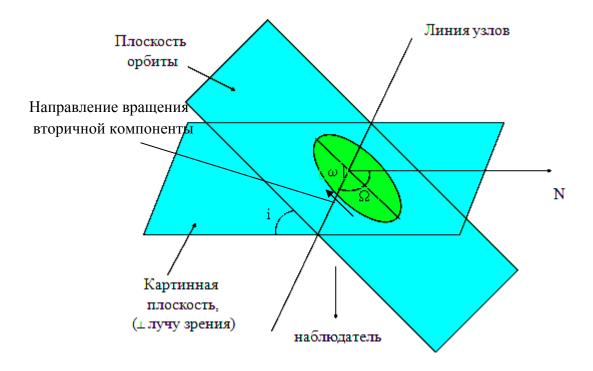


Рис.3. Элементы орбиты двоной звезды

## Классификация двойных звезд

Типы двойных звезд могут быть определены:

- 1) по методу наблюдений;
- 2) по положению компонент на диаграмме Гецшпрунга-Рессела (ГР-диаграмма);
  - 3) по степени заполнения полостей Роша.

Классификации по эволюционному статусу компонентов и другие более специальные типы отчасти входят в предыдущие три типа классификации.

<u>По методу наблюдений</u> двойные подразделяются на визуальные, спектральные и затменные. Визуальные (в т.ч. астрометрические и спекл-интерферометрические) двойные системы отличаются тем, что мы

<u>наблюдаем обе компоненты)\*</u> и, чаще всего, измеряем их положение в относительной системе координат. В качестве примера приведены наблюдения Сириуса (рис. 4, 5).

Истинная орбита проецируется на картинную плоскость также в виде эллипса, у которого, однако, яркая звезда находится не на большой оси видимого эллипса. Необходима редукция наблюдаемой орбиты к истинной (Рис. 6.)

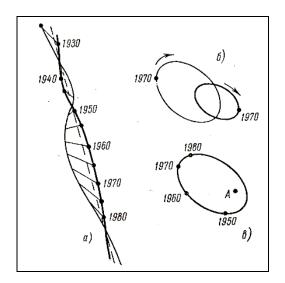


Рис. 4. Слева представлены положения двойной звезды Сириус на небесной сфере за период 1930-1980 гг (а). Кроме орбитального движения компонент А и В штриховой линией показано собственное движение системы. Справа показаны относительная орбита (в, яркая звезда А в начале координат) и абсолютные орбиты (б) компонент относительно центра масс.

<sup>)\* -</sup> астрометрическим методом можно обнаружить движение только яркой компоненты в двойной со звездами, значительно отличающимися по блеску. Именно так была обнаружена двойственность Сириуса.

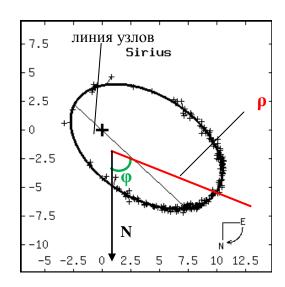


Рис. 5. Измерения положения Сириуса В (маленькие крестики) относительно Сириуса А (большой крестик, более яркая звезда находится в начале координат) в системе полярных координат: **ρ** – угловое расстояние в секундах дуги, **φ** – позиционный угол. Масштаб дан в секундах дуги.

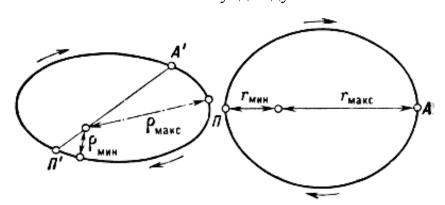


Рис. 6. Преобразование видимого эллипса (слева) в истинный. П' и А' – проекции периастра и апоастра на картинную плоскость; **р** и **r** – видимые и истинные расстояния от фокуса орбиты.

Визуальными двойными могут быть либо широкие либо близкие пары звезд. Во всех остальных случаях <u>обе компоненты не разделяются</u> и могут наблюдаться только спектральным или фотометрическим методами как одна звезда.

Спектральная двойная звезда выявляется по движению линий в спектре с орбитальным периодом (Рис. 7, 8). Формально смещение линий наблюдается во всех случаях кроме i=0, однако при малых значениях i проекция орбитальной скорости  $V_{\rm op6}$  на луч зрения —  $V_r$  — оказывается меньше или сравнима с ошибками наблюдений (смещение линий обусловлено эффектом Доплера —  $(\lambda_H - \lambda_0)/\lambda_0 = V_r/c$ , где  $\lambda_H$ ,  $\lambda_0$  — наблюдаемая и лабораторная длины волн,  $V_r$  — лучевая скорость звезды и c — скорость света). В случае спектроскопии с умеренными дисперсиями (~ 10-100A/мм) ошибка составляет единицы км/с. Таким образом, спектроскопически можно наблюдать значительное число визуальных двойных систем.

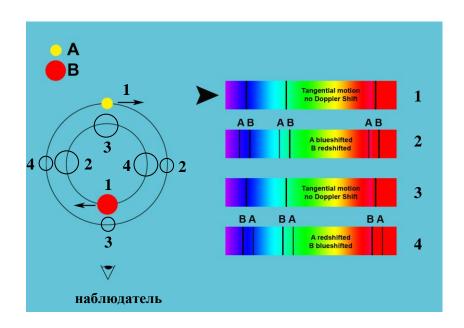


Рис. 7. Спектр 1 соответствует положению 1 звезд на левой схеме. Спектрам 2, 3 и 4 соответствуют положения 2, 3 и 4 главной и вторичной компонент (показаны незаполненными кружками)

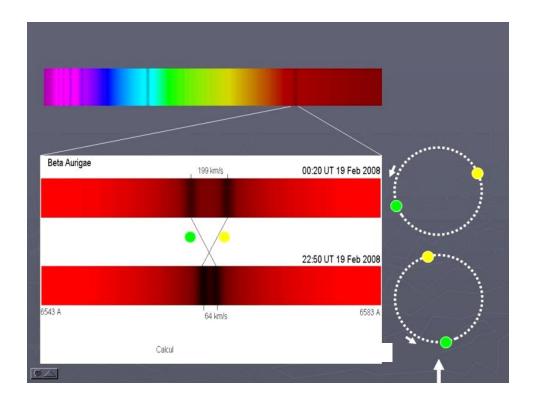


Рис.8. Реальное смещение спектральных линий  $H_{\alpha}$  двойной  $\beta$  AurAB с приблизительно равными компонентами и периодом  $3.96^d$ .

В результате измерения лучевых скоростей мы получаем зависимость лучевых скоростей звезд от времени — «кривую лучевых скоростей», RVC. Разные формы орбит и разная их ориентация относительно наблюдателя дают сильно отличающиеся RVC (рис.9)

В случае  $i \approx 0$  в двойной системе могут наблюдаться затмения, которые проявятся в изменениях блеска. Фотометрические двойные делятся на подтипы  $\beta$ Per,  $\beta$ Lyr и WUMa по форме кривой блеска, LC (зависимости звездной величины от времени, рис. 10,11 и 12).

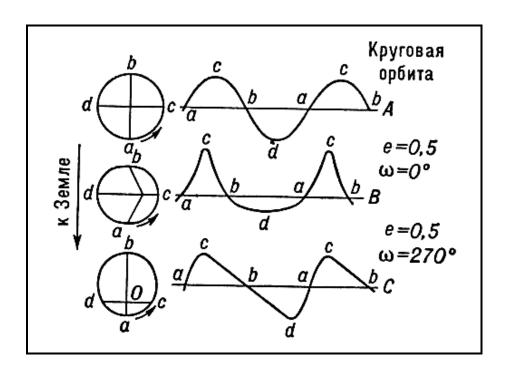


Рис. 9. Вид кривых лучевых скоростей в зависимости от параметров орбиты a, e u  $\omega$ . Показано схематически для случая i =  $90^{\circ}$  и одной компоненты.  $V_{\nu}$ =0.

Все затменные двойные могут наблюдаться как спектральные двойные. Но только небольшое число двойных звезд может быть исследовано всеми тремя методами: астрометрическим, спектральным и фотометрическим.

<u>По положению компонент на диаграмме Г-Р</u> (X. Сааде) двойные звезды могут содержать:

- 1) хотя бы одну звезду, не достигшую главной последовательности (ГП);
- 2) две звезды ГП, как одинаковые, так и значительно различающиеся;
  - 3) красный гигант или сверхгигант наряду со звездой ГП;
- 4) две звезды гиганты или сверхгиганты, как одинаковые, так и значительно различающиеся;

- 5) один субкарлик;
- 6) и, наконец, обе звезды в контакте.Описание диаграммы Г-Р см. в приложении 1.

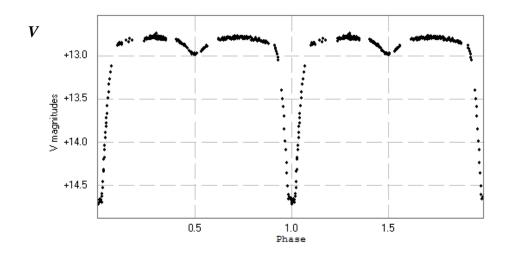


Рис. 10. Кривая блеска затменной типа Алголя ( $\beta$  *Per*). Обратите внимание на то, что в максимуме блеска (вне затмений) также наблюдается небольшая переменность. По вертикали — звездная величина V, по горизонтали — время в долях периода.

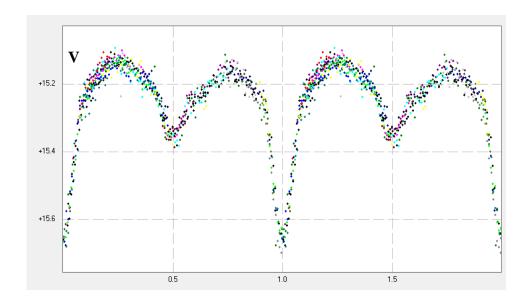


Рис. 11. Кривая блеска затменной типа  $\beta$  *Lyr*. Вне затмений непрерывные изменения блеска обусловлены эллипсоидальностью компонент.

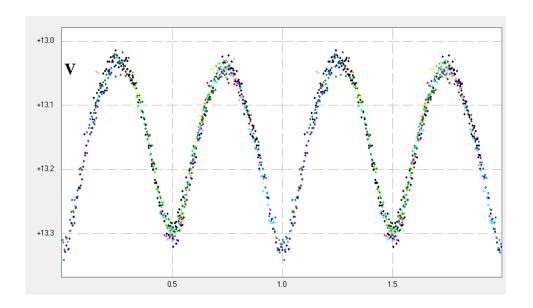


Рис. 12. Кривая блеска затменной типа *WUMa*. Обе компоненты сравнимы по размерам и температуре и находятся в контакте либо имеют общую оболочку.

<u>По положению компонент на диаграмме Г-Р</u> (X. Сааде) двойные звезды могут содержать:

- 7) хотя бы одну звезду, не достигшую главной последовательности (ГП);
- 8) две звезды ГП, как одинаковые, так и значительно различающиеся;
  - 9) красный гигант или сверхгигант наряду со звездой ГП;
- 10) две звезды гиганты или сверхгиганты, как одинаковые, так и значительно различающиеся;
  - 11) один субкарлик;
  - 12) и, наконец, обе звезды в контакте.

Описание диаграммы Г-Р см. в приложении 1.

<u>По степени заполнения полостей Роша</u> (З.Копал) двойные звезды разделяются на следующие типы (рис. 13):

- 1) разделенные обе звезды не заполняют своих критических полосьтей;
- 2) полуразделенные одна звезда заполняет свою критическую полость;
- 3) контактные обе звезды заполняют или переполняют свои критические полости.

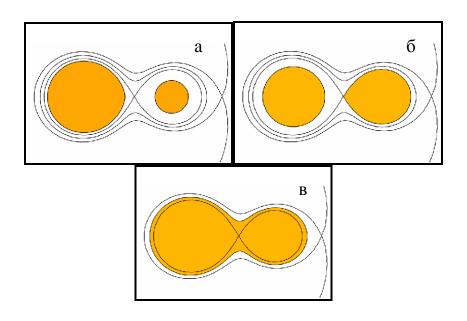


Рис. 13. Разделенные (а), полуразделенные (б) и контактные (в) двойные системы. Подробнее геометрию Роша смотри в приложении 2

Как видно из описания, ряд типов в той или иной мере присутствуют во всех классификациях: так, звезды типа *WUMa*, определяемые по виду кривой блеска, являются контактными двойными в остальных двух классификациях. Или двойная, состоящая из звезд ГП есть разделенная система по Копалу или Алголь по виду кривой блеска.

В качестве итога приведем сводку часто встречающихся типов двойных звезд.

#### Двойные, выявляемые астрометрическим методом:

- визуальные;
- интерферометрические;
- астрометрические.

#### Двойные, выявляемые спектральным методом:

- спектральные;
- хромосферные, со сложными спектрами и т.п.

#### Фотометрические двойные:

- затменные;
- катаклизмические;
- запятненные, эддипсоидальные, с отражением.

#### Другие методы:

- обнаруживаемые в других спектральных диапазонах рентгеновские, пульсары и т.п.;
- по собственному движению;
- кратные системы.

Цветом шрифта показана численность выявленных двойных данного типа: более 5000 – красным, от 1000 до 5000 – зеленым, менее 1000 – черным.

# Определение масс звезд

Массы компонент визуальной двойной звезды вычисляются по 3 закону Кеплера, зная размеры орбиты  $\boldsymbol{a}$  и период вращения спутника  $\boldsymbol{P}$  относительно главной компоненты (относительная орбита). Как уже указывалось, наблюдаемая орбита является проекцией истинной на картинную плоскость (проекция также является эллипсом, у которого

смещены фокусы). Математическое преобразование наблюдаемой орбиты в истинную дает нам угол наклона орбиты i. В этом случае мы можем по формуле (1) вычислить сумму масс звезд; при этом необхолимо знать расстояние до двойной  $r = 1/\pi$ ":

$$(M_1 + M_2) = 4\pi^2 (a^3/\pi'')/(GP^2)$$
 (3)

Для определения индивидуальных масс необходимо получить абсолютные орбиты компонент (см. рис. 4, б) и использовать условие неподвижности центра масс:

$$M_1 \ a_1 = M_2 \ a_2, \tag{4}$$

где  $a_1$  и  $a_2$  – полуоси абсолютных орбит, причем  $a_1 + a_2 = a$ .

В настоящее время число известных визуальных двойных превышает  $10^5$ , однако орбиты получены только для 3000, а точные определения масс выполнены для  $\sim 100$  звезд. В значительной степени это обусловлено большими расстояниями между компонентами: чтобы увидеть пару звезд раздельной, необходимо большое значение полуосей орбит и периодов. Поэтому не удается построить полную орбиту, а удовольствоваться ее частью и экстраполировать наблюдения до эллипса по его небольшой части. Например, при периоде в 500-1000 и более лет надежные измерения выполнялись только последние 2 века. Естественно, неточные орбиты приводят к большим ошибкам в определениях масс звезд.

Более экономным вариантом в смысле времени набора данных являются интерферометрические методы, которые позволяют наблюдать более тесные пары с небольшими периодами — годы — таких пар в настоящее время изучено около 60 000.

Если расстояние между компонентами меньше разрешающей способности (как правило, для наземных наблюдений турбулентный диск >0.1") двойственную природу звезды определяют по спектральным наблюдениям. Кривые лучевых скоростей могут быть

двух типов: видны линии обеих компонентов (SB2, рис. 14) или только одной, более яркой (SB1, рис. 15).

Однако только из спектральных наблюдений не удается определить угол наклона орбиты двойной системы. На рисунке 16 показано, что из наблюдений при изучении нескольких орбит мы получаем одинаковую проекцию большой полуоси asini и орбитальной скорости на луч зрения Vsini.

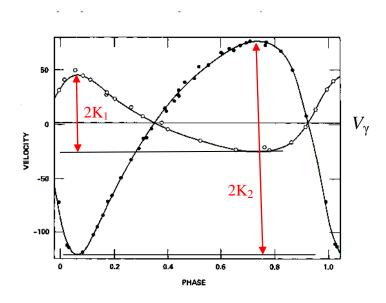


Рис. 14. Кривая лучевых скоростей для SB2. Скорость центра масс системы в общем случае  $V_{\gamma} \neq 0$ . Орбита эллиптическая

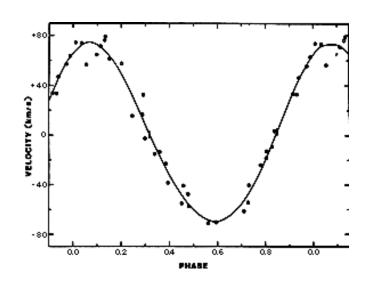


Рис. 15. Кривая лучевых скоростей для SB1. Орбита круговая

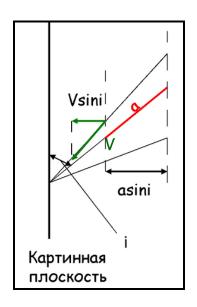


Рис. 16. Иллюстрация неоднозначности определения угла наклона орбиты. Наблюдатель справа

Применив 3 закон Кеплера, мы получим массы звезд, отягощенные  $sin^3i$  — нижние пределы масс звезд (в этом случае  $M_1V_1=M_2V_2$ , где V — скорости звезд):

$$M_1 \sin^3 i = 1.038 \cdot 10^{-7} K^2 K_2 P (1-e^2)^{3/2},$$
  
 $M_2 \sin^3 i = 1.038 \cdot 10^{-7} K^2 K_1 P (1-e^2)^{3/2},$  (5)

где  $K_1$  и  $K_2$  — полуамплитуды лучевых скоростей звезд,  $K = K_1 + K_2$ , измеряемые в км/с, P — период в сутках,  $M_1$ ,  $M_2$  — массы компонент в массах Солнца (см. рис.14).

Для SB1 определяется только функция масс:

$$f(M_2) = (M_2 \sin i)^3 / (M_1 + M_2)^2 = 1.038 \cdot 10^{-7} K_1^3 P (1 - e^2)^{3/2}, \tag{6}$$

также являющаяся нижним пределом для массы спутника. Достаточно часто такая ситуация складывается при изучении двойных звезд с компактным (релятивистским) объектом – нейтронной звездой или черной дырой (НЗ, ЧД).

Наличие затмений в двойной системе позволяет надежно определить угол наклона орбиты: если спектральные наблюдения дополняются фотометрическими, в которых присутствуют затмения, свидетельствующие о том, что  $i \approx 90^{\circ}$ , мы имеем возможность получения точных значений масс звезд. (Описание методики моделирования кривых блеска выходит за рамки нашего курса.) Из всего количества спектральных двойных (~ 3000) около 10% звезд являются затменными.

Поскольку скорость протекания термоядерных реакций в центре звезды зависит от температуры, а температура определяется массой звезды, то естественным выводом будет зависимость светимости от массы. Из уравнений состояния звезд можно получить зависимость светимости звезды от ее массы. Так, для масс порядка солнечной,  $L \sim M^4$ , а для горячих звезд  $L \sim M^3$ . Получив ту же самую зависимость (Рис. 17) эмпирически и, полагая, что компоненты двойной имеют то же строение и происхождение, что и одиночные звезды, можем по этой зависимости определять массы одиночных звезд.

Кроме определения масс, затменные двойные звезды позволяют определять радиусы компонентов. Рассмотрим главный минимум – большая холодная звезда затмевает более горячую, но меньшую по размеру (рис. 18). Зная из спектральных наблюдений относительную скорость звезд  $\Delta V$  и измерив интервалы времени  $(t_4-t_1)$  и  $(t_3-t_2)$ , получаем возможность вычислить диаметры звезд:  $(D_1+D_2) = \Delta V \cdot (t_4-t_1)$ ,  $(D_1-D_2) = \Delta V \cdot (t_3-t_2)$ .

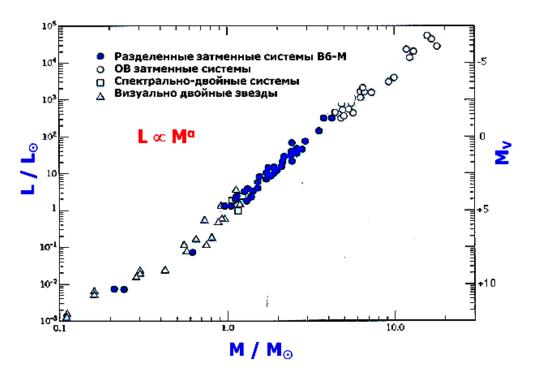


Рис. 17. Диаграмма «масса-светимость»,  $M \sim L$ . В среднем,  $\alpha = 3.5$ , однако для звезд малых и больших масс наклон зависимости меньше.

Диаграмма  $M \sim L$  получена для широких двойных пар, звезд ГП. Определять массы звезд других классов светимости по диаграмме нельзя.

Изучение визуально двойных звезд позволяет определять расстояния, существенно превышающие возможности тригонометрического параллакса. Поскольку наземные угловые измерения имеют точность  $\pm$  0.01", а космические —  $\pm$  0.002", с ошибкой 25% расстояния определяются до 25 — 125 пк. Рассмотрим двойную систему AB с большой полуосью a на расстоянии r (рис. 19). Из схемы следует, что использование двойных звезд позволяет определять параллаксы в a (в а.е.) раз больше, чем тригонометрическим методом. Единственная трудность метода заключается в том, что необходимо знать величину большой полуоси двойной системы в абсолютном выражении.

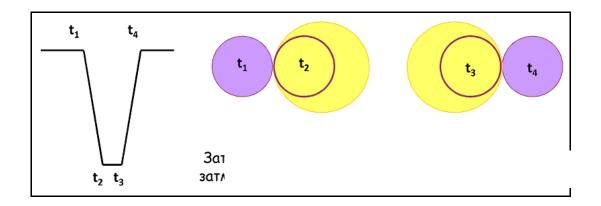


Рис. 18. Схема определения радиусов звезд в затменной системе. Центральное затмение более горячей звезды (главный минимум), орбита круговая, тонкие эффекты исключены.

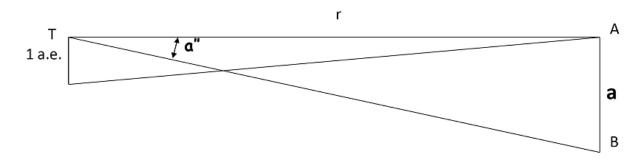


Рис. 19. Принцип определения динамического параллакса

# Определение масс звезд и параметров орбиты по спектральным наблюдениям методом Лемана-Филес (практическая часть)

Пусть r, v — радиус-вектор и истинная аномалия точки B на орбите по отношению к центру масс и z — проекция радиуса-вектора на луч зрения. Тогда

$$z = r \sin i \sin (v + \omega) \tag{7}$$

где  $\omega$  - долгота периастра (рис. 20).

Орбитальный компонент лучевой скорости  $V_r$ :

$$dz/dt = \sin i \sin (v+\omega) dr/dt + r \sin i \cos (v+\omega) dv/dt$$
 (8)

Согласно законам эллиптического движения имеем:

$$r \, dv/dt = \mu a \, (1 + e \cos \omega) / (1 - e^2)^{1/2}, \quad \mu = 2\pi / P,$$

$$dr/dt = \mu a \sin i / (1 - e^2)^{1/2},$$
(9)

откуда получаем основное уравнение  $V_r = dz/dt + \gamma$ , где

$$dz/dt = (\mu a \sin i/(1 - e^2)^{1/2}) \cdot (e \cos \omega + \cos(v + \omega))$$
 (10)

а у – скорость центра масс системы относительно наблюдателя (Солнца).

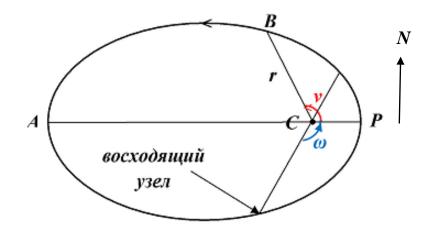


Рис. 20. К определению лучевой скорости. Плоскость рисунка – картинная плоскость.

Из уравнения (10) следует, что при  $v+\omega$  равном 0° или 180° скорость по абсолютной величине достигает максимума. Так как оба угла отсчитываются в направлении движения звезды от периастра и восходящего угла соответственно, то  $|V_r| = |dz/dt|$  достигает максимума в узлах орбиты. Примем A и B — значения скорости в узлах, отсчитываемые от  $\gamma$ -оси, K — полуамплитуда ( $K = K_1 + K_2$ ) и получим:

$$K = \mu a \sin i/(1 - e^2)^{1/2},$$
 (11)

$$A = K (1 + e \cos \omega), \tag{12}$$

$$B = K (1 - e \cos \omega), \tag{13}$$

$$(A+B)/2 = K \tag{14}$$

$$(A - B)/2 = K e \cos \omega, (A - B)/(A + B) = e \cos \omega$$
 (15)

Теперь уравнение  $V_r = dz/dt + \gamma$  принимает вид:

$$V_r = \gamma + K(e \cos\omega + \cos(v+\omega)) = \gamma + (A-B)/2 + ((A+B)/2)\cos(v+\omega)).$$
 (16)

В формуле (11) заменим  $\mu$  на  $2\pi/P$  и переведем время в P из суток в секунды, получим уравнение для большой полуоси

$$a \sin i = 8.64 \cdot 10^4 \, KP (1 - e^2)^{1/2} / 2\pi, \tag{17}$$

которое можно записать отдельно для каждой из орбит компонентов.

По 3 закону Кеплера

$$M_1 + M_2 = (a_1 + a_2)^3 / P^2,$$
 (18)

если массы звезд выражать в массах Солнца, большие полуоси – в а.е., а период – в земных годах. Так как

$$M_1 a_1 = M_2 a_2$$
, to  $a_1 + a_2 = a_1 (M_1 + M_2)/M_2$ . (19)

Подставим последнее выражение в (18) и, умножая обе части на  $sin^3i$ , получим

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i = (M_1 + M_2)^3 a_1^3 \sin^3 i / P^2 M_2^3.$$
 (20)

Заменив  $a \sin i$  на (17) и перейдя к суткам и километрам, найдем функцию масс

$$fI = M_2^3 \sin^3 i / (M_1 + M_2)^2 = 1.038 \cdot 10 - 7 K13 P (1 - e^2)^{3/2}$$
. (21)

Итак, для двойной типа SB1 можно определить только P, e,  $\omega$ , f1 и  $a^3 sini$ .

В случае, когда наблюдаются линии обоих компонентов можно найти раздельно  $a_1 \sin i$ ,  $a_2 \sin i$ ,  $M_1 \sin^3 i$  и  $M_2 \sin^3 i$ :

$$a_{I} \sin i = 1.376 \cdot 10^{4} K_{I} P (1-e^{2})^{1/2},$$

$$a_{2} \sin i = 1.376 \cdot 10^{4} K_{2} P (1-e^{2})^{1/2},$$

$$M_{I} \sin^{3} i = 1.038 \cdot 10^{-7} K^{2} K_{2} P (1-e^{2})^{3/2},$$

$$M_{2} \sin^{3} i = 1.038 \cdot 10^{-7} K^{2} K_{I} P (1-e^{2})^{3/2}.$$
(22)

Рассмотрим методику определения элементов орбиты методом Лемана-Филеса. В качестве примера возьмем наблюдения *RY Per*, приведенные в статье Поппера (1989) (Приложение 3, звезда 0). Период

двойной составляет  $6.8636^d$ . Построим кривую лучевых скоростей, для которой возьмем определения скорости по линиям водорода у главной компоненты.

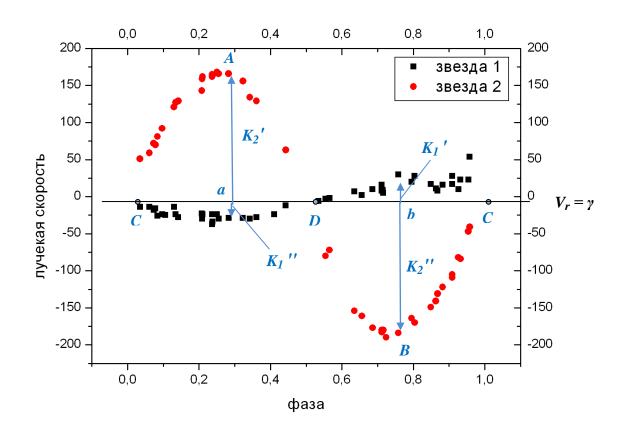


Рис. 21. Кривая лучевых скоростей **RY Per** 

Скорость центра масс системы  $V_{\gamma}$ , определяется из условия  $\int V_r \, dt = 0$  на интервале времени от 0 до P. Используем для определения параметров орбиты лучевые скорости спутника (звезда 2). Фиксируем на кривой точки с ординатами A и B, соответствующие абсолютным значениям максимальных скоростей. Выбор этих точек проверяется таким образом, чтобы площадь aAC была равна площади bBC и aDA — равна bBD (последнее значимо для орбит в большим эксцентриситетом; в нашем случае — орбиты близки к круговым, кривые достаточно симметричные; некоторое отклонение точек на фазах  $\sim 0.95$  может быть обусловлено искаже-

ниями в затмении, связанными с несинхронностью вращения компонент). Поскольку точки C и D лежат на  $\gamma$ -оси, из (10) и (15) следует:

$$(\cos(v+\omega))_{C,D} = -(A-B)/(A+B) = -e\cos\omega. \tag{23}$$

В точке C (истинная аномалия  $v_1$ ) звезда проходит от восходящему узлу к нисходящему, а в точке D — наоборот ( $v_2$ ). Тогда  $sin(v_1 + \omega)$  будет положительным, а  $sin(v_2 + \omega)$  — отрицательным. Учитывая уравнение (24) получим:

$$sin(v_1 + \omega) = 2(AB)^{1/2}/(A + B), \quad sin(v_2 + \omega) = -2(AB)^{1/2}/(A + B).$$
 (24)

Обозначим площади aAC и bBD через  $z_1$  и  $z_2$ , радиусы-векторы точек C и D -  $r_1$  ,  $r_2$  . Тогда

$$z_1 = r_1 \sin i \sin (v_1 + \omega) = -z_2 (r_1/r_2).$$

Поскольку

$$r = a (1 - e^2)/(1 + e \cos v),$$

то

$$-z_1/z_2 = r_1/r_2 = (1 + e \cos v_2)/(1 + e \cos v_1). \tag{25}$$

Заменим v на  $(v + \omega) - \omega$  и после некоторых преобразований получим последнее выражение в виде:

$$-z_1/z_2 = \frac{(\sin(v_1 + \omega) - e\sin\omega)}{(\sin(v_1 + \omega) + e\sin\omega)}, \tag{26}$$

откуда

$$e \sin \omega = ((z_2 + z_1)/(z_2 - z_1)) \sin(v_1 + \omega) =$$

$$= (2(AB)^{1/2}/(A + B)) ((z_2 + z_1)/(z_2 - z_1)). \tag{27}$$

Уравнения (27) и (15) позволяют найти e и  $\omega$  ( $z_2$  берется с отрицательным знаком, A и B – по абсолютному значению).

Ипользуя рисунок 21 измерим амплитуды  $K_I$  и  $K_2$ , равные соответственно 20.6 и 161.5 км/с, величины A и B, равные 163 и 160 км/с и площади aAC и bBD ( $z_1$  и  $z_2$ ) — 16 и 14 относительных единиц (определяется масштабом рисунка). Отсюда вычислим по (15)  $(A - B)/2 = K e \cos \omega = 1.5$ ,

 $(A - B)/(A + B) = e \cos \omega = 0.0093$ . По соотношению площадей находим по (27)  $e \sin \omega = -0.066$ , откуда  $e^2 = 0.0045$ , e = 0.067.

Теперь у нас имеются все параметры для вычисления больших полуосей и масс звезд по  $(22) - K_1$ ,  $K_2$ , e и P:

$$a_1 \sin i = 1.9 \cdot 10^6 \text{ KM},$$
  
 $a_2 \sin i = 15.1 \cdot 10^4 \text{ KM},$   
 $M_1 \sin^3 i = 3.8 \text{ M}_{\odot},$   
 $M_2 \sin^3 i = 0.5 \text{ M}_{\odot}.$ 

Надо помнить, что найденные нами параметры являются нижними границами истинных:  $0^{\circ} < i \le 90^{\circ}$ , но ближе к правой границе интервала.

Каждому студенту предлагаются спектральные наблюдения одной из звезд в приложении 3, которые необходимо обработать и получить параметры спектральной орбиты и массы звезд.

Вопросы для контроля.

- 1. Элементы орбиты двойной звезды.
- 2. Типы двойных звезд.
- 3. Определение масс и других параметров звезд, входящих в двойные системы.

## Рекомендуемая литература

- 1. Засов А.В., Постнов К.А. Общая астрофизика: учебное пособие для студентов вузов /Фрязино: Век 2, 2006. 496 с.: ил.; 22 см.
- 2. Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии : учебник для студентов университетов : Изд. 4-е . Москва : URSS, 2011. 542 с. : ил. ; 25 .
- 3. Сурдин В.Г. Звезды. 2-е изд., исп. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, 480 с.

# Диаграмма Герцшпрунга – Рессела

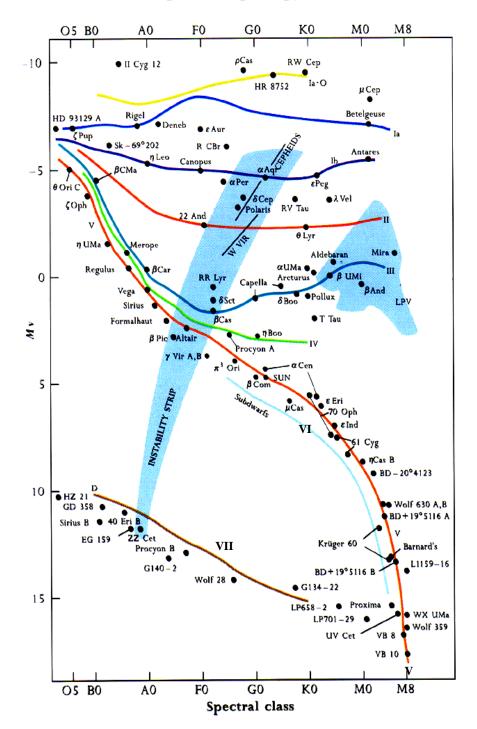


Рис. 1. По горизонтали – спектральный класс (температура), по вертикали – абсолютная звездная величина (светимость). Римскими цифрами (от I до VII) обозначены классы светимости. Точками показаны отдельные звезды. Голубым цветом показаны области нестационарных звезд (полоса нестабильности и красные гиганты).

Существует 7 классов светимости (последовательностей):

Ia, Ib сверхгиганты (SG, СГ)

- II яркие гиганты (BG)
- III гиганты (G, RG, КГ)
- IV субгиганты (SG)
- V карлики, главная последовательность (MS, ГП)
- VI субкарлики (SD)
- VII белые карлики (WD, БК)

Вид последовательностей диаграммы ГР и их относительная населенность определяются:

- стадиями эволюции (источником энергии) и скоростью эволюции
- начальной функцией масс (IMF)
- историей звездообразования (SFE / SFR)

Диаграмма Г-Р является мощным средством исследования звезд и звездной эволюции. Так, кроме светимости и температуры, положение звезды на диаграмме определяется ее массой и радиусом, химсоставом и возрастом. Для изучения скоплений — групп звезд, связанных единством химсостава, а также местом и временем формирования — также с успехом применяется метод Г-Р диаграмм.

В качестве примера приведем две диаграммы – рассеянного (молодого) и шарового (старого) скоплений (Рис 2, 3).

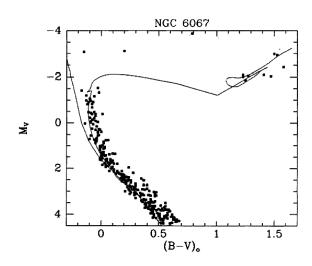


Рис. 2. Диаграмма Г-Р рассеянного скопления NGC 6067. Линиями показана Г-П (слева) и теоретическая изохрона, соответствующая возрасту 170 млн. лет. Видно, что звезды, начиная с  $M_V = 2^m$ , начинают уходить с ГП. По горизонтали — непокрасненный показатель цвета, являющийся хорошим аналогом температуры звезды

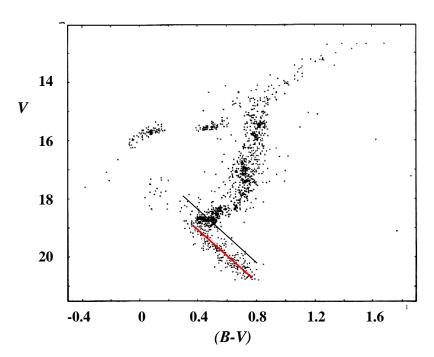


Рис. 3. Диаграмма шарового скопления М3. Тонкой черной линией схематически показана ГП. Главная последовательность скопления (красная линия) – последовательность субкарликов – отличается более низким (~ в 10 – 100 раз) содержанием тяжелых элементов. По осям даны наблюдаемая звездная величина и показатель цвета

### Геометрия Роша

Геометрия Роша возникает при решении ограниченной задачи трёх тел — когда орбиты всех тел являются круговыми и масса одного из них намного меньше массы любого из двух других. В этом случае можно считать, что два массивных тела обращаются вокруг их общего центра масс с постоянной угловой скоростью. В пространстве вокруг них существуют пять точек (точки Лагранжа), в которых третье тело с пренебрежимо малой массой может оставаться неподвижным во вращающейся системе отсчёта, связанной с массивными телами. В этих точках гравитационные силы, действующие на малое тело, уравновешиваются центробежной силой (Рис. 1).

Потенциал на поверхности одиночной вращающейся звезды определяется суммой гравитационного  $\Phi_{\Gamma}$  и центробежного  $\Phi_{\Pi}$  потенциалов. Вращение нарушает сферически-симметричное распределение массы в звезде однако для большинства обычных звёзд из-за сильной концентрации вещества к центру обусловленные вращением отличия гравитационного. потенциала от сферически-симметричного малы. Форма стационарной вращающейся звезды определяется одной из эквипотенциальных поверхностей.

Понятие эквипотенциальных поверхностей и полостей Роша можно ввести также и для системы двух звёзд, обращающихся вокруг общего центра тяжести по круговым орбитам с постоянной угловой скоростью ю. В неинерциальной системе координат, вращающейся с той же угловой скоростью, потенциал стационарен и определяется суммой гравитационных потенциалов обеих компонент и центробежного потенциала:

$$\Phi(R, \Theta, \varphi) = -GM_1/R_1 - GM_2/R_2 - \omega^2 R^2 \sin^2\Theta$$

где  $M_{I}$ ,  $M_{2}$  u  $R_{I}$ ,  $R_{2}$  — массы звезд и расстояния от их центров, R,  $\Theta$ ,  $\phi$  -

сферические координаты (центр системы - в центре масс, ось  $\Theta=0$  параллельна  $\omega$ ). Предполагается синхронность вращения — угловая скорость вращения равна  $\omega$ .

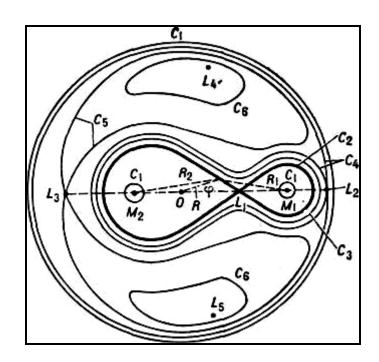


Рис. 1. Вид сечений эквипотенциальных поверхностей в двойной звёздной системе плоскостью, проходящей через центры масс компонент и ортогональной оси вращения системы. Критическая эквипотенциаль выделена полужирной линией

Эквипотенциальные поверхности,  $\Phi = C$ , при больших значениях модуля  $C = C_I$  состоят из окружающих каждую массу почти концентрических сфер и одной внешней поверхности, по форме близкой к круговому цилиндру. С уменьшением |C| размеры эквипотенциальных поверхностей возрастают, деформируются, превращаясь в вытянутые навстречу друг другу фигуры, и при некотором значении  $C_2$  имеет место пересечение этих фигур. Точка пересечения  $L_I$  называется внутренней либрационной точкой Лагранжа. Эквипотенциальная поверхность, проходящая через  $L_I$  называ-

ется критической и определяет полость Роша каждой из компонент двойной системы. Поверхности звёзд должны совпадать с одной из внутренних эквипотенциалей. При заполнении одной из компонент своей полости Роша начинается интенсивное перетекание вещества на соседнюю компоненту (рис.2).

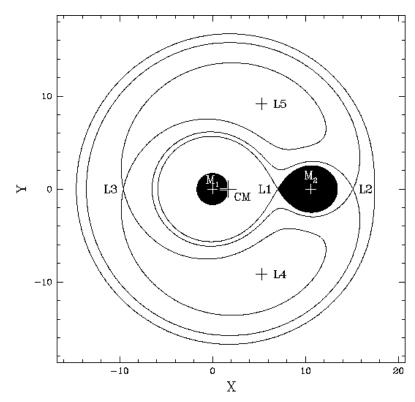


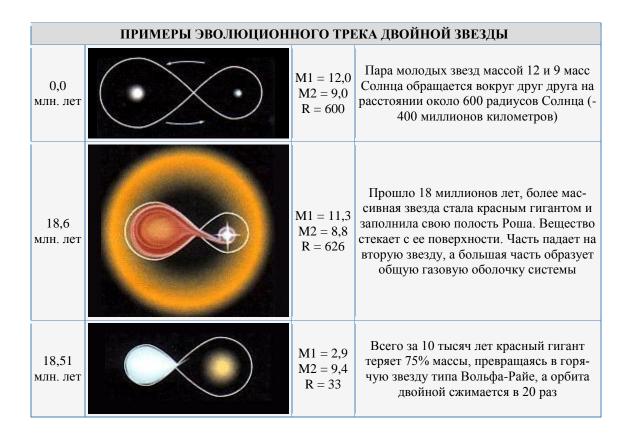
Рис. 2. Ситуация с заполнением второй звездой своей полости Роша, возникающая после стадии «перемены ролей»

В полуразделённых и контактных системах наблюдаются газовые потоки, движение которых определяется структурой эквипотенциальных поверхностей вне полости Роша. С дальнейшим уменьшением |C| ( $C_3$ ) две внутренние эквипотенциальные поверхности за полостью Роша сливаются в одну гантелеподобную фигуру и при некотором значении  $C_4$  наступает пересечение этой фигуры с внешней. эквипотенциальной поверхностью в либрационной точке  $L_2$ , которая находится за менее массивной компонентой на линии, соединяющей центры масс звёзд. Если вещество газовых по-

токов обладает достаточной кинетической энергией, то прежде всего она начнёт уходить из системы через окрестности  $L_2$ .

При ещё меньших значениях |C| ( $C_5$ ) наступает пересечение эквипотенциальных поверхностей с внешней стороны более массивной компоненты в точке  $L_3$ , после чего эквипотенциальные поверхности разделяются на две фигуры ( $C_6$ ), расположенные "выше" и "ниже" линии, соединяющей центры масс. Наконец, при некотором значении C эти фигуры вырождаются в две точки  $L_4$ ,  $L_5$ , носящие название треугольных либрационных точек Лагранжа. Все либрационные точки являются точками относительного равновесия.  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$  — точки неустойчивого равновесия. В линейном приближении равновесие в точках  $L_4$ ,  $L_5$  устойчиво при условии  $(M_1 + M_2)^2 > 27 M_1 \cdot M_2$ .

В качестве примера, иллюстрирующего применение геометрии Роша, дана таблица эволюции массивной двойной системы.



18,51 млн. лет			Спустя полмиллиона лет звезда Вольфа- Райе, бывшее ядро красного гиганта, взрывается как сверхновая, выбрасывая в космос половину своей массы. Орбита при этом расширяется вдвое
18,51 млн. лет		M1 = 1,4 M2 = 9,4 R = 75	На месте сверхновой остается быстровращающаяся горячая нейтронная звезда. Если в створе конусов, в которых выбрасываются энергичные частицы, окажется Земля, мы будем наблюдать короткопериодический радиопульсар
27,13 млн. лет		M1 = 1,4 M2 = 9,3 R = 76	Прошло 9 миллионов лет, нейтронная звезда остыла, ее вращение затормозилось, пульсар замолк, но тут вторая звезда раздувается, превращаясь в красный гигант
27,16 млн. лет		M1 = 1,4 M2 = 8,7 R = 38	Вновь начинается перетекание вещества, но лишь небольшая его часть падает на нейтронную звезду, в основном оно рассеивается в окружающем пространстве. За 30 тысяч лет звезды сближаются вдвое и
27,17 млн. лет	0	M = 4,0	нейтронная звезда оказывается в атмо- сфере продолжающего расширяться красного гиганта. Больше половины его вещества разбрасывается по окружаю- щему пространству, а нейтронная звезда тормозится и проваливается в его центр — образуется объект Торна — Житков
27,27 млн. лет		M = 4,0	Примерно за юо тысяч лет большая часть вещество постепенно оседает на нейтронную звезду, и в итоге она становится черной дырой

# Спектральные наблюдения некоторых двойных систем

0. Звезда *RY Per*,  $P = 6.8636^d$ , B5 + F6,

# D.M. Popper, 1989, ApJSS, v. 71, p. 595

VELOCITIES IN RY PERSEI, BLUE-VIOLET

**		P	Primary			
JD- 2440000	Phase	Hydrogena	Helium <sup>b</sup>	0-C	Secondary	o-c
2374.804	0.7580	30	52°	+ 14	- 184	0
2375.839	0.9088	28	7	- 9	- 105	- 1
2411.674		- 14	- 40	+ 8	121	+ 2
2437.731	0.9263	10	10	- 1	- 82	+ 5
2438.613	0.0548	- 14	- 37	- 8	51	0
2438.658	0.0614	- 14	- 45	- 15	59	+ 2
2470.657	0.7235		52 <sup>C</sup>	+ 14	- 190	- 9
2471.652	0.8685	8	20	- 5	- 131	+ 6
2673.029	0.2085	- 30	- 75	- 15	159	- 2
2702.928	0.5646	- 2	- 2	- 10	- 72	+ 6
2737.875	0.6563	2	29	1	- 161	- 7
2738.829		20	62 <sup>c</sup>	+ 26	- 164	+ 13
2765.713		8	55C	+ 18	- 183	- 4
2766.749		11	40	+ 14	- 141	0
2794.676		23	16	+ 7	- 84	- 3
2795.643		- 18	- 42	- 8	72	+ 3
2820.620		16	72 <sup>c</sup>	+ 35	- 180	- 1
2858.632		- 24	- 72	- 10	168	+ 1
3001.972		- 24	- 38	+ 11	127	+ 4
3002.989		- 29	- 40	+ 21	166	+ 3
3062.009		16	26	+ 4	- 122	+ 5
3090.812		- 16	- 34	+ 1	70	- 4
3120.769		- 12	- 26	+ 3	63	+ 10
3150.705		28	72°	+ 36	- 170	+ 4
3151.729		23d	46d	+ 43	- 47	+ 12
3356.005		5	54°C	+ 17	- 180	0
3440.891		- 26	- 37	0	81	+ 2
3558.625		- 24	- 66	- 4	162	- 4
3742.977		- 24	- 36	+ 4	92	+ 1
3796.935		54d	77 <b>d</b>	+ 76	- 41	+ 13
4121.236		- 23	- 56	+ 4	143	- 18
4122.027		- 29	- 60	- 3	156	+ 7
4150.932		- 6	2	+ 3	150	
4183.933		- 30	- 62	- 8	134	- 4
4210.801		- 37	- 56	+ 6	165	- 2
4242.732		17	5	- 10	- 109	- 6
4268.655		10	30	- 4	- 177	- 7
4509.998		17	40	+ 11	- 149	+ 2
4569.746		- 9		£ 11	- 80	- 13
4570.852		- 9	48°	+ 11	- 80 - 181	- 1
		7	27	+ 11	- 151 - 154	- 14
4597.756		- 30	- 65			
4855.965				- 3	166	- 1
4857.027		- 24	- 41	- 3		
4858.015		- 3	12	+ 7	100	+ 1
4978.729		- 28	- 50	+ 1	129	
5006.655		- 24	- 40	+ 20	162	+ 1
5007.692		- 28	- 50	. 0	129	+ 3
6364.924		- 25	- 36	+ 6	1/2	
6365.832	U-2380	- 34	- 72	- 10	163	- 3

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Mean of H8 through H11.
<sup>b</sup> Mean of λλ3819, 4026.
<sup>c</sup> Omitted in circular orbital solution.
<sup>d</sup> During eclipse. Not included in solutions.

# 1. Звезда *HD* 214686, $P = 21.701456^{\mathrm{d}}$ ,

### G. Vallerstein, C.L. Morbey, D.M. Popper, 1978, PASP, v. 90, p. 679

TABLE I RADIAL VELOCITIES OF HD 214686

Plate No.	Observer	<sup>JD</sup> @ 240000+	(km sec <sup>-1</sup> )	¥2 (km sec <sup>-1</sup> )
D 3263g	H. A. Abt	41492.946	+2.9	-75.5
Ce 22076	C. W.	42401.600	+34.0	-94.2
Ce 22082		42402.590	+48.1	-106.0
Ce 22099	•	42405.600	(sing	le lines)
Pc 14148		42587.970	-67.8	-7.0
Pc 14151	и .	42588.960	-63.7	-7.8
Pc 14257a	H. E. B.	42676.754	-59.6	-11.9
DAO 10166	G. W.	42678.770	-48.5	-25.1
D 5797	и	42738.610	-68.3	-5.8
Pc 14478a	н. Е. В.	42999.806	-68.5	-7.0
Pc 14480a		43000.899	-65.4	-7.7
Pc 14482b	11	43001.976	-61.1	-11.0
DAO 11641	C. L. M.	43359.838	-13.3	-61.3
Pc 14614b	H. E. B.	43382.818	(sing	(le lines)
Pc 14619b		43384.899	-61.0	-11.2
Pc 14621a		43385.915	-65.6	-5.9
DAO 11718	C. L. N.	43398.897	+12.5	-74.0
DAO 11727	•	43400.867	+39.9	-105.0
D 7447	C. A. Pilachowski	43487.604	+36.9	-116.2

Note: Telescopes and dispersions are as follows: Pc, Hale 5-meter, 9 Å am. 1; Ce, Mt. Wilson 2.5-meter, 10 Å mm. 1; D, Kitt Peak 2.1-meter, 13 Å mm. 1; and DAO, Dominion Astrophysical Observatory 1.22-meter, 6.5 Å mm. 1

# 1. Звезда *HD* 214686, продолжение

TABLE II Lick Observatory Spectrograms of HD 214686

Plate No.	JD <sub>@</sub>	y <sub>1</sub> (koas	0-C ec <sup>-1</sup> )	У <sub>2</sub> (koas	0-C ec <sup>-1</sup> )
EC 9097	40903.592	+12.9	-0.8	-85.8	+1.2
9170	40932.578	-61.2	-0.1	-10.9	+0.1
9183	40933.565	-66.0	0.0	- 6.5	-0.4
9562	41118.946	-18.5	~0.9	-55.4	-0.2
9910	41227.785	-11.2	+1.1	-61.2	-0.6
10111	41316.584	+28.7	+0.9	-103.2	-2.0
10115	41317.585	+40.6	+0.4	-114.4	-0.6
10678	41499.970	-69.4	+0.6	- 2.9	-0.8
*11069	41642.578	+37.2	+1.2	-106.1	+3.4
11078	41643.583	+36.7	-0.5	-109.9	+1.0
*11535	41881.938	+41.2	+1.1	-113.9	-0.2
11886	41966.718	+ 8.1	-0.4	-80.9	+0.8
11900	41967.747	+29.6	-0.5	-104.0	-0.4
13426	42619.925	+39.5	0.0	-113.1	0.0
13541	42671.879	-70.5	-0.5	- 3.2	-1.2
13626	42704.845	+13.6	-0.8	-88.7	-1.0
13695	42737.584	-67.7	+2.3	+ 1.4	+3.5
13739	42740.667	-64.2	0.0	- 8.8	-0.9
14289	42971.975	-56.7	+0.6	-14.6	+0.3
14409	43001.879	-63.2	-2.0	-12.1	-1.1
14558	43060.753	-68.9	-1.5	- 5.8	-1.2
14570	43061.748	-68.6	+0.8	- 0.9	+1.7

<sup>\* 1/2</sup> weight because of slightly soft focus,

# 2. Звезда *HD* 155989, $P = 122.56^{\rm d}$ , *G5III*

# R.F. Griffin, 1978, Observatory, v.98, p.158

		Radial	-velocity observ	ations of HI	D 155989	
	Date		M $j$ $D$	Velocity	Phase	(O-C)
			J	km/s		km/s
1973	Nov.	7.74	41993.74	+20.0	0.100	+1.0
1974	June	2.44*	42200.44	-21.4	1.795	-0.3
	July	21.96	249.96	+ 16.2	2.199	+1.3
		31.85	290.85	- 9.9	·533	<b>-0.7</b>
	Sept.	9.84	299·84 310·87	-11·9 -18·7	∙6o6 ∙696	+ 1·8 0·4
		20·87 21·84	311.84	-18·4	·704	+0.3
		22.82	312.82	- 17·6	.712	+1.4
		24.82	314.82	-20.8	.728	-1.5
		28.86	318.86	-19.4	•761	+1.5
	Oct.	13.82	333.82	-18.2	·884	-o·3
	Nov.	3.75	354.75	+14.2	3.024	-ı.o
		11.74	362.74	+10.1	.119	+0.1
1975	Mar.	4.19	42475'19	+12.6	4.037	-0.3
	Apr.		512.14	+ 3.7	.338	-0.7
		20.12	522.15	- 6.9 - 3.1	·420 ·502	+o·3
	May	30.13	532·10	- 0·9 - 9·8	.526	-1.0
	May	3·10 23·50*	555.20	-18.3	.692	-0.3
		31.06	563.06	-22.0	.754	-1.6
	June	6.02	569.02	-20.3	·803	+0.8
	<b>J</b>	7.02	570.02	-23.1	·811	-2.0
		8.01	571.01	-20.4	·819	$+ \circ \cdot 6$
		9.00	572.00	-21.3	·8 <b>2</b> 7	-o·3
		10.01	573.01	<b>— 18·3</b>	.835	+2.4
		12.07	575.07	-20.0	·852	+0.1
		18.04	581.04	-15.4	.901	+o·6
		21.00	584.00	-13.3	.925	1.0
		22.00	585·00 588·04	— 10·5	·933 ·958	+1.1 +0.3
	July	25·04 2·97	595.97	- 4·4 - 4·4	5.022	+0.4
	Aug.	3.97	595 97 6 <b>27</b> :97	+ 7.7	.284	-1.0
	TTUE.	6.89	630.89	+ 5.4	.307	-1.4
		25.92	649.92	- 4.3	•463	+0.3
		<b>26</b> ·88	650.88	- 3.2	.470	+1.6
		27.90	651.90	- 5.3	·4 <u>7</u> 9	+0.4
	_	28.87	652.87	<b>-</b> 5·4	·487	+o·8
	Oct.	27.76	712.76	- 3·2	.975	-2.0
1976	Mar.	1.18	42838.18	+ 4.8	6.999	+0.3
		23.11	891.11	— 1.0 ⊢14.0	7·431 8·221	+ 1·4 + 0·4
		28.96	987·96 991· <b>02</b>	+11.5	·246	o·5
	Aug.	1·02 15·91	43005.01	+ 2.3	.367	+0.1
		19.90	000.00	- 0.3	.400	0.0
	Sept.	27.80	o48·8o	-18.4	·7 <b>1</b> 7	+o·8
1977	Mar.	30.15	43232.12	+14.6	10.513	+0.4
	Apr.	2.12	235.15	+13.7	•238	+1.4
		18.08	251.08	+ i.o	•368	-1.3
	May	1.04	264.04	<b>-</b> 6⋅3	.473	— i.o
	T	29.01	292.01	-18·8	·702	-o.3
	June	2.04	296.04	20·2 22·4	·735 ·792	-0.4 -0.4
		9·04 11·04	303·04 305·04	-21·8	·808	-0·7
	July	2.97	326.97	+2.8	.987	+1.1
	Jury	15.95	339.95	+ 18.0	11.093	-0·6
		19.94	343.94	+18.0	125	-0.9
	Sept.	14.85	400.85	-12.1	.590	+ <b>0</b> •6
	-		Observed with 2	oo-inch teles	cope	

# 3. Звезда *HD* 159176, $P = 3.3666^{\rm d}$ , O7 + O7(V?, III?)W. Seggewiss, M. de Groot, 1976, AAp, v 51, p. 195

Table 1. Radial velocity data of HD 159176

Plate	JD (Hel)	Phase	Comp. A	Comp. A		
	2400000+		RV km s <sup>-1</sup>	0-C km s <sup>-1</sup>	RV km s <sup>-1</sup>	O-C km s <sup>-1</sup>
G 1448	40783.7418	0.3742	+163.5	+ 0.2	-127.6	+ 6.3
G 1458	40784.6647	0.6483	-160.6	- 1.6	+180.2	+ 2.6
G 1464	40786.6631	0.2419	+214.9	- 7.3	-186.9	+10.7
G 1468	40787.7055	0.5515	- 20.0	+ 3.3	+ 75.2	- 4.5
G 1541	40866.4870	0.9524	- 61.4	- 1.7	+ 59.0	- 4.9
G 1827a	41061.9234	0.0038	- 14.8	-22.9	-	
G 1991	41132.7230	0.0337	+ 56.5	+ 8.4	- 35.3	+ 5.2
G 1992a	41132.7388	0.0384	+ 68.1	+13.8	- 52.1	- 5.9
G 2009	41133.6485	0.3086	+205.4	- 5.2	-162.8	+18.9
G 2044	41140.4914	0.3412	+ 168.4	-23.5	-163.4	- 1.9
G 2430	41224.4570	0.2819	+217.9	- 1.8	-183.3	+ 9.0
G 4983	41906.7210	0.9380	- 77.5	+ 0.2	+ 92.7	+11.0
F 1087	41909.7874	0.8488	-187.2	-18.9	+174.5	+ 1.5
F 1095	41910.5918	0.0877	+116.2	+ 0.3	-110.2	- 5.9
F 1108	41911.6614	0.4054	+143.5	+ 9.8	-113.6	- 11.6
F 1112	41912.4641	0.6439	-166.2	-11.0	+173.1	- 1.2
F 1120	41912.7715	0.7352	-206.9	- 3.7	+207.7	- 6.8
F 1128	41913.4690	0.9424	- 83.1	-10.8	+ 58.0	-18.3
F 1134	41913.6797	0.0049	+ 41.2	+31.5	<b>- 49.6</b> ·	-46.1
F 1135	41913.6909	0.0083	+ 46.6	+ 32.4	- 26.2	-18.3
F 1148	41914.5147	0.2530	+227.4	+ 4.5	-201.2	- 3.8
F 1155	41914.6848	0.3035	+205.9	- 6.9	-186.4	- 2.3
F 1166	41915.4827	0.5405	- 47.0	- 8.0	+ 57.6	- 8.5
F 1177	41916.4711	0.8341	-186.7	- 8.1	+182.3	- 1.5
F 1186	41916.7524	0.9177	-119.7	-17.8	+114.5	- 8.9
G 4989	41917.4919	0.1373	+164.6	- 2.9	-165.4	-13.6
G 4993	41917.6379	0.1807	+204.3	+ 4.0	-184.4	- 3.6
G 4996	41917.6936	0.1972	+208.3	- 0.9	-186.6	+ 1.6
G 5008	41918.5104	0.4398	+ 86.0	- 7.5	- 49.3	+12.8
F 1198	41927.5034	0.1111	+ 148.3	+ 6.5	-133.3	- 5.0
F 1210	41929.4751	0.6967	- 186.9	+ 4.0	+189.5	-15.8
F 1211	41929.4841	0.6994	-198.4	- 6.3	+202.9	- 3.5
G 5032	41930.5249	0.0086	+ 18.6	+ 4.0	- 14.8	- 6.6
G 5039	41930.6348	0.0412	+ 62.0	+ 4.0	- 68.8	-19.1
G 5040	41930.6487	0.0453	+ 78.1	+ 14.7	_	_
F 1235	41931.6802	0.3517	+182.3	- 1.9	-156.3	- 2.9
F 1239	41933.4768	0.8854	-135.7	+ 0.7	+ 153.7	+13.4
F 1240	41933.4844	0.8876	-134.3	- 0.1	+171.9	+33.8
F 1250	41933.6790	0.9454	- 92.9	- 24.4	+109.0	-36.5
F 1251	41933.6868	0.9477	- 74.5	- 8.9	+111.9	+42.2
G 6871	42553.8014	0.1433	+163.2	- 9.6	-142.5	+14.0
G 6872a	42553.8142	0.1471	+172.9	- 3.2	- 169.9	-10.5
G 6879	42554.7733	0.4320	+116.8	+ 13.7	- 62.0	+ 9.6
G 6880a	42554.7935	0.4380	_		- 61.3	+ 3.0
G 6888	42555.6970	0.7064	-183.8	+11.3	+ 199.6	- 9.1
G 6889a	42555.7060	0.7090	- 199.8	- 3.7	+202.2	- 7.4
G 6912	42572.7501	0.7717	-186.3	+ 17.2	+209.1	- 3.1
G 6913a	42572.7633	0.7757	- 196.7	+ 6.2	+212.0	+ 0.7

Remarks B very high background due to baking tests C comparison spectrum weak

S stellar spectrum underexposed, but partly useful

# 4. Звезда HR 6940, $P = 503.4^d$ , G5

# G.A. Radford, R.F. Griffin, 1977, v. 97, p. 173

# Radial-velocity Observations of HR 6940

	Nac	imi-velocity Observ	various of 112	11 0940	
Date		MJ $D$	Velocity km/s	Phase	(O-C) $km/s$
1967 May	31.00	39641.09	+15.8	0.316	+1.0
1969 May	7.12	40348.12	<b>2</b> 6·9	1.621	-0.3
Sept.		467.83	41.5	·859	+0.4
~~F·	7.82	471.82	41.1	∙866	-0.3
	29.77	493.77	41.7	.910	0.0
1970 Mar.	22.22	40667-22	12.4	2.252	- r·8
	28.19	673.19	14.3	.267	+0.1
July	9.97	776.97	19.4	·473	-0.1
	11.97	778.97	19.5	·477	-0.1
	12.95	779:95	18.1	·479	-1.6
	21.96	788.96	20.0	•496	-o·5
	28.98	795.98	20.9	.510	-0.3
	31.88	<del>7</del> 98·88	21.6	.516	+0.1
Aug.		800.97	21.2	.20	-o·5
	9.92	807.92	22.6	·534	+0.3
	29.85	827.85	24.2	·574	-0.3
Sept.	4.86	833.86	25.8	·586	+0.7
1971 July	7.99	41139.99	14.8	3.194	-o·7
- 9/- 3	17.93	149.93	14.4	.214	-o·5
	24.98	156.98	13.0	·228	-1.6
Aug.	4.96	167.96	13.6	· <b>2</b> 49	-0.7
1972 Apr.	9.17	41416.17	34.6	3.742	-0.3
	25.15	432.12	36.3	.774	-o·5
July	14.98	512.98	41.3	.932	+ 0.3
	29.94	527.94	38.2	·964	-o·5
1973 Mar.	30.19	41771.19	18.4	4.448	0.0
	26.12	798.12	20.1	.201	-o.e
May	23.08	825.08	22·I	.555	-1.3
	30.94*	893.94	31.8:	.691	+ 0.3
Aug.	14.89	908.89	33.5	.721	-0.3
_	22.92	916.92	34.9	.737	+0.2
Sept.	11.85	936.85	37.6	.777	+0.6
	22.83	947.83	39.2	.798	+1.2
Oct.	18.78	973.78	41.6	·850	+o·8
1974 Mar.	17.22	42123.22	18.2	5.147	+0.2
	22.08	189.08	14.2	.278	+0.3
	6.99	234.99	18.1	•369	+2.4
	10.01	247.01	18.2	.393	+2.1
	27.97	255.97	18.3	411	+1.3
Aug.		<b>264</b> ·96	16.2	·4 <b>2</b> 8	-1.3
O	17:94	276.94	18.5	.452	-0.1
	27.87	286.87	19.4	.472	0.0
Sept.	9.86	299.86	23.4	·498	+2.8
-	20.83	310.83	20.3	.520	-1.3
	28.82	318.82	23.9	.235	+1.5
1975 May	3.12	42535.12	40.4	5.965	+1.4
- 9/33	22.20	554.20	33.6	6.004	-1.3
June		571.03	29.6	.036	-0.9
,	18.04	581.04	28.3	∙056	+o·6
	•		-	_	

<sup>\*</sup>Given half-weight in solution. †Observed with 200-inch telescope.

# 4. Звезда *HR* 6940, продолжение Тавье I (contd.)

	Table I	(contd.)		
Date	$M \mathcal{J} D$	$Velocity \ km/s$	Phase	(O-C) $km/s$
1975 June 22·01	42585·01	28·2	6·064	+ 1·5
25·05	588·05	26·7	·070	+ 0·8
July 2·99	595·99	24·0	·086	+ 0·1
Aug. 2·95	626·95	18·2	·147	+ 0·2
24·92	648·92	14·6	·191	- 1·0
26·90	650·90	16·5	·195	+ 1·1
Oct. 30.73	715·73	14·6	·324	+0·2
Nov. 3.72	719·72	15·1	·332	
1976 Apr. 23·15 May 4·10 June 7·04 July 21·95 28·98 Aug. 15·92 20·87 Sept. 18·84 26·82 Oct. 4·80	42891·15	29.5	6·672	-0·8
	902·10	30.7	·694	-1·0
	936·04	35.7	·761	-0·3
	980·95	40.7	·851	-0·2
	987·98	41.9	·865	+0·6
	43005·92	42.0	·900	+0·2
	010·87	39.4	·910	-2·3
	039·84	39.4	·968	+0·6
	047·82	38.2	·984	+1·0
	055·80	+34.6	·999	-0·8
1	- 33	1 24 0	799	•

5. Звезда *HD* 224355, *P* = 12.1562<sup>d</sup>, *M. Imbert*, 1977, *AApSS*, v. 29, p. 407

		T (TT+240000)		Compo	osante A	Compo	sante B
		T <sub>1</sub> (JJ+2400000)	φ <sub>i</sub>	v <sub>i</sub>	Ri	v <sub>i</sub>	R <sub>i</sub>
1		22162,978	0,358	-45,6	0,26	71,3	4,21
2		22178,966	4,190	62,6	-1,26	-42,6	1,32
3		22247,778	0,065	-57,6	4,52	82,7	-0,83
4		23078,599	4,268	70,8	7,10	-43,2	0,56
5		23085,622	11,291	-76,0	1,90	101,3	1,80
6		23086,691	0,203	-53,3	1,60	76,2	-0,03
7		23259,640	2,966	59,6	0,39	-38,3	0,91
8		23264,949	8,275	11,7	0,75		
9		23267,965	11,291	-74,8	3,11	106,4	6,89
10		23274,992	6,162	52,5	3,72	-25,0	3,66
11		23279,976	11,146	-76,8	-1,24	100,2	3,08
12		23295,878	2,736	59,2	2,92	-35,4	0,85
13		23299,854	6,712	40,3	-0,82	-25,4	-4,48
14		23300,016	6,874	34,0	-4,58	-26,2	-7,84
15		23305,876	0,578	-32,0	-0,03	53,8	0,77
16		23307,827	2,529	56,9	4,02	-33,1	-0,28
17		23308,897	3,599	73,0	9,47	<b>-4</b> 1,3	2,28
18		23311,895	6,597	52,0	9,15	-16,2	6,46
19		23314,879	9,581	-27,1	-1,22	51,1	4,24
20		23316,849	11,551	-78,1	1,28	102,8	1,80
21		23328,855	11,400	-73,4	5,60	105,0	4,38
22		23333,817	4,206	67,8	3,96	-48,8	-4,90
23		23337,808	8,197	9,8	-2,97		
24		23364,744	10,821	-66,4	1,08	90,7	1,74
25		23370,662	4,583	62,5	-0,10	-37,8	4,85
26		23379,649	1,414	9,0	-8,24		
27	w876	37513,458	9,773	-36,1	-3,85	53,0	-0,30
28	W882	37514,569	10,884	-67,8	1,47	90,0	-0,76
29	₩887	37516,608	0,767	-17,3	2,45	45,1	4,43
30	W892	37517,567	1,726	31,9	1,19	-10,7	-0,31
31	<b>W8</b> 99	37518,560	2,719	54,3	-1,72	-33,6	2,39
32	W901	37519,574	3,733	61,9	-1,96	-44,0	-0,06
33	W910	37520,551	4,710	59,2	-2,79	-39,8	2,23
34	W913	37521,477	5,636	49,4	-5,37	-33,2	1,53
35	W924	37525,522	9,681	-31,4	-2,23	47,3	-2,88
36	W930	37527,564	11,723	-78,4	-0,38	98,7	-0,90
37	W942	37529,532	1,535	23,9	1,07	-3,8	-1,39
38	W946	37530,574	2,577	50,8	-2,93	-36,9	-3,22
39	W948	37531,572	3,575	64,3	0,85	-44,9	-1,39
40	W950	37532,595	4,598	65,7	3,15	-42,7	-0,10
41	W954	37534,517	6,520	43,2	<b>-0,</b> 75	-23,4	0,39
42	W961	37535,528	7,531	30,8	3,81	-8,2	-1,58
43	W968	37537,535	9,538	-23,5	0,97	45,2	-0,24
44	W3130	39337,601	10,493	-61,7	-4,65	74,3	-4,08

6. Звезда  $HD153720, P=11.0115^d, F0,$  J.F. Heard, R.J. Hurkens, 1975, JRASC, v. 69, p. 25

#### RADIAL VELOCITY OBSERVATIONS OF HD 153720

J.D.	Phase	$V_1$	O <sub>1</sub> -C <sub>1</sub>	$V_2$	O <sub>2</sub> -C <sub>2</sub>
2441012.918	0.475	-36.0	-0.7	+6.5	-1.7
1028.844	0.921				
1033.878	0.378				
1035.920	0.564	-50.7	-0.5	+22.1	-1.2
1036.793	0.643	-59.6	+1.3	+33.3	-0.8
1041.817	0.099	+69.8	-1.0	-99.0	-0.2
1045.863	0.467	-34.7	-0.9	+6.7	0.0
1046.771	0.549	-48.9	-0.9	+19.1	-2.0
1049.702	0.815	-66.1	+1.0	+40.0	-0.4
1056.651	0.446	-25.4	+4.5	+2.5	-0.3
1057.645	0.537	-46.2	-0.2	+18.0	-1.1
.856	0.556	-49.7	-0.7	+22.9	+0.8
1068.730	0.543	-48.3	-1.2	+19.3	-0.8
1076.697	0.267	+14.0	0.0	-41.5	0.0
.849	0.281	+9.5	-0.4	-37.2	+0.2
1080.692	0.630	-57.7	+1.6	+32.9	+0.5
1088.722	0.359				
1100.593	0.437				
1109.588	0.254	+15.6	-2.4	-45.8	-0.3
1111.663	0.442				
1112.650	0.532	-45.9	-0.7	+18.6	+0.3
1113.620	0.620	-57.3	+0.8	+32.8	+1.6
.774	0.634	-58.4	+1.4	+33.7	+0.7
1195.545	0.060	+74.3	-1.1	-104.9	-1.4
1196.560	0.152	+53.3	-0.1	-80.9	+0.4
1723.961	0.048	+73.8	+0.2	-100.6	+1.1
1764.893	0.765	-67.8	+1.7	+44.5	+1.8
1785.903	0.673	-66.6	-2.5	+37.2	-0.1
1798.828	0.846	-60.5	+1.7	+35.8	+0.4
1880.619	0.275	+11.1	-0.6	-39.7	-0.5
1944.523	0.078	+77.4	+2.5	-101.7	+1.2
2034.978	0.293	+5.2	-1.3	-33.6	+0.3
2105.947	0.738	-69.9	-1.1	+43.5	+1.5
2145.815	0.358	07.7	1.1	1 13.3	11.5
2153.768	0.080	+75.4	+0.9	-103.5	-0.9
2168.776	0.443	73.4	10.5	103.3	0.5
2175.674	0.070	+76.3	+0.8	-102.7	+0.9
2188.705	0.253	+19.0	+0.8	-47.6	-1.8
2189.733	0.233	T19.0	+0.6	-47.0	-1.0
2195.755	0.893	-46.7	-0.8	+16.7	-2.2
2203.690	0.614	-46.7	-0.6 + 0.6	+31.4	-2.2 + 1.0
2205.736	0.814	-36.7 $-68.1$	+0.6 +0.4		+1.0 +0.1
2222.609		-08.1	+0.4	+41.8	+0.1
2222.609	0.332	116.4	. 0. 7	42.4	
	0.970	+16.4	+0.7	-42.4 $-37.8$	+0.9
2240.611	0.967	+11.6	-1.2		+2.5
.815	0.985	+31.4	0.0	-60.2	-1.1

7. Звезда TW And,  $P = 4.12276^d$ , D.M. Popper, 1989, ApJSS, v. 71, p. 595

#### VELOCITIES IN TW ANDROMEDAE, D LINES

JD- 2,440,000	Phase	Primary	0 - C	Secondary	o-c	
2375.797	0.8678			- 145	+6	
2375.810				-155	-6	
2672.827		-38.6	-8.4	-114	+5	
2704.767	0.6614	-20.3	-0.2	-168	-2	
2737.755	0.6628	-20.3	-0.3	-170	- 3	
2738.647	0.8792	-20.6	+4.4	-151	-7	
2739.651	0.1227	-67.1	-0.4			
2740.764	0.3927	-65.6	-1.1			
2766.596	0.6584	-21.2	-0.8	-165	0	
2795.584	0.6896			-181	-4	
2795.608	0.6954	-19.9	-2.6	-182	-3	
3002.024	0.7628	-16.6	-0.9	-184	+3	
3120.629	0.5312	-42.3	-2.5			
3409.800	0.6713	-20.1	-0.9	-171	-1	
3411.922	0.1860	-73.2	+0.2	84	+3	
3440.825	0.1966	-71.2	+2.9	87	+2	
3768.911	0.7758	-10.5	+ 5.5	-177	+8	
3795.788	0.2950	- 75.5	-0.9	84	-3	
4121.993	0.4180	- 59.6	+ 0.9			
4151.868	0.6643	-17.9	+2.0	-168	-1	
4182.808	0.1690	-71.5	+0.5	71	-4	
4242.666	0.6879			-179	-2	
4475.917	0.2643	-80.0	-4.3	98	+6	
4508.887	0.2614	<b>-75.6</b>	+0.1	93	+1	
4510.830	0.7327	-20.2	-4.4	-181	+ 5	
4537.815	0.2781	-72.8	+2.5	86	-4	
4570.768		-74.0	+1.5	90	-1	
4597.623	0.7848	-12.8	+3.5	-183	+1	
4894.881	0.8865	-23.6	+2.4	-138	+1	
5341.854	0.8584	- 21.5	+0.8	-157	-1	

# 8. Звезда $\zeta$ *Phe*, $P=1.66977^d$ , B6V+B8V *D.M. Popper*, 1989, *ApJSS*, v. 71, p. 595

Table 3. Radial velocity observations of  $\zeta$  Phe

Plate HJD		Phase	Comp.	Α	Comp.	В	(O-C)		3rd (	Cmr
No	-2 400 000		Vel	n	Ve1	n	Pr	Sec	V+1	_
9729	43788. 7201	0. 6248	107. 9	7	-141.1	2	-2. 2	-9. 6		
9730	43788, 8475	0. 7011	136.0	8	-187.7	3	-6. 6	-6.2	-10. 2	
9731	43788. 8597	0. 7084	137. 8	В	-184. 4	3	-4. 5	-o. 3	5. 1	
9732	43789. 6141	0.1602	-98. 2	В	188. 5	3	-4. 3	5. <u>6</u>		
9734	43789. 6517	0. 1828	-103. 8	8	198. 4	3	-1.1	2.0	19. 6	
9736	43789, 7259	0. 2272	-113. 2	В	216. 8	3	-0.3	4. 6	40. 9	
9738	43789. <del>8</del> 040	0. 2740	-111.8	8	209. 0	3	1.0	<b>-3.</b> 0	28. 8	
9740	43789. 8333	0. 2915	-107. 0	8	208. 1	3	0.8	0.7	22. 6	
9742	43790, 5789	0.7380	150.0	В	-172. 4	3	1.6	~2.0	-6. 1	
9744	43790. 6082	0. 7556	150.0	8	-190.0	3	1.4	0. 9	-18. 8	
9745	43790. 6448	0. 7775	146. 9	8	-191. 4	3	0.1	-3.4	-16. 5	
9746	43790, 7010	0.8112	140. B	8	-179. 6	3	1.7	-3.4	-19. 5	
9747	43790, 7610	0.8471	125. 5	8	-156. 5	3	0.5	-2.0	-9.0	
9750	43790. 7943	0.8670	117.0	8	-140. 1	2	4. 3	-1.5		
9751	43791, 5271	0. 3059	-106. 2	9	203. 6	3	0.1	1.7	31.8	
9752	43791, 5613	0. 3264	-98, B	8	197. 1	3	0.6	5. 7	47. 2	
9753	43791. 5984	0. 3486	-86. 7	8	171. 0	3	1.1	-5. A	55. 4	
9754	43791. 6433	0. 3755	-73. 5	8	158. 2	3	2.0	3.8	40. 4	
9755	43791.6790	0. 3969	-65. 4	8	128. 1	2	-3.2	-5. B		
9758	43793, 7385	0. 6303	121.8	7	-142. 1	2	8.6	~5. B	~23. 2	
9759	43793, 7609	0. 6437	115. B	8	-138. 4	2	-4.7	9. 1	-B. 4	
9760	43793, 7946	0. 6639	128. 9	8	-157. 3	2	-1.0	4.8	-19.4	
9762	43793. 8181	0. 6779	131. 9	8	-161. B	3	-3. 6	B. B	2. 1	
9763	43793. 8728	0.7107	148. 3	8	-179. 8	3	3.6	5. 1	-18.4	
9765	43793. 8942	0. 7235	149. 1	8	-183. 1	2	2.2	5. 1	-13. 1	
9767	43794. 5685	0. 1274	-7 <b>9</b> . 6	8	154. 3	3	-2. 5	-2. 7		
9768	43794. 6081	0. 1511	-87. <del>9</del>	8	177. 1	3	1.8	0. B	38. 8	
9770	43794. 6672	0. 1865	-106. 0	8	191. 3	3	-2.0	-7. 0	34. 2	
9771	43794. 7165	0. 2160	-111.7	8	211.7	3	-0.4	2. 1	33. 9	
9772	43794. 7687	0. 2472	-112. 7	8	214.7	3	1.6	0. 5	30. 9	
9774	43794, 7907	0. 2604	-110.7	8	210.6	3	3.3	-3, 2	38, 5	