

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
Кафедра астрономии и космической геодезии

БИКМАЕВ И.Ф., ШИМАНСКИЙ В.В.

СФЕРИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

Учебное пособие

Казань – 2015

УДК 521.91-95
ББК В22

*Принято на заседании кафедры астрономии и космической геодезии
Протокол № 12 от 15 мая 2015 года*

Рецензент:

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник Института астрономии РАН
Н.С. Бахтигараев

Бикмаев И.Ф., Шиманский В.В.
Сферическая астрономия (Учебное пособие)

И.Ф. Бикмаев, В.В.Шиманский. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 130 с.

В пособии излагаются основы сферической астрономии, исходя из видимого расположения и движения светил на небесной сфере, для наблюдателя, находящегося на поверхности Земли.

Решаются задачи о выборе целесообразных систем сферических координат, систем счета времени, рассматриваются явления суточного вращения небесной сферы, разрабатываются способы исправления значений координат от искажающих влияний: изменений самих координатных систем со временем, суточного вращения Земли и ее годичного обращения вокруг Солнца, земной атмосферы.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности “Астрономия”, бакалавриата по направлению “Геодезия и дистанционное зондирование Земли”, а также бакалавриатов смежных направлений подготовки

© Бикмаев И.Ф., Шиманский В.В., 2015

© Казанский университет, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ	СТР.
ВВЕДЕНИЕ	6
ЧАСТЬ 1. Системы сферических координат и шкалы времени	7
ГЛАВА 1. Элементы сферической тригонометрии	7
1.1. Понятие о сферической геометрии и тригонометрии	7
1.2. Свойства сферических треугольников	10
1.3. Основные формулы сферических треугольников	12
1.4. Формулы для прямоугольных сферических треугольников	15
1.5. Малые и узкие сферические треугольники	17
1.6. Контрольные вопросы и упражнения к главе 1	19
ГЛАВА 2. Системы сферических координат	20
2.1. Понятие о сферических координатах	20
2.2. Основные круги и точки на небесной сфере	21
2.3. Горизонтальная система координат	24
2.4. Экваториальные системы координат	25
2.5. Эклиптическая система координат	26
2.6. Географическая система координат	27
2.7. Изменяемость географических долгот и широт	29
2.8. Связь небесных координат с географическими	31
2.9. Связи между небесными системами координат	33
2.10. Контрольные вопросы и упражнения к главе 2	36
ГЛАВА 3. Измерение времени	37
3.1. Понятие об измерении времени	37
3.2. Шкала звездного времени	38
3.3. Шкала истинного солнечного времени	39
3.4. Шкала среднего солнечного времени	40
3.5. Часовые пояса, линия смены даты	43
3.6. Тропический год, прямое восхождение среднего Солнца	46
3.7. Календарь, юлианские дни и эпохи	47
3.8. Связи между шкалами звездного и среднего солнечного времени	49
3.9. Шкалы всемирного времени	51
3.10. Шкалы эфемеридного времени	52
3.11. Шкалы атомного времени	55

3.12. Шкалы динамического времени	57
3.13. Контрольные вопросы и упражнения к главе 3	58
ГЛАВА 4. Явления суточного вращения небесной сферы	60
4.1. Основные формулы параллактического треугольника	60
4.2. Кульминации светил	60
4.3. Прохождения светил через первый вертикал	63
4.4. Светила в элонгациях	63
4.5. Восход и заход светил	64
4.6. Восходы и заходы Солнца	65
4.7. Сумерки, белые ночи	67
4.8. Сводка формул	68
4.9. Контрольные вопросы и упражнения к главе 4	69
ЧАСТЬ 2. Учет факторов, изменяющих значения координат	71
ГЛАВА 5. Прецессия и нутация	71
5.1. Кинематическая схема прецессии	71
5.2. Скорость изменения экваториальных координат из-за прецессии	76
5.3. Влияние прецессии на экваториальные координаты светил	77
5.4. Понятие о нутации	82
5.5. Влияние нутации на экваториальные координаты светил	85
5.6. Уточнение понятия шкалы звездного времени	87
5.7. Контрольные вопросы и упражнения к главе 5	88
ГЛАВА 6. Аберрация	89
6.1. Понятие об аберрации света	89
6.2. Аберрационные смещения светил в произвольной системе координат	91
6.3. Влияние суточной аберрации на горизонтальные и экваториальные координаты светил	92
6.4. Влияние годичной аберрации на экваториальные координаты светил	93
6.5. Фигуры, описываемые звездами на небесной сфере под влиянием годичной аберрации	96
6.6. Вековая аберрация светил	97
6.7. Годичная аберрация планет	98
6.8. Контрольные вопросы и упражнения к главе 6	99
ГЛАВА 7. Параллакс	101
7.1. Понятие о параллактическом смещении и параллаксе	101
7.2. Параллактические смещения светил в произвольной системе координат	105

7.3. Суточные параллактические смещения светил в горизонтальной и экваториальной системе координат	106
7.4. Годичные параллактические смещения светил в экваториальной системе координат	108
7.5. Фигура, описываемая звездой на небесной сфере под влиянием годичного параллактического смещения	109
7.6. Гравитационное смещение светил	110
7.7. Контрольные вопросы и упражнения к главе 7	112
ГЛАВА 8. Астрономическая рефракция	113
8.1. Понятие об астрономической рефракции	113
8.2. Простейшая формула рефракции	115
8.3. Вывод интеграла рефракции	116
8.4. Влияние рефракции на экваториальные координаты светил	119
8.5. Понятие о вычислении рефракции для светил, обладающих заметным суточным параллаксом	120
8.6. Контрольные вопросы и упражнения к главе 8	122
ГЛАВА 9. Редукции координат светил	123
9.1. Приведение экваториальных координат светил на видимое место	123
9.2. Понятие об определении экваториальных координат, светил из наблюдений	127
9.3. Понятие о системе астрономических постоянных	128
9.4. Контрольные вопросы и упражнения к главе 9	130
Список принятых сокращений	130

ВВЕДЕНИЕ

Сферическая астрономия - это раздел астрометрии, в котором рассматриваются математические методы решения задач, связанных с изучением видимых расположений и движений светил на небесной сфере. Небесной сферой (НС) называется воображаемая сфера (произвольного радиуса и с центром в произвольной точке пространства), на поверхности которой нанесены положения светил так, как они видны на небе в некоторый момент времени из некоторого реального или воображаемого места наблюдения. Представление о НС возникло в глубокой древности под влиянием зрительного впечатления о существовании куполообразного небесного свода, к поверхности которого прикреплены все светила. С развитием науки такой взгляд на НС отпал, как несоответствующий реальности. Геометрия же НС в результате многовекового развития стала весьма плодотворным математическим способом (Глава 1) решения астрономических задач. Материальной моделью НС является небесный глобус. Нужно только помнить, что небесный глобус и нарисованную НС мы обзираем снаружи, в действительности же наблюдатель всегда находится внутри - в центре кажущегося небосвода. Поэтому надо уметь мысленно переноситься и внутрь НС. Этому помогает другая материализованная модель НС - купол планетария. Казанский федеральный университет - единственный российский университет, который имеет свой собственный Планетарий (находящийся на территории Астрономической обсерватории им. В.П.Энгельгардта в 25 км от Казани). Занятия в Планетарии в рамках курса сферической астрономии позволяют студентам наглядно представить модель небесной сферы и принципы измерений сферических координат и их изменений со временем. Сферическую астрономию можно определить как науку о принципах выбора систем сферических координат и шкал времени, об учете изменений координат светил и самих координатных систем, зависящих от времени, положения и движения наблюдателя.

ЧАСТЬ I. СИСТЕМЫ СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ И ШКАЛЫ ВРЕМЕНИ

ГЛАВА 1. ЭЛЕМЕНТЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ТРИГОНОМЕТРИИ

1. 1. Понятие о сферической тригонометрии

Сферическая тригонометрия - это раздел сферической геометрии, в котором изучаются свойства сферических треугольников и методы их решения. Она возникла и развивалась из потребностей астрономии. Геометрия и тригонометрия на сфере имеют много общего с планиметрией и обычной тригонометрией. Однако есть и существенные различия. Главное из них состоит в том, что плоскость бесконечна, а поверхность сферы конечна. Роль прямых на сфере выполняют дуги больших кругов (БК). Круг называется большим, если его плоскость проходит через центр сферы, все другие круги малые (рис.1.1). В дальнейшем, если это не оговорено особо, будем рассматривать только большие круги. Дуга большого круга, является кратчайшим расстоянием между двумя точками на сфере. Прямая, проходящая через центр сферы перпендикулярно к плоскости большого круга, пересекается с поверхностью сферы в двух точках F и F' , называемых полюсами данного большого круга. Полюса отстоят от любой точки большого круга на четверть окружности. Через любые две точки на сфере, если они не являются диаметрально противоположными, можно провести только один БК.

Параллельных больших кругов не существует: 2 больших круга пересекаются в двух диаметрально противоположных точках и образуют на сфере 4 сферических двуугольника. Плоскости малых кругов могут быть и параллельными.

Три больших круга, не пересекающихся в одной паре диаметрально противоположных точек, образуют на сфере 8 сферических треугольников.

По элементам одного из них нетрудно определить и элементы всех остальных. Поэтому, по предложению Эйлера, принято рассматривать только тот треугольник, все стороны которого меньше половины большого круга. Такой треугольник называется эйлеровым. Дуги двух больших кругов AC и BC (рис. 1.2), пересекаясь в точке C , образуют сферический угол $C = ACB$, а точка C называется его вершиной.

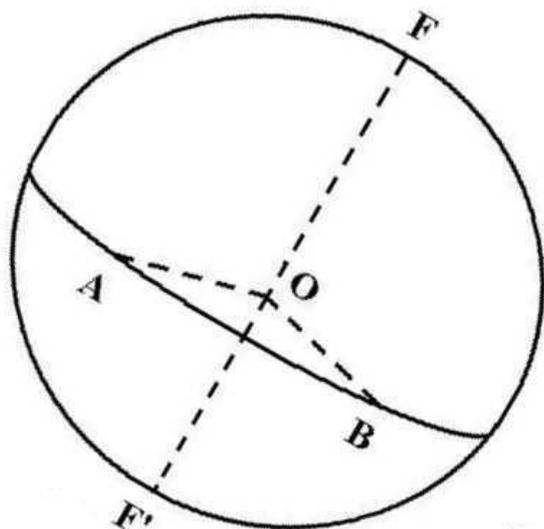


Рис. 1.1.

Величина сферического угла измеряется углом между касательными KC и MC к его сторонам в точке C . Нетрудно доказать, что сферический угол C измеряется также заключенной между его сторонами дугой DE , для которой точка C является полюсом, то есть сферический угол C и соответствующий ему двугранный угол между плоскостями COD и COE имеют одну и ту же меру. Полезно отметить, что смежные сферические углы равны в сумме двум прямым и что сферический перпендикуляр к данной дуге большого круга проходит через её полюс. Для измерения дуг и углов применяются: градусная мера, часовая (когда вычисления связаны с вращением Земли и счётом времени) и радианная (в теории). Напомним, что радиан - это угол при центре окружности, соответствующий её дуге длиной в один радиус.

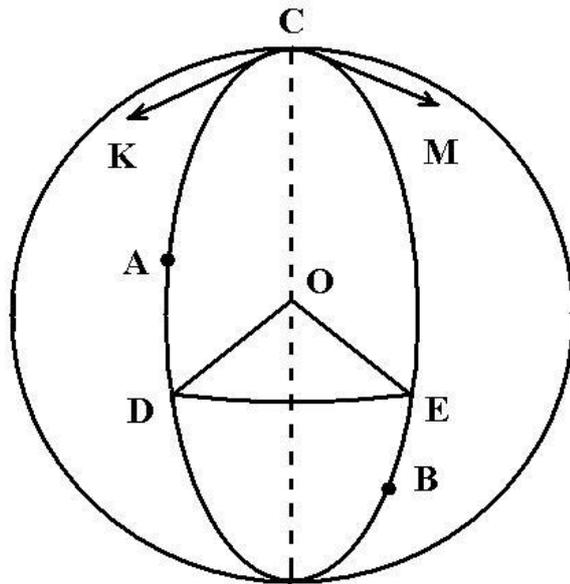


Рис. 1.2.

Полная окружность, которая, как известно, делится на 360° , содержит 2π радиан и, следовательно,

$$1 \text{ радиан} = 57^\circ.29578 = 3437' . 7468 = 206264'' . 80625$$

Вычисления синусов, косинусов и тангенсов дуг или углов на микрокалькуляторах и ЭВМ может производиться с помощью рядов:

$$\sin X = X - \frac{X^3}{3!} + \frac{X^5}{5!} - \frac{X^7}{7!} + \dots$$

$$\cos X = 1 - \frac{X^2}{2!} + \frac{X^4}{4!} - \frac{X^6}{6!} + \dots$$

$$\operatorname{tg} X = X + \frac{X^3}{1 \cdot 3} + \frac{2 X^5}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{17 X^7}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots$$

Под знаком тригонометрической функции допустимо использование аргумента X в любых единицах, но справа в этих формулах он должен быть выражен в радианах. В астрономии часто используются малые углы. В таких случаях всеми членами рядов, кроме первых можно пренебречь и тогда

$$\sin X = X, \operatorname{tg} X = X, \cos x = 1 \quad (1.1)$$

Например, с точностью, превосходящей все мыслимые потребности

$$\sin 1'' = 1'' / 206264'' \cdot 806 \quad (1.2)$$

а в других случаях с контролируемой точностью

$$\sin X'' = X'' / 206264'' \cdot 806 = X'' \sin 1'' \quad (1.3)$$

1.2. Свойства сферических треугольников

Рассмотрим сначала свойства взаимно полярных сферических треугольников.

Два сферических треугольника называются взаимно полярными, если вершины каждого из них являются полюсами для противоположащих им сторон другого треугольника. Будем обозначать вершины и углы при них большими буквами A, B, C , а противоположащие им стороны малыми буквами a, b, c . Продолжим на рис.1.3, где изображены 2 взаимно полярных треугольника, стороны AC и AB меньшего из них до пересечения в точках K и M со стороной BC' большего. По условию $AK = AM = 90^\circ$, а $KM = A$.

А так как и $C'M = KB' = 90^\circ$ то $B'C' = a' = C'K + KB' = (C'M - KM) + KB'$ и, таким образом, $a' = 180^\circ - A$, откуда $A + a' = 180^\circ$. Такое же равенство можно доказать относительно любой стороны каждого из этих треугольников. В итоге мы получим следующие равенства;

$$\begin{aligned} A + a' &= 180^\circ & a + A' &= 180^\circ \\ B + b' &= 180^\circ & b + B' &= 180^\circ \\ C + c' &= 180^\circ & c + C' &= 180^\circ \end{aligned} \quad (1.4)$$

Сформулируем теперь условия существования сферического треугольника. В эйлеровом сферическом треугольнике: 1. Любая сторона меньше суммы, но больше разности двух других сторон.

2. Сумма сторон больше 0° , но меньше 360° . 3. Сумма углов больше 180° , но меньше 540° (Сложив первый столбец формул (1.4),

получим $A + B + C = 540^\circ - (a' + b' + c')$, откуда, на основании пункта 2, и получим это утверждение. Разность $A + B + C - 180^\circ = \varepsilon$ называется

сферическим избытком). 4. Сумма двух углов минус третий всегда меньше 180° .

Полезны и некоторые соотношения между углами и сторонами.

1. Против большего, равного или меньшего угла (стороны) лежит большая, равная или меньшая сторона (угол).

2. Если разность двух сторон (углов) больше, равна или меньше нуля, то и разность противолежащих им углов (сторон) больше, равна или меньше нуля.

3. Если сумма двух сторон (углов) больше, равна или меньше 180° , то и сумма противолежащих им углов (сторон) больше, равна или меньше 180° .

Сферические треугольники равны, если в них соответственно одинаковы: 1) по две стороны и угол между ними; 2) по 2 угла с общей для них стороной; 3). все стороны ; 4). все углы.

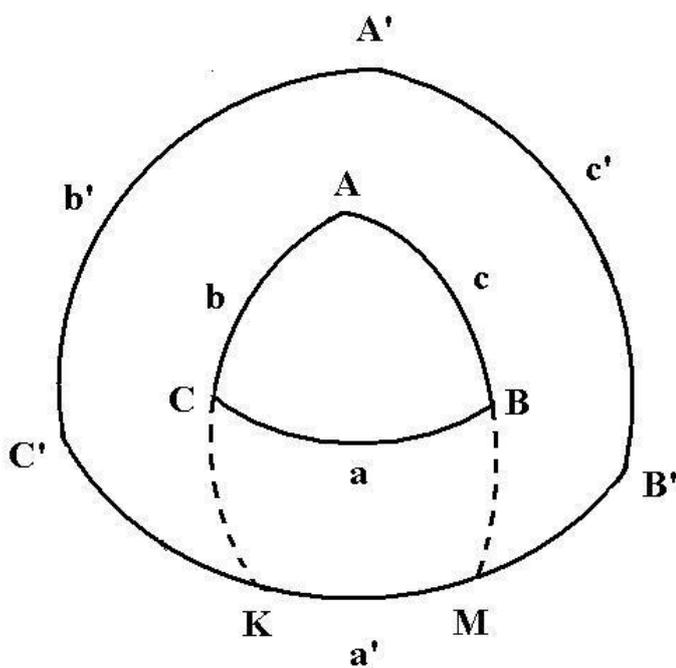


Рис. 1.3.

Пункты 1), 2), 3) справедливы и для планиметрии, пункт 4) - только в сферической геометрии. Здесь он заменяет подобные треугольники: в сферической геометрии подобных треугольников не бывает, могут быть треугольники только равные или симметричные (это равные треугольники, элементы которых расположены так, что никакими перемещениями их совместить нельзя).

1.3. Основные формулы сферических треугольников

Пусть ABC (рис. 1.4) эйлеров сферический треугольник, расположенный на сфере с радиусом $R = AO = BO = CO = 1$, в котором

$$a = BC = \text{BOC}, \quad A = \text{BAC}$$

$$b = AC = \text{AOC}, \quad B = \text{ABC}$$

$$c = AB = \text{AOB}, \quad C = \text{BCA}$$

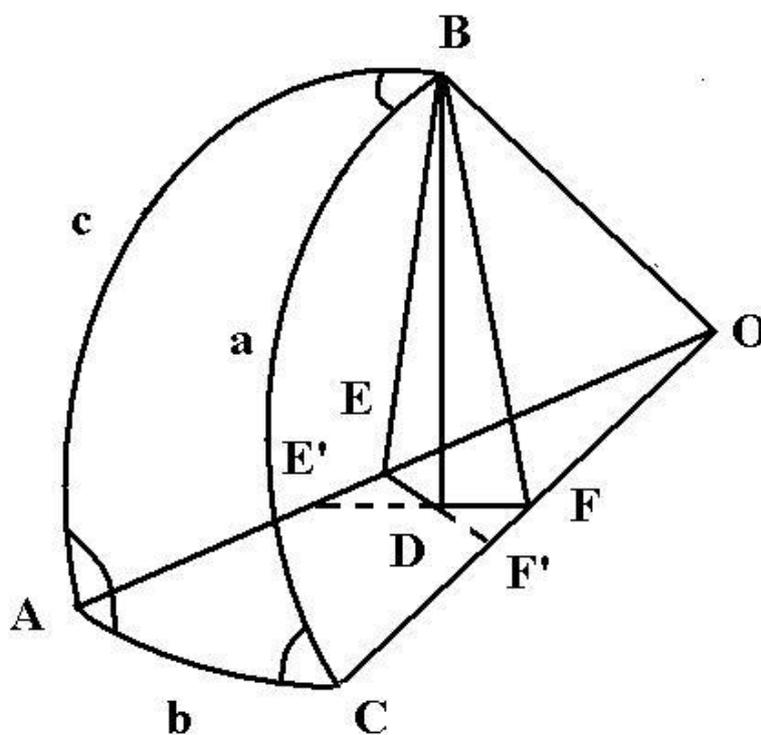


Рис. 1.4.

Опустим из точки В на плоскость АОС перпендикуляр ВD и проведем через него плоскости ВDE и ВDF, перпендикулярные соответственно к прямым АО и СО. Тогда будем иметь

$$DE \perp AO, BE \perp AO, A = \angle BED \text{ и } DF \perp CO, BF \perp CO, C = \angle BFD$$

и, таким образом, - 3 -

$$OF = \cos a, BF = \sin a, DF = BF \cdot \cos C = \sin a \cdot \cos C,$$

$$OE = \cos c, BE = \sin c, DE = BE \cdot \cos A = \sin c \cdot \cos A.$$

Рассмотрим замкнутую фигуру OEDFO и пусть в ней OEDF-ломаная, а OF - её замыкающая. Спроектируем ломаную и её замыкающую на направление ОС. На основании теоремы, о том, что проекция ломаной на некоторое направление равна проекции замыкающей:

$$\text{Пр}_{OC} OF = \text{Пр}_{OC} OE + \text{Пр}_{OC} ED + \text{Пр}_{OC} DF.$$

Подставим значения проекций:

$$\text{Пр}_{OC} OF = \cos a, \text{Пр}_{OC} OE = OE \cdot \cos b \cdot \cos c \cdot \cos b,$$

$$\text{Пр}_{OC} ED = ED \cos \angle EF'O, \text{Пр}_{OC} DF = 0 \text{ (по условию),}$$

а так как $\triangle OEF'$ угол $\angle EF'O = 180^\circ - 90^\circ - b = 90^\circ - b$, то $\text{Пр}_{OC} ED = \sin c \cdot \cos A \cdot \sin b$, и, следовательно,

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \tag{1.5}$$

Еще две аналогичные формулы можно написать путем круговой подстановки элементов, т.е. заменой a на b , b на C , c на a , A на B , B на C . Запоминать эти формулы косинусов следует только в словесной формулировке: **косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс произведение синусов тех же сторон на косинус угла между ними.**

Рассмотрим теперь проекцию ломаной FOED и её замыкающей DF на направление DF.

$$\text{Пр}_{DF} DF = \text{Пр}_{DF} FO + \text{Пр}_{DF} OE + \text{Пр}_{DF} ED$$

Подставив значения проекций $\text{Пр}_{DF}DF = DF = \sin a \cdot \cos C$, $\text{Пр}_{DF}FO = 0$,
 $\text{Пр}_{DF}OE = \cos c \cdot \sin b$,
 $\text{Пр}_{DF}ED = ED \cdot \cos E \cdot DF = \sin c \cdot \cos a \cdot \cos(360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - b) = \sin c \cdot \cos b \cdot \cos A$,
 получим

$$\sin a \cdot \cos C = \sin b \cdot \cos c - \cos b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad (1.6)$$

то есть **произведение синуса стороны на косинус прилежащего угла равно произведению синуса другой стороны, ограничивающей угол, на косинус третьей стороны треугольника минус произведение косинуса и синуса тех же сторон на косинус угла между ними**. Используя круговую подстановку элементов и учитывая, что у каждой стороны два прилежащих угла, можно написать ещё пять формул пяти элементов

В плоских треугольниках BED и BFD сторона $BD = BF \cdot \cos A = BFD$ общая и, следовательно,

$$\sin c \cdot \sin A = \sin a \cdot \sin C.$$

Используя круговую подстановку, можно получить ещё два аналогичных выражения, которые удобнее запоминать в виде

$$\sin A / \sin a = \sin B / \sin b = \sin C / \sin c \quad (1.7)$$

или в словесной формулировке: **отношение синусов углов к синусам противолежащих им сторон в данном сферическом треугольнике есть величина постоянная**. Это так называемые формулы синусов.

Четвертую группу формул получим аналитическим путем. Для этого каждой формуле пяти элементов поставим в соответствие подходящую формулу синусов, например:

$$\sin a \cdot \cos C = \sin b \cdot \cos c - \cos b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\sin a \cdot \sin C = \sin c \cdot \sin A$$

Разделив первую формулу на вторую и выполнив элементарные преобразования, получим

$$\cos b \cdot \cos A = \sin b \cdot \text{ctg} c - \sin A \text{ctg} C \quad (1.8)$$

Аналогичным путем можно получить еще 5 подобных выражений. Эти формулы называются формулами с котангенсами или формулами четырёх

элементов. Для запоминания этих формул запишем входящие в каждую из них 4 элемента треугольника по порядку - для (1.8) это будут элементы СВАС или сABC - и обратим внимание на то, что для **четырёх подряд лежащих элементов треугольника произведение косинусов средних элементов равно разности произведений синуса средней стороны на котангенс крайней и синуса среднего угла на котангенс крайнего.**

1.4. Формулы для прямоугольных сферических треугольников.

Пусть в сферическом треугольнике ABC (рис. 1.5) угол $A = 90^\circ$.

Из каждой группы формул предыдущего параграфа напишем только те, которые содержат A, положим в них $\sin A = 1$, $\cos A = 0$ и для удобства ссылок пронумеруем:

- | | |
|---|--|
| 1. $\cos a = \cos B \cdot \cos c + \sin B \cdot \sin c \cdot \cos A$ | $\cos a = \cos b \cdot \cos c$ |
| 2. $\sin b \cdot \sin A = \sin a \cdot \sin B$ | $\sin b = \sin a \cdot \sin B$ |
| 3. $\sin c \cdot \sin A = \sin a \cdot \sin C$ | $\sin c = \sin a \cdot \sin C$ |
| 4. $\sin a \cdot \cos B = \sin c \cdot \cos b - \cos c \cdot \sin b \cdot \cos A$ | $\cos B = \sin C \cdot \cos b$ |
| 5. $\sin a \cdot \cos C = \sin b \cdot \cos c - \cos b \cdot \sin c \cdot \cos A$ | $\cos C = \sin B \cdot \cos c$ |
| 6. $\sin c \cdot \cos A = \sin b \cdot \cos a - \cos b \cdot \sin a \cdot \cos C$ | $\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} a \cdot \cos C$ |
| 7. $\sin b \cdot \cos A = \sin c \cdot \cos a - \cos c \cdot \sin a \cdot \cos B$ | $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cdot \cos B$ |
| 8. $\cos c \cdot \cos A = \sin c \cdot \operatorname{ctg} b - \sin A \cdot \operatorname{ctg} B$ | $\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} B \cdot \sin c$ |
| 9. $\cos b \cdot \cos A = \sin c \cdot \operatorname{ctg} a - \sin B \cdot \operatorname{ctg} A$ | $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} C \cdot \sin b$ |
| 10. $\cos c \cdot \cos B = \sin c \cdot \operatorname{ctg} a - \sin C \cdot \operatorname{ctg} A$ | |
| 11. $\cos b \cdot \cos C = \sin b \cdot \operatorname{ctg} a - \sin C \cdot \operatorname{ctg} A$ | |

Формулы 10 и 11 при $A = 90^\circ$ сводятся, как нетрудно убедиться, соответственно к формулам 4,5 или к формулам 6,7 т.е. не содержат ничего нового. Однако если их перемножить, то после несложных преобразований с использованием уже полученных соотношений можно получить новую формулу

$$\cos a = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C$$

Выведенные 10 формул исчерпывают все возможные сочетания трех элементов из пяти. Им можно придавать любой вид, выделяя по потребности тот или иной элемент. Однако для запоминания их выгодно записать в однообразном виде (нумерация сохраняется):

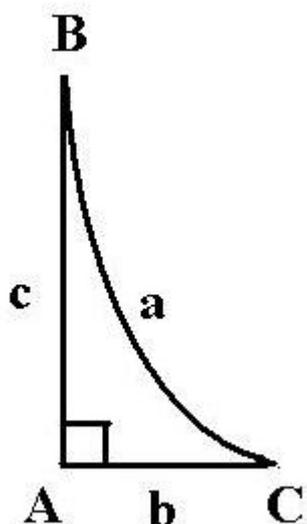


Рис. 1.5

1. $\cos a = \sin(90^\circ - b) \cdot \sin(90^\circ - C)$
- 10., 11. $\cos a = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg} C$
2. $\cos(90^\circ - b) = \sin a \cdot \sin B$
9. $\cos(90^\circ - b) = \operatorname{ctg} C \cdot \operatorname{ctg}(90^\circ - C)$
3. $\cos(90^\circ - c) = \sin a \cdot \sin C$
8. $\cos(90^\circ - c) = \operatorname{ctg} B \cdot \operatorname{ctg}(90^\circ - b)$
4. $\cos B = \sin(90^\circ - b) \cdot \sin C$
7. $\cos B = \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg}(90^\circ - c)$
5. $\cos C = \sin(90^\circ - c) \cdot \sin B$
6. $\cos C = \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg}(90^\circ - b)$

Для воспроизведения этих формул используется мнемоническое правило Непера-Модюи: в прямоугольном сферическом треугольнике косинус

любого элемента равен произведению котангенсов прилежащих элементов или произведению синусов непрлежащих элементов, причем значения катетов заменены их дополнениями до 90° , а прямой угол за элемент не считается.

1.5. Малые и узкие сферические треугольники⁻³⁻

Сферический треугольник, все стороны которого малы по сравнению с радиусом сферы, на которой он расположен, называется малым. Такие треугольники можно решать как плоские, если значения сторон выражены в линейной мере, а каждый из углов уменьшен на треть сферического избытка. На поверхности Земли малыми при точности $0''01$ являются треугольники со сторонами меньше 200 км. При величинах сторон меньше 7 км. сферический избыток меньше $0''.01$ и его можно не принимать во внимание.

Если в сферическом треугольнике мала только одна сторона, то мал и угол ей противолежащий. Такие треугольники называются узкими. Пусть в треугольнике ABC (рис. 1.6) сторона a и противолежащий ей угол A малы.

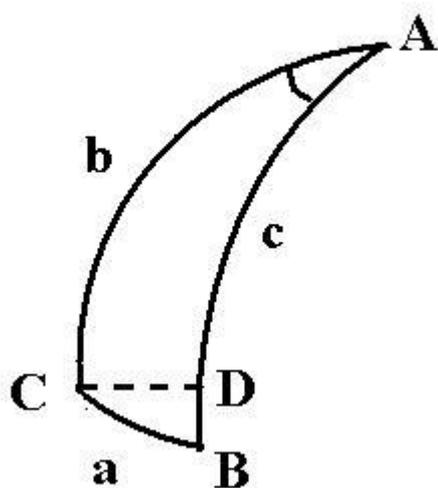


Рис. 1.6

Заменим $\cos A$ в формуле пяти элементов

$$\sin a \cdot \cos b = \sin c \cdot \cos b - \cos c \cdot \sin b \cdot \cos A \text{ на } 1 - 2\sin^2 A/2,$$

и сделаем элементарные преобразования:

$$\sin a \cdot \cos b = \sin(c - b) + 2\sin b \cdot \cos c \cdot \sin^2 A/2$$

При малых A последний член даже при максимально возможном значении $2\sin b \cdot \cos c = \sin 2b = 1$ равен $A^2/4$ и им можно пренебречь. Поскольку a мало, то и $c - b$ также мало, так что в первом приближении (как и из рис.1.5б, где $CD \perp AB$)

$$(c - b)1 = a \cdot \cos b \quad (1.10)$$

Из формулы синусов $\sin a \cdot \sin B = \sin A \cdot \sin b$, но ввиду малости a и $a \cdot \sin b = A_1 \cdot \sin b$.

Заменив b на $c - (c - b)$ и положив $\cos(c - b) = 1$, а $\sin(c - b) = c - b$, получим

$$a \cdot \sin B = A_1 \cdot \sin c - A_1(c - b) \cdot \cos c$$

Произведение $A_1(c - b)$ второго порядка малости по сравнению с a или A_1 и поэтому им можно пренебречь, так что в первом приближении

$$a \cdot \sin B = A_1 \cdot \sin c \quad (1.11)$$

Формулы (1.10) и (1.11) обеспечивают необходимую в астрономических вычислениях точность до $0''.001 - 0''.01$, поскольку в подавляющем числе задач, где они используются, $a < 60''$ (см. главы 6-7).

1.7. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 1.

1. Почему через 2 точки на сфере, если они не являются диаметрально противоположными, можно провести только один БК.
2. В каких единицах измеряются углы и стороны сферических треугольников? Доказать, что сферический угол C равен уг. DOE (рис.1.2).
3. Что такое эйлеров сферический треугольник ?
4. Пользуясь правилом круговой перестановки элементов, напишите полностью все 4 группы основных формул сферического треугольника ABC . Выучите словесные формулировки этих формул.
5. Используя словесные формулировки, воспроизведите все 4 группы основных формул для сферических треугольников PQR и KLM
6. Напишите основные формулы для взаимно полярного треугольника ABC и, воспользовавшись соотношениями (1.4), преобразуйте их. Дайте словесные формулировки полученным отношениям. Какие из них не изменились? Объясните почему.
7. Выучите мнемоническое правило Непера - Модюи для прямоугольных сферических треугольников. Пользуясь этим правилом, воспроизведите все формулы для треугольников PQR , KLM , при $Q = 90^\circ$, $M = 90^\circ$.
Напишите приближенные формулы для узких сферических треугольников PQR , KLM , если в них малы углы P и M .

ГЛАВА 2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

2.1. Понятие о сферических координатах

Поверхность сферы двумерна и поэтому положение точки на ней может быть однозначно определено заданием двух чисел - координат. Возьмем для этого (рис.2.1) некоторый БК с полюсами F, F' . Проведем через полюса произвольный БК. Он будет перпендикулярен к первому. Одну из точек их пересечения K примем за начало координатной системы. Опустим на БК из точки C , положение которой определяется, сферический перпендикуляр CD . Дуга BK KD , отсчитанная против(или по) часовой стрелки, если смотреть со стороны полюса F , есть первая сферическая координата ξ , а сама дуга CD - вторая сферическая координата η . Координата ξ изменяется от 0° до 360° , а координата η от 0° до $+90^\circ$ на полусфере, содержащей F и от 0° до -90° на полусфере, содержащей F' . Эти координаты, напоминают прямоугольные координаты x, y на плоскости. Для большего сходства можно отсчитывать в обе стороны от K до $+180^\circ$ и -180° , что иногда и делается.

При решении многих практических задач координаты с отрицательными значениями, однако, нежелательны. В этих случаях можно использовать координатную систему, сходную с полярной на плоскости. Возьмем за начало такой системы полюс F , а за начальное направление - сферический луч FKF' . Теперь координатами точки C будут ее полярное расстояние $p = FC$ и угол KFC , отсчитываемый от начального направления против (по) часовой стрелки, если смотреть со стороны полюса F . Полярное расстояние изменяется от 0° до 180° , а полярный угол KFC - от 0° до 360° . Связь "прямоугольной" и "полярной" систем координат на сфере значительно проще, чем аналогичная связь на плоскости. Действительно, из рис. 2.1 (см. также пункт 1.2) следует, что $p = 90^\circ - \eta$, а $KFC = KD = \xi$ и, таким образом, на практике нет необходимости различать "прямоугольную" и "полярную" форму координат. В дальнейшем направление, аналогичное FKF' , мы будем называть основным направлением, а соответствующую ему плоскость и БК - основной плоскостью и основным БК, точки, аналогичные F и K - опорными или основными точками координатной системы. Выбор основного направления или основной плоскости

имеет решающее значение как при постановке, так и при решении задач сферической астрономии.

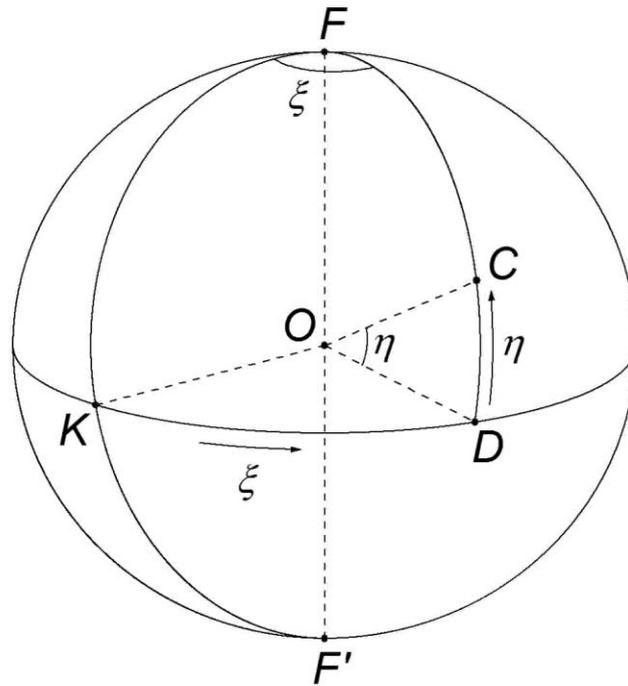


Рис. 2.1

2.2. Основные круги и точки на небесной сфере.

Поскольку сферическая астрономия призвана описывать явления природы, то выбор основных направлений и основных кругов также должен опираться на явления природы. Определяющим в повседневной деятельности человека является направление силы тяжести. Математически оно задается как направление отвесной линии в точке наблюдения. Прямая, параллельная отвесной линии и проходящая через центр НС, пересекается с последней в точках зенита Z и надира Na (рис.2.2). А плоскость, перпендикулярная отвесной линии и также проходящая через центр НС, называется плоскостью математического (истинного) горизонта. Она пересекается с НС по БК - линии математического горизонта, который делит НС на две полусферы - верхнюю видимую с

точкой Z и нижнюю невидимую, с точкой Na . Малые круги, плоскости которых параллельны плоскости горизонта, называются альмукантаратами.

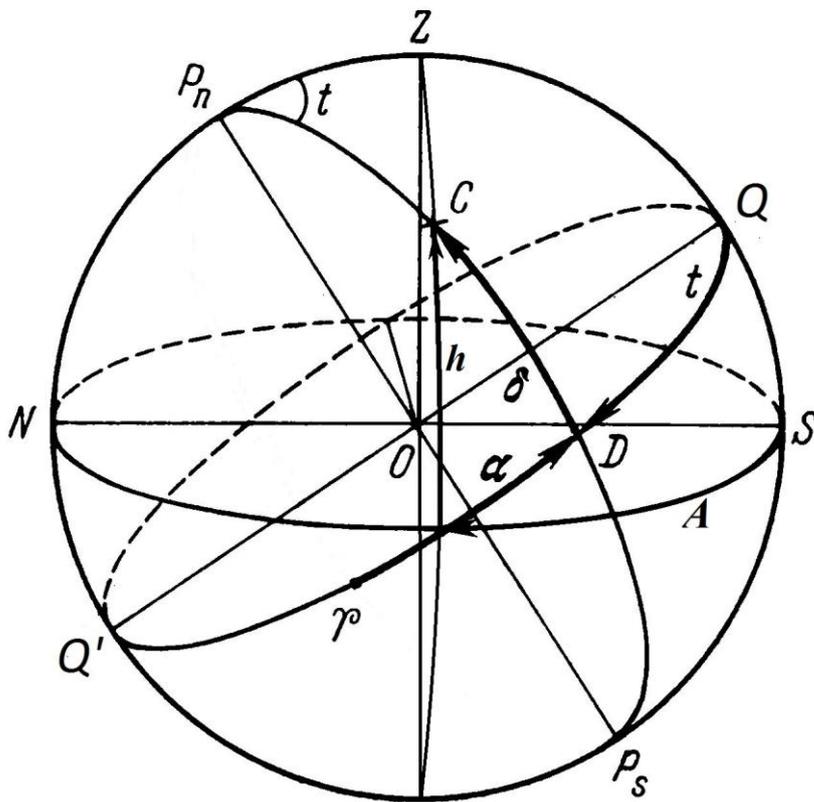


Рис. 2.2

Как известно, Земля вращается вокруг своей оси с запада на восток. Отражением этого вращения является видимое (кажущееся) вращение НС в обратном направлении вокруг некоторой прямой, которая в астрономии играет особую роль, за что она и получила громкое название оси мира. Прямая, параллельная оси мира и проходящая через центр НС, пересекается с поверхностью НС в точках P_n и P_s , называемых полюсами мира. Полюс P_n , относительно которого вращение НС для внешнего наблюдателя происходит по часовой стрелке, называется северным, а противоположный ему полюс P_s - южным. Плоскость, перпендикулярная к оси мира P_nP_s и проходящая через центр НС, называется плоскостью небесного экватора, а НС по которому она пересекается с НС - линией небесного экватора, или просто небесным экватором. Небесный экватор делит НС на 2 полушарья: северную с точкой P_n и южную с точкой P_s . С математическим горизонтом небесный экватор

пересекается в двух диаметрально противоположных точках востока E и запада W . БК проходящие через Z и N_a , перпендикулярны к линии горизонта и поэтому они называются вертикалами. Вертикал, проходящий через точки E и W , называется первым. А вертикал, проходящий через полюса мира, называется линией небесного меридиана или просто меридианом. С линией горизонта небесный меридиан пересекается в двух диаметрально противоположных точках: точке ⁻³⁻севера N , расположенной ближе к P_n и точке юга S , находящейся ближе к P_s . Линия SN называется полуденной, она перпендикулярна к линии EW . Небесный меридиан делит HC на 2 полушарья: восточную с точкой E и западную с точкой W . Малые круги, плоскости которых параллельны небесному экватору, называются суточными параллелями. По ним происходят суточные перемещения небесных светил, вызванные вращением HC .

По смене созвездий, видимых после захода или перед восходом Солнца, обнаруживается его видимое годовое перемещение на фоне звездного неба к востоку. Оно является отражением орбитального движения Земли и задает в первом приближении (подробнее см. пункт 5.1) БК, который называется линией эклиптики или просто эклипкой. Линия эклиптики расположена под углом $\varepsilon = 23^\circ 26'$ к экватору и пересекается с ним в двух диаметрально противоположных точках - точках равноденствия (рис.2.3). Та точка, в которой Солнце, двигаясь по эклипке, переходит из южной полушарья в северную называется точкой весеннего равноденствия или просто точкой весны, а противоположная ей точка - точкой осеннего равноденствия или точкой осени. Через эти точки Солнце ежегодно проходит около 21 марта и около 23 сентября и в эти дни на всей Земле день равен ночи. Точка весеннего равноденствия обозначается знаком γ . Это стилизованный знак созвездия Овна (знак рогов), в котором точка весны находилась около 2200 лет тому назад. И хотя к настоящему времени она из-за прецессии (см. раздел 5.1) перешла в созвездие Рыб, за ней все равно сохраняется прежнее обозначение. Точка осеннего равноденствия обозначается знаком созвездия Весов Ω , теперь эта точка находится в созвездии Девы.

Полюс эклиптики Π_n , находящийся в северной полушарье в созвездии Дракона, называется северным, а противоположный ему полюс Π_s - южным. Точки $P_n, P_s, Z, N_a, N, S, E, W$ в суточном вращении не участвуют, а полюса эклиптики описывают вокруг соответствующих полюсов мира малые круги со сферическим радиусом $P_n\Pi_n = P_s\Pi_s = \varepsilon$.

2.3 Горизонтальная система координат

Координатная система (рис. 2.2), основным БК которой является линия математического горизонта, а опорными точками служит точка зенита Z и точка юга S , называется горизонтальной. Координатами некоторой точки C этой системе являются: азимут A и высота h . Азимут отсчитывается по линии горизонта от точки S по часовой стрелке, т.е. к западу, если смотреть со стороны зенита и может принимать значения от 0° до 360° . А высота отсчитывается по вертикалу в обе стороны от линии горизонта от 0° до 90° и считается положительной в верхней полусфере и отрицательной в нижней.

При решении большей части практических задач более удобны координаты в "полярной" форме: азимут

$A = CZS = HS$ и зенитное расстояние $z = 90^\circ - h = CZ$. Зенитное расстояние может изменяться от 0° в точке Z до 180° в точке N_a , то есть, в отличие от h оно для всех светил положительно. Такую систему координат было бы уместно называть зенитной, чего, к сожалению, пока не принято делать.

Горизонтальная система координат очень наглядна. Горизонтальные координаты непосредственно определяют условия видимости светил в заданный момент времени и поэтому их используют при планировании наблюдений. Но обе координаты из-за вращения HC непрерывно изменяются, что делает эту систему непригодной для других целей (см. раздел 2.4).

2.4. Экваториальные системы координат

Координатные системы, в которых основным БК является линия небесного экватора (рис.2.2), называются экваториальными. Их две. В первой опорными точками служат северный полюс мира P_n и верхняя точка экватора Q . Здесь координатами произвольной точки C являются: часовой угол $t = CP_nQ$ и склонение $\delta = CD$, БК P_nCDP_s , проходящий через оба полюса и точку C , называется кругом склонений. Круг склонений, проходящий через точку зенита и надира, совпадает с небесным меридианом. Часовой угол

отсчитывается от небесного меридиана в направлении вращения НС (по часовой стрелке, если смотреть со стороны северного полюса мира) и может принимать значения от 0° до 360° . Он может быть измерен (в том же направлении) дугой экватора DQ , служащей мерой сферического угла CP_nQ .

А склонение отсчитывается в обе стороны от линии экватора от 0° до 90° и считается положительным на северной полусфере и отрицательным на южной.

Полярное расстояние p , аналогичное зенитному расстоянию в горизонтальной системе координат, в качестве самостоятельной величины практически никогда не используется - при необходимости оно выражается через $90^\circ - \delta$. При суточном вращении НС склонение точки C не изменяется, а часовой угол возрастает пропорционально времени. Именно по этой причине t выражается, как правило, в часовой мере. Перевод градусной меры в часовую осуществляется из условия

$$360^\circ = 24 \text{ h}, \quad 15^\circ = 1 \text{ h}, \quad 15' = 1 \text{ m}, \quad 15'' = 1 \text{ s}, \quad 1^\circ = 4^{\text{m}}, \quad 1' = 4 \text{ s}.$$

Опорными точками во второй экваториальной системе координат является северный полюс мира P_n и точка весеннего равноденствия γ . Координатами точки C здесь являются прямое восхождение $\alpha = CP_n\gamma = D\gamma$ и уже известное нам склонение $\delta = CD$. Прямое восхождение отсчитывается от круга склонения, проходящего через точку γ , в сторону противоположную направлению вращения НС и может иметь значения между 0° и 360° . Как и часовой угол, оно обычно выражается в часовой мере. Прямое восхождение α и часовой угол t связаны между собой, как это показано на рис. 2.2, через часовой угол точки γ , который является мерой местного звездного времени $S = t\gamma$ (см. раздел 3.2):

$$S = \alpha + t.$$

Значения координат α и δ не зависят от вращения НС и поэтому вторая экваториальная система является в астрономии наиболее употребительной. Именно в этой системе издаются звездные карты и атласы неба, составляются каталоги небесных светил, производится отождествление небесных объектов при наблюдениях.

2.5. Эклиптическая система координат

Координатная система, в которой основным БК является линия эклиптики, а опорными точками служат северный полюс эклиптики Π_n и точка γ , называется эклиптической. Координатами точки C в этой системе (рис. 2.3) являются : астрономическая (эклиптическая) долгота $\lambda = \text{СП}_n\gamma = \text{F}\gamma$ и астрономическая широта $\beta = \text{CF}$.

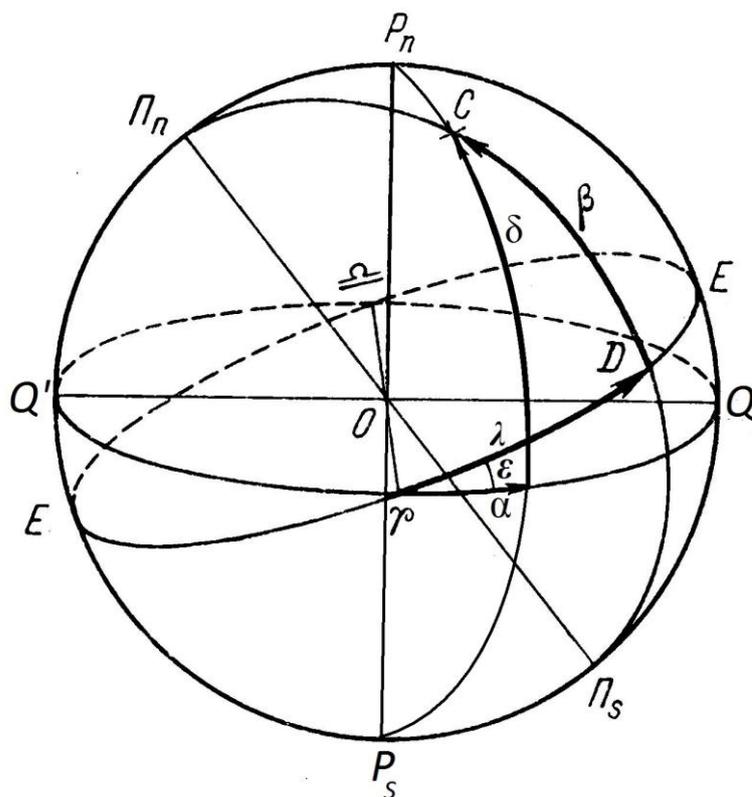


Рис. 2.3.

Долгота отсчитывается против часовой стрелки от 0° до 360° , а широта - в обе стороны от эклиптики от 0° до 90° и считается положительной в северной эклиптической полусфере и отрицательной в южной. Эклиптическая система координат особенно удобна в небесной механике при изучении движения тел солнечной системы. Используется она и в астрофизике при приведении результатов наблюдений к центру Солнца.

2.6. Географическая система координат

В первом приближении Землю можно считать шаром. Её ось вращения пересекается со сферической поверхностью в 2 точках: северном полюсе P_T и южном полюсе P'_T (рис.2.4). Вращение Земли происходит с запада на восток или против часовой стрелки для наблюдателя, находящегося на северном полюсе.

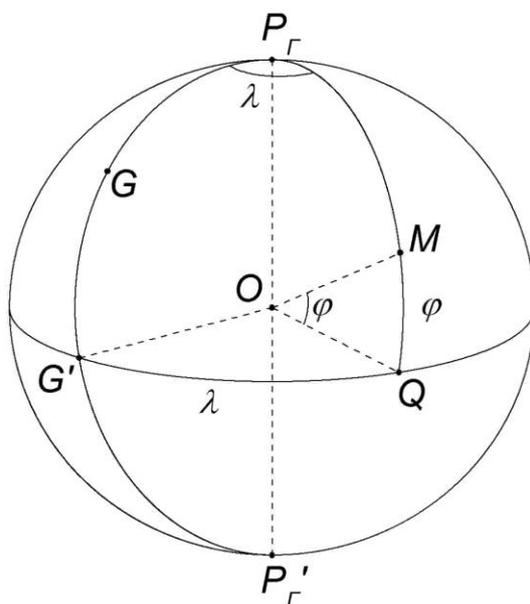


Рис. 2.4.

Плоскость, проходящая через центр Земли перпендикулярно к оси вращения, называется плоскостью земного экватора, а линия пересечения этой плоскости с поверхностью шара - линией земного экватора, или просто земным экватором. Земной экватор делит Землю на северное и южное полушарие. Малые круги на поверхности Земли, плоскости которых параллельны экватору, называются географическими параллелями. Плоскость, проходящая через ось вращения $P_T P'_T$ и место наблюдения M называется плоскостью географического меридиана, а линия $M P_T$ её пересечения с поверхностью Земли - географическим меридианом точки M . Меридиан $P_T G P'_T$, проходящий через Гринвичскую обсерваторию, условились принимать за нулевой или начальный. В любой точке наблюдения M плоскости земного и небесного меридианов совпадают.

Положение точки M на шарообразной Земле определяется географической

долготой $\lambda = QG' = MP_T G = QOG'$ и географической широтой $\varphi = MQ = MOQ$. Широта отсчитывается в обе стороны от экватора от 0 до 90° и считается положительной в северном полушарии и отрицательной в южном. Долгота отсчитывается от Гринвичского меридиана в обе стороны от 0° до 180° к западу от Гринвича западная долгота λ_W , к востоку - восточная λ_E . В настоящее время принято считать восточную долготу положительной, а западную отрицательной. Долгота выражается как в градусной, так и в часовой мере.

Под действием центробежных сил Земля приобрела сплюснутую форму и значительно точнее её фигура представляется геоидом. Это поверхность, совпадающая со средним уровнем воды в океанах и уровнем воды на континентах в воображаемых узких каналах, сообщающихся с океанами. Простейшей математической фигурой, достаточно близкой к геоиду, является эллипсоид вращения с экваториальным радиусом

$a_e = 6378140$ м. и полярным радиусом $b = 6356755$ м. Замена сферы эллипсоидом вращения не ведёт к изменению определения λ , а вот понятие широты усложняется. Для каждой точки M на поверхности Земли теперь необходимо различать три вида широты: геоцентрическую, геодезическую и астрономическую (рис.2.5). Угол φ' , который образует радиус - вектор OM с плоскостью земного экватора, называется геоцентрической широтой, а угол φ_τ между нормалью к земному эллипсоиду в точке M и плоскостью экватора - геодезической широтой, дуга же MQ больше не годится для определения широты. Но в астрономии, как уже говорилось в § 2.3, мы имеем дело не с нормалью к поверхности эллипсоидальной Земли, а с отвесной линией, которая не совпадает ни с нормалью, ни с направлением радиуса - вектора OM . Угол φ , который образует отвесная линия в точке M с плоскостью земного экватора, называется астрономической широтой (не путать с астрономической широтой светил β на небе!). Именно только это значение широты определяется из астрономических наблюдений и используется почти во всех задачах сферической астрономии.

Угол между отвесной линией и нормалью, который называется отклонением отвеса, обычно не превышает нескольких секунд.

Поэтому в астрономических задачах им пренебрегают и полагают, что $\varphi_\tau \equiv \varphi$. Углы φ' и φ_τ , лежащие в одной плоскости, связаны соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi' = (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi_\tau$$

где e - эксцентриситет меридианного сечения Земли. Разность $M' - \varphi_\tau$ равна нулю на полюсах и экваторе, а на широтах $\pm 45^\circ$ достигает максимального значения около $11'5''$.

Значение геоцентрической широты необходимо при учете суточного параллакса светил (см. главу 7).

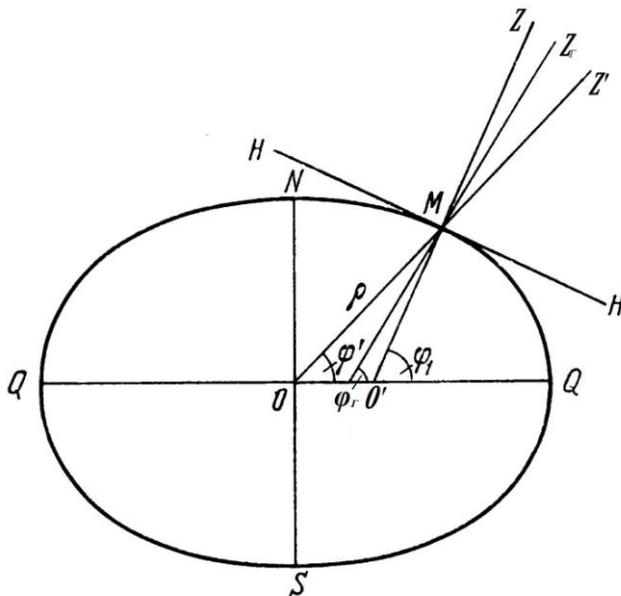


Рис. 2.5.

2.7. Изменяемость географических долгот и широт

Ось вращения Земли из-за несовпадения с так называемой осью инерции непрерывно изменяет свое положение в теле Земли, а полюса и линия экватора смещаются. Северный полюс движется вокруг своего среднего положения против часовой стрелки, описывая спиралеобразную кривую, которая то закручивается, то раскручивается, не выходя из квадрата со стороной 26 м. Это движение имеет сложный периодический характер. Основными периодами являются 14-месячный (Чандлеров период), годовой и полугодовой. Положение полюса, соответствующее моменту наблюдений, называется мгновенным или истинным. Если его исправить по определенным правилам за периодические

колебания, то мы получим средний полюс. Движение истинных полюсов приводит к смещению координатной сетки на поверхности Земли, параллелей и меридианов, то есть к изменению широт и долгот. При решении некоторых задач эти изменения приходится учитывать и вносить в результаты соответствующие поправки.

Следует, однако, подчеркнуть, что движение земных полюсов не изменяет положение оси мира в пространстве, так как в действительности не ось вращения перемещается в теле Земли относительно оси инерции, а ось инерции, то есть вся Земля в целом, изменяет свое положение в пространстве относительно оси мира.

Эти изменения отражаются только на значениях координат z , A , t связанных с местом наблюдения, но они не влияют на экваториальные и эклиптические координаты. За положением истинных полюсов Земли постоянно следит Международная Служба вращения Земли (МСВЗ).

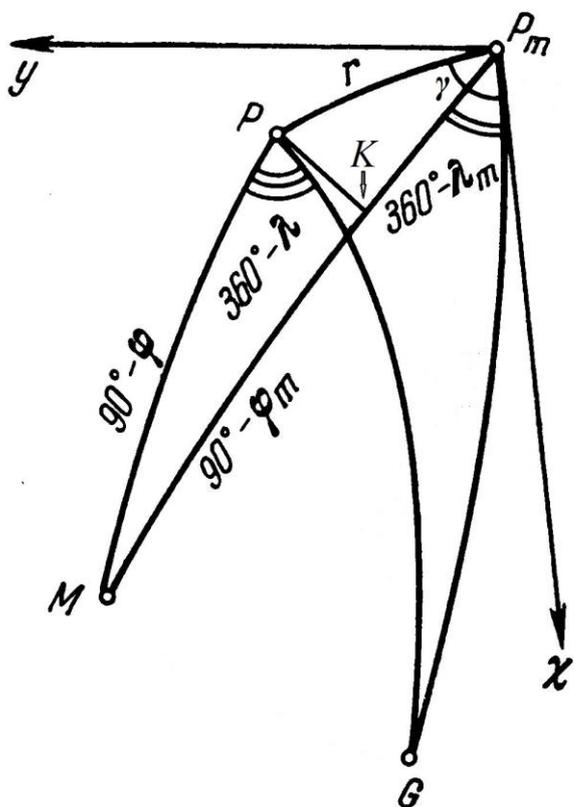


Рис. 2.6

Рассмотрим формулы, описывающие изменения широт и долгот. Пусть на рис. 2.6 P_m и P - положения соответственно среднего и мгновенного северных полюсов Земли, а G , M - Гринвичская обсерватория и место наблюдателя. Возьмём в плоскости, касательной к земному шару в точке P_m , прямоугольную систему координат: ось X расположим в плоскости среднего гринвичского меридиана, а ось Y направим к западу. Прямоугольными координатами P будут $x = r \cdot \cos \gamma$, $y = r \cdot \sin \gamma$ где $r = P P_m$ а $\gamma = P P_m X$. Пусть западная средняя долгота точки M есть $\lambda_w = 360^\circ - \lambda_E$. Тогда из очень узкого сферического треугольника $M P P_m$

$$P_m K = P P_m \cos[\gamma - (360^\circ - \lambda_E)],$$

а так как $P K \perp P_m M$, то $P_m K = P_m M - P M = (90^\circ - \varphi_m) - (90^\circ - \varphi) = \varphi - \varphi_m$

и, таким образом,

$$\varphi_m = x \cdot \cos \lambda_m - y \cdot \sin \lambda_m \quad (2.1)$$

Из наблюдений на многих станциях службы широты, расположенных на разных долготах λ_m , получают мгновенные значения φ , а затем из решения по способу наименьших квадратов системы уравнений (2.1) определяются координаты x и y мгновенного полюса Земли P .

Влияние смещения P на долготы описывается формулой

$$\lambda - \lambda_m = (x \cdot \sin \lambda_m - y \cdot \cos \lambda_m) \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (2.2)$$

которую мы приводим без вывода. При заданных значениях x и y выдаваемых МСВЗ, формулы (2.1), (2.2), позволяют получать мгновенные значения φ и λ по известным средним значениям φ_m , λ_m .

Координаты светил, исправленные за движение земных полюсов, будут отнесены к среднему полюсу. Этим самым мы как бы закрепляем Землю на оси вращения. Конкретное содержание таких процедур рассматривается в курсах астрометрии.

2.8. Связь небесных координат с географическими

При изменении места наблюдения на Земле изменяются не только λ и φ , но и положение отвесной линии и небесного меридиана, что естественно ведёт к изменению координат светил z , t , A . На рис. 2.7 через точку M земной поверхности

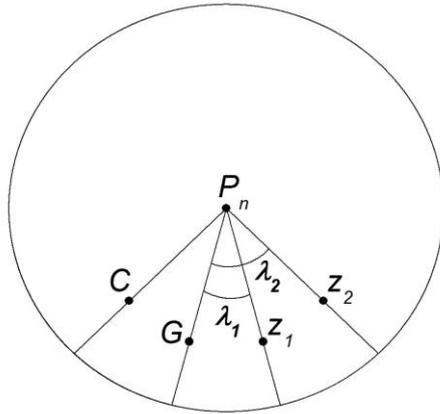


Рис.2..8

Из рисунка видно, что $t_2 - t_1 = \angle z_1 P z_2$ и, $\lambda_2 - \lambda_1 = \angle z_1 P z_2$, и, таким образом, разность часовых углов некоторого светила для двух пунктов наблюдения равна разности их географических долгот

$$t_2 - t_1 = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (2.5)$$

Если $P_n Z_1$ совпадает $P_n G$ то $\lambda_1 = 0$ и часовой угол светила для любого наблюдателя на поверхности Земли равен часовому углу светила в Гринвиче в тот же момент времени плюс долгота наблюдателя

$$t = t_G + \lambda_E$$

2.9. Связи между небесными системами координат

На рис. 2.2 светило C отнесено одновременно к горизонтальной и первой экваториальной системам координат: $HS = A$, $CH = h$, $DQ = t$, $CD = \delta$. Сферический треугольник $P_n Z C$, образованный на HC светилом, зенитом и полюсом мира, называется параллактическим. Его элементами, кроме уже названных, являются

$$P_n Z = 90^\circ - \varphi, ZC = z, P_n C = 90^\circ - \delta, P_n Z C = 180^\circ - A, CP_n Z = t.$$

Применив к этому треугольнику (рис.2.9) последовательно формулы косинусов, пяти элементов и синусов, получим

$$\cos z = \sin \varphi * \sin \delta + \cos \varphi * \cos \delta * \cos t$$

$$\sin z * \cos A = -\cos \varphi * \sin \delta + \sin \varphi * \cos \delta * \cos t$$

$$\sin z * \sin A = \cos \delta * \sin t$$

По заданным $\varphi, \delta, t = s - \alpha$ из первой формулы вычисляется z , из второй и третьей - A . Обратный переход от горизонтальных координат к экваториальным выполняется по аналогичным формулам, написанным для соответствующих элементов

$$\sin \delta = \sin \varphi * \cos z - \cos \varphi * \sin z * \cos A$$

$$\cos \delta * \cos t = \cos \varphi * \cos z + \sin \varphi * \sin z * \cos A$$

$$\cos \delta * \sin t = \sin z * \sin A$$

Первая формула позволяет вычислить δ , а вторая и третья - t и $\alpha = s - t$.

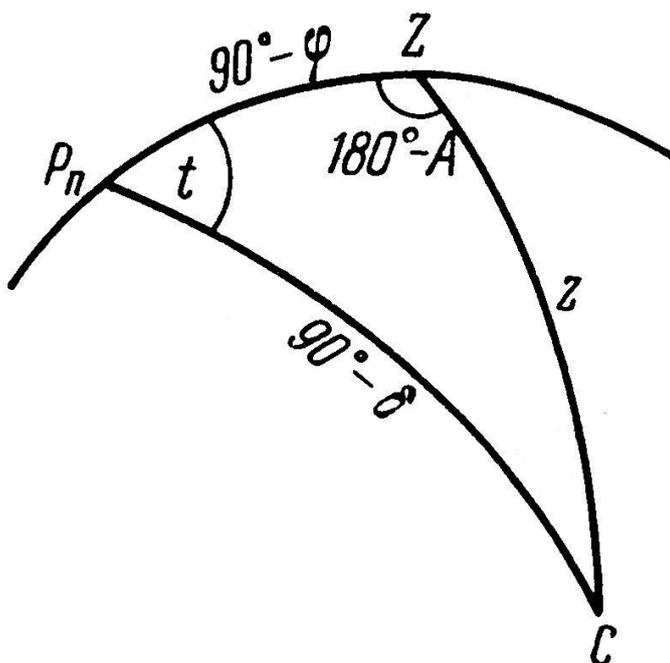


Рис. 2.9

На рис.2.3 светило C отнесено одновременно к экваториальной и эллиптической системам координат: $D\gamma = \alpha, CD = \delta, F\gamma = \lambda, CF = \beta$.

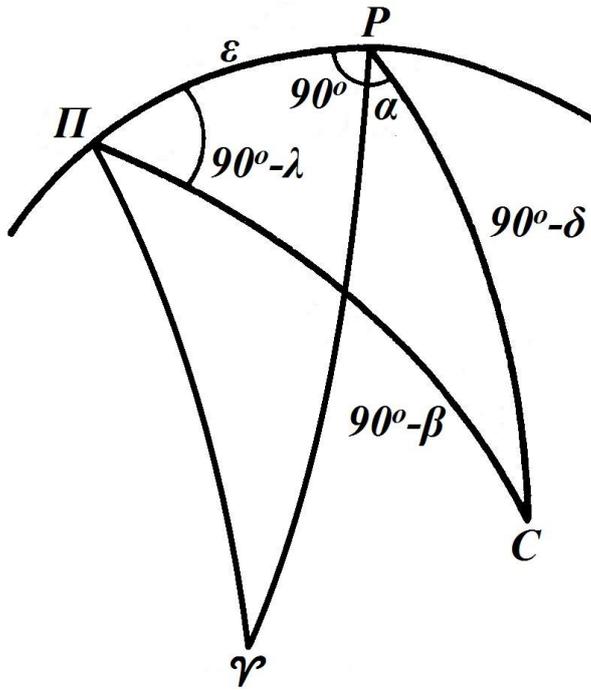


Рис. 2.10.

Рассмотрим сферический треугольник СПР (рис.2.10), образованный светилом, полюсами мира и эклиптики, с элементами:

$$ПР = \varepsilon, РС = 90^\circ - \delta \quad ПС = 90^\circ - \beta, ПРС = 90^\circ + \alpha, СПР = 90^\circ - \lambda$$

Вычисления λ и β по заданным значениям α , δ и ε можно сделать по формулам косинусов, пяти элементов и синусов:

$$\sin\beta = \cos\varepsilon \cdot \sin\delta - \sin\varepsilon \cdot \cos\delta \cdot \sin\alpha$$

$$\cos\beta \cdot \sin\lambda = \sin\varepsilon \cdot \sin\delta + \cos\varepsilon \cdot \cos\delta \cdot \sin\alpha \quad (2.8)$$

$$\cos\beta \cdot \cos\lambda = \cos\delta \cdot \cos\alpha,$$

а обратный переход к α и δ при известных λ , β , ε по аналогичным формулам:

$$\sin\delta = \cos\varepsilon \cdot \sin\beta + \sin\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \sin\lambda$$

$$\cos\delta \cdot \sin\alpha = -\sin\varepsilon \cdot \sin\beta + \cos\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \sin\lambda \quad (2.9)$$

$$\cos\delta \cdot \cos\alpha = \cos\beta \cdot \cos\lambda$$

2.10 Контрольные вопросы и упражнения к Главе 2

1. Дайте определение географической долготы и широты по рис. 2.4, 2.5 .
2. Вычислите расстояние между КАО ($\lambda = 3^{\text{h}}16^{\text{m}}29^{\text{s}}.2$, $\varphi = 55^{\circ}47'.4$) и СКАС КФУ ($\lambda = 2^{\text{h}}45^{\text{m}}46^{\text{s}}.0$, $\varphi = 43^{\circ}39'.2$) в градусах и километрах. Землю считать шарообразной с $R = 6371$ км.
3. Изобразить НС (рис.2.2) в проекции на плоскости:
 - а) меридиана, б) горизонта, в) экватора, г) первого вертикала.
4. Изобразите НС (рис.2.3) в проекции на плоскости: а) экватора, б) эклиптики, в) круга солнцестояний $E'P_nP_nE$ г) круга равноденствий $\gamma P_n\Omega P_n$.
5. Сделайте рисунок НС в проекции на плоскость меридиана для широты $\varphi = 55^{\circ}47'$ и покажите на нем все углы (дуги), равные φ , $90-\varphi$.
6. Определите горизонтальные и экваториальные координаты точек $Z, N_a, P_n, P_s, Q, Q', N, S, E, W$ (рис. 2.2)
7. Определите экваториальные и эклиптические координаты точек $P_n, P_s, Пн, Пс, \gamma, \Omega, Q, Q', E, E'$ (рис. 2.3).
8. Как изменяются в течение суток горизонтальные координаты $Пп, \gamma, \Omega$?
9. Изобразите НС, видимую со стороны точки востока (аналогично рис. 2.2).
10. Как влияет движение земных полюсов на горизонтальные, экваториальные и эклиптические координаты светил?

ГЛАВА 3. ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ

3.1. Понятие об измерении времени

Измерить какую-либо величину - значит найти её отношение другой величине, принятой на единицу, меры. Единица меры, в принципе, может быть выбрана произвольно, но она должна быть однородна с измеряемой величиной, удобна практически и по возможности постоянна. Из этих условий следует, что промежутки времени между событиями можно измерять только соответственно данным промежутком времени. По соображениям удобства основная единица меры времени должна быть связана с периодическими изменениями природы. Проще всего оказалось использование вращения Земли, которое непрерывно и почти равномерно. Промежуток времени, за который Земля делает один оборот вокруг своей оси вращения, называется сутками. Сутки являются основной единицей меры времени, а для измерения более коротких промежутков они делятся на 24 часа (h), час делится на 60 минут (m), минута делится на 60 секунд (s), секунда делится на десятые, сотые и т. д. доли. В зависимости от избранной точки неба, по отношению к которой рассматривается вращение Земли, сутки имеют разную продолжительность и соответственно изменяется длительность часов, минут, секунд и их долей. На этом пути мы получаем разные способы измерения времени и разные шкалы. При их описании мы будем рассматривать последовательно следующие вопросы:

- а) выбор точки неба, определение суток и выбор нуль-пункта шкалы;
- б) теоретический способ градуировки шкалы, в том числе и на разных долготах;
- в) практический способ привязки событий к установленной шкале;
- г) обсуждение достоинства и недостатков шкалы.

3.2. Шкала звездного времени

а) Опорной точкой является средняя точка весеннего равноденствия γ (см. также раздел 5.1), которая движется по экватору по часовой стрелке, под влиянием только прецессии, с почти равномерной скоростью. Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями средней точки γ называется средними звездными сутками. За начало средних звездных суток принимается момент верхней кульминации точки γ .

б) Время s , прошедшее с момента верхней кульминации точки γ до какого-либо другого её положения, выраженное в долях звездных суток, то есть в часах, минутах и секундах, называется средним звёздным временем (в дальнейшем будем называть его просто звездным временем). Часовой угол $t\gamma$ изменяется пропорционально времени. Если его выражать в часовой мере, то мы будем иметь чрезвычайно простой теоретический способ определения s : звёздное время в данный момент численно равно часовому углу точки γ , т.е.

$$S = t\gamma$$

Пусть t_1, t_2 в формуле (2.5) есть часовые углы точки γ в некоторый момент времени на географических меридианах с долготами λ_1, λ_2 . Заменив в (2.5) $t\gamma$ на s , найдем, что

$s_2 - s_1 = \lambda_2 - \lambda_1$, т. е. разность местных звёздных времён на двух меридианах равна разности их долгот.

Обозначив местное звёздное время Гринвичского меридиана, долгота которого $\lambda_G = 0^\circ$, через S , получим, что

$$s = S + \lambda_E, \quad (3.1)$$

то есть местное звёздное время равно Гринвичскому звёздному времени в рассматриваемый момент плюс восточная долгота меридиана.

в) Измерить t_{γ} невозможно, так как точка Υ на НС ничем не отмечена. Для выхода из затруднения можно измерить t любого светила с известным для этого момента значением α .

Тогда, как это видно из рис.2.2 , $t_{\gamma} = \alpha + t$ и

$$s = \alpha + t \quad (3.2)$$

то есть звёздное время в любой момент численно равно прямому восхождению любого светила плюс его часовой угол. Определения s можно существенно упростить, если заранее сделать $t = 0$, то есть наблюдать светила в меридиане: в этих случаях звёздное время равно прямому восхождению светила

$$s = \alpha \quad (3.3)$$

На практике моменты событий s отмечаются по звездным часам или хронометрам, хранящим шкалу звездного времени правильность показания которых регулярно проверяется из наблюдений звезд в меридиане.

г) Главное достоинство звёздной шкалы времени - простота ее воспроизведения из наблюдений. Кроме того, задание s при известной широте φ сразу же определяет положение НС, а следовательно и всех светил относительно горизонта и меридиана наблюдателя, что необходимо для решения многих задач. Например, регистрация моментов прохождения звезд через меридиан с помощью звёздных часов позволяет в соответствии с формулой (3.3) очень просто определять прямые восхождения светил. Но звездная шкала неудобна в повседневной жизни, цикличность которой связана с суточным вращением Земли относительно Солнца.

3.3. Шкала истинного солнечного времени

а) Опорной точкой является центр видимого диска Солнца с экваториальными координатами α , δ , изменяющимися со временем.

Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями центра истинного Солнца (ИС) называется истинными солнечными сутками (ИСС). За начало ИСС принимается момент высшей кульминации ИС.

б) Время m_0 , прошедшее с момента нижней кульминации ИС до любого другого его положения, выраженное в долях ИСС, то есть в истинных солнечных часах, минутах, секундах и их долях, называется истинным солнечным временем (ИСВ). Из сказанного следует, что ИСВ численно равно геоцентрическому (см. главу 7) часовому углу ИС, выраженному в часовой мере, плюс 12^h

$$m_0 = t_0 + 12^h$$

Отметим, что в англоязычных странах это время называется видимым солнечным временем (apparent solar time).

в) Часовой угол t_0 можно получить непосредственно из наблюдений ИС.

г) Достоинством шкалы ИСВ является её связь с суточной цикличностью жизни человеческого общества и всей биосферы, возможность прямого определения (например, с помощью солнечных часов). Недостатком шкалы является её неравномерность угол

$t_0 = s - \alpha_0$ в силу причин, которые будут обсуждены в следующем параграфе, изменяется непропорционально углу поворота Земли Вокруг своей оси. Именно по этой причине ИСВ на практике не используется.

3.4. Шкала среднего солнечного времени

а) Опорной точкой служит фиктивное, так называемое среднее Солнце, однозначно связанное с положением ИС и перемещающееся по экватору НС так, что его часовой угол изменяется строго пропорционально углу поворота Земли в её суточном вращении. Для изучения свойств такой точки проанализируем сначала причины неравномерного изменения t_0 . Из прямоугольного сферического треугольника $\Upsilon SS'$ (см.рис.3.4)

$\operatorname{tg}\alpha_0 = \operatorname{tg}L_0 \cdot \cos\varepsilon$. Считая угол ε постоянным, продифференцируем эту формулу по звёздному времени

$$(1/\cos^2\alpha_0) \cdot d\alpha_0/ds = (1/\cos^2L_0) \cdot (dL_0/ds) \cdot \cos\varepsilon$$

Заменив из того же треугольника $\cos L_0 = \cos\alpha_0 \cdot \cos\delta_0$ найдем

$$D\alpha_0/ds = (dL_0/ds) \cdot \sec^2\delta_0 \cdot \cos\varepsilon$$

Таким образом, непостоянство скорости изменения α_0 обусловлено двумя причинами: непостоянством dL_0/ds и наличием переменного по величине множителя $\sec^2\delta_0 \cdot \cos\varepsilon$. Пусть в момент прохождения через перигей, от ИС отделяется фиктивная точка (первое Солнце), которая как и ИС перемещается по эклиптике в ту же сторону, но так, что её скорость, в отличие от dL_0/ds , постоянна $dL_1/dS = \text{const}$. Такая точка называется средним эклиптическим Солнцем. Разность $L_1 - L_0$ называется уравнением от эксцентриситета (земной орбиты) или уравнением центра. Её приближенное значение может быть оценено по формуле

$$L_1 - L_0 \approx -7.7 \text{ min} \cdot \sin(L_1 + 78^\circ)$$

Множитель $\sec^2\delta_0 \cdot \cos\varepsilon$ изменяется в пределах от $\cos\varepsilon$ в точках равноденствий до $\sec 2\delta$ в моменты солнцестояний. В первом случае $d\alpha_0/ds < dL_0/ds$, во втором $d\alpha_0/ds > dL_0/ds$. Разность которая называется уравнением от наклона эклиптики к экватору, может быть оценена по приближенной формуле $L_0 - \alpha_0 \approx 9.5 \text{ min} \cdot \sin 2L_0 = 9.5 \text{ min} \cdot \sin 2L_1$

Для устранения и этой причины непостоянства $d\alpha_0/ds$ вообразим, что в момент прохождения через точку Υ среднего эклиптического Солнца отделяется ещё одна фиктивная точка (второе Солнце), которая движется в ту же сторону, но уже по экватору со скоростью $dA_2/ds = dL_1/ds$, так что в любой момент $A_2 = L_1$.

Такая точка и называется средним экваториальным Солнцем или просто средним Солнцем (СС). Его экваториальные координаты мы будем в дальнейшем обозначать через A и D без индексов.

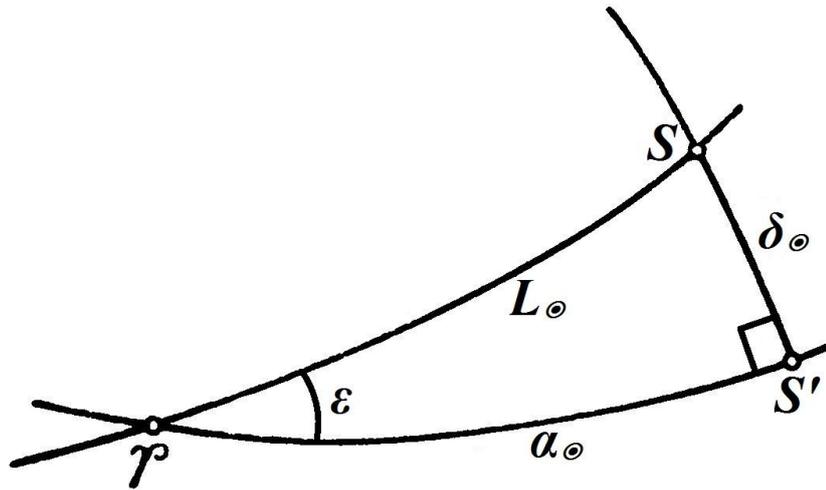


Рис. 3.1.

В результате совместного действия обеих причин

$$A - \alpha_0 = (A_2 - L_0) + (L_0 - \alpha_0) = (L_1 - L_0) + (L_0 - \alpha_0)$$

и, таким образом, приближённо

$$A - \alpha_0 = -7.7 \text{min} * \sin(L_1 + 78^\circ) + 9.5 \text{min} * \sin 2L_1 \quad (3.4)$$

Точные значения $A - \alpha_0$ вычисляются по формулам, рассматриваемым в курсах небесной механики.

Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями СС называется средними солнечными сутками (ССС). За начало СССР принимается момент нижней кульминации СС.

б) Время m , прошедшее с момента нижней кульминации СС до любого другого его положения, выраженное в долях СССР т.е. в средних солнечных часах, минутах, секундах и их долях, называется средним солнечным временем (ССВ). Из этого определения следует, что ССВ численно равно геоцентрическому часовому углу СС, выраженному в часовой мере, плюс 12^h

$$m = t + 12^h \quad (3.5)$$

По аналогии со звездной шкалой $\Delta m = \Delta \lambda$ и

$$m = M + \lambda_E \quad (3.6)$$

где через M обозначено местное ССВ на Гринвичском меридиане.

в) Часовой угол СС непосредственно измерить нельзя, так как это фиктивная точка. Но зато можно измерить t_0 . Разность часовых углов истинного и среднего Солнца $\eta = t_0 - t$ называется уравнением времени (в некоторых учебниках под уравнением времени понимается величина $t - t_0$). Так как в соответствии с (3.2)

$t_0 = s - \alpha_0$, $t = s - A$, то $\eta = A - \alpha_0$, т.е. уравнение времени это разность прямых восхождений среднего и истинного Солнца. Она может быть вычислена по формуле (3.4) или по более точным формулам небесной механики. В АЕ уравнение времени, увеличенное для избавления от отрицательного знака на $12h$, $E = 12h + \eta$ - даётся на каждый день года. Таким образом, зная η и измерив t_0 , мы получим

$$m = t_0 - \eta + 12h = t_0 - 12h - \eta + 24h = t_0 - E$$

Разумеется, как и в случае звёздной шкалы, такой способ целесообразнее использовать для определения поправки часов, идущих по местному ССВ, а все события отмечать по таким часам с учётом найденной поправки. Но такой способ малоточен из-за трудностей наблюдений диска Солнца, поэтому на практике из наблюдений получают поправки звёздных часов, а потом по ним определяют поправки часов, идущих по ССВ, т.е. осуществляется переход от шкалы звёздного времени к шкале ССВ (см. раздел 3.8).

г) Достоинством шкалы ССВ является её близость к шкале ИСВ, благодаря чему она, будучи лишена недостатков последней, полностью сохраняет её преимущества. Как показывает формула (3.4) максимальная величина η не превышает ± 16 минут, что совершенно неощутимо в гражданской жизни.

3.5. Часовые пояса, линия смены даты

Рассмотренные шкалы измерения времени могут быть отнесены к произвольному географическому меридиану. В этом смысле каждая из них является шкалой соответствующего местного времени. Нуль - пункты однотипных шкал местных времён смещены относительно друг друга на

разность долгот рассматриваемых меридианов. Следовательно, численные значения местных времён, зарегистрированных в момент какого-то события, будут различными, что создаёт определение неудобства. Поэтому в астрономии время событий принято регистрировать по ССВ Гринвичского меридиана M , которое получило название всемирного или универсального и обозначается как UT . Связь местного ССВ с ним даётся формулой (3.6). Не следует путать одновременные события со сходными явлениями суточного вращения НС: восходом и заходом светил, их прохождением через меридиан и т.п. Местное время прохождения, например CC , через меридиан в нижней кульминации на всех долготах одинаково и равно $m - 0^h$, но эти события не одновременные, так как в соответствии с формулой (3.6) происходят они в разные моменты UT . В гражданской жизни регистрация событий по UT производится только в исключительных случаях. Обычно же для этих целей используется так называемое поясное время. Земной шар разделён по долготе на 24 часовых пояса шириной по 15° каждый, с центральными меридианами на долготах $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, \dots, 345^\circ$. Эти долготы, выраженные в новой мере $0, 1, 2, 3, \dots, 23^h$, являются одновременно и номерами часовых поясов. В международной практике принято различать восточные и западные часовые пояса. Восточные, начиная с первого, последовательно обозначаются как $A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, M$ (буква J пропускается), а западные - $N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y$. Таким образом, двенадцатые часовые пояса - восточный(M) и западный(Y) имеют один и тот же центральный меридиан $\lambda_E = \lambda_W = 180^\circ$, но их западная ($\lambda_E < 180^\circ$) и восточная ($\lambda_E > 180^\circ$) части обозначаются по - разному, что вполне оправдано (см. дальше). Нулевой пояс обозначается буквой Z (zero).

Теоретические границы между поясами должны проходить по меридианам с долготами $0.5, 1.5, 2.5, \dots, 23^h.5$, так что поясное время в произвольном месте на Земле может отличаться от местного ССВ не больше чем на $\pm 30^m$. Действующие же границы между поясами, утверждаемые правительствами государств, проходят со значительными отступлениями от теоретических и

обычно совпадают с восточными или западными границами административных регионов или стран.

Поясное время принято обозначать через T_n , где n -номер пояса. Очевидно

$$T_n = T_0 + n$$

а так как $T_0 = M = UT$, то с учётом (3.6)

$$T_n = m - \lambda_E + n$$

$$m = T_n - n + \lambda_E$$

С целью экономии электроэнергии во многих странах на летний период (март – октябрь) поясное время увеличивается на 1 час. Такое время получило название летнего $T_n = T_n + 1^h$

В любой момент можно указать меридиан, на котором по местному ССВ только что закончились одни сутки и начались другие, то есть произошла смена даты. Такое явление непрерывно бежит по Земле с востока на запад и когда оно снова дойдет (через сутки!) до того же меридиана, дата, очевидно, должна увеличиться ещё на единицу (иначе на Земле будет "крутиться" одна и та же дата!). Значит должен существовать меридиан, на котором каждая дата впервые вступает на Землю. По международному соглашению такая демаркационная линия проходит в основном по меридиану с долготой $\lambda_E = 12^h$ с отступлениями от него в обе стороны, чтобы нигде не пересекать сушу. $\lambda_E = 12^h$ это центральный меридиан 12-го часового пояса (М и У). В любой момент при одинаковом значении поясного (декретного или летнего) времени дата в западной его части (М) на единицу больше, чем в восточной (У). Поэтому при пересечении демаркационной линии с востока на запад или с запада на восток дату нужно изменять на последующую в первом случае, и на предыдущую во втором. Однако чтобы не портить документацию (бортовые журналы, дневниковые записи и т.п.) дату принято изменять только после полуночи по времени того часового пояса, где находится путешественник: в первом случае одна дата в записях пропускается, а во втором прошедшая дата регистрируется повторно.

3.6. Тропический год, прямое восхождение среднего Солнца

Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра диска Солнца через точку Υ называется тропическим годом (ТГ). Именно с этим периодом происходит смена времен года на Земле. По определению и СС делает полный оборот по небесному экватору за такое же время. Согласно таблицам движения Солнца, вычисленным в конце XIX века Ньюкомбом, в принятый им начальный момент $UT = 12^h 31$ декабря 1899 года, который по астрономическому счислению обозначается как 1900 г. январь $0^d.5$ и называется стандартной эпохой, видимое (см. главу 6) прямое восхождение СС было равно $A_0 = 18^h 38^m 45^s.836$. А в любой другой момент оно описывается выражением

$$A = A_0 + \Delta A * d + 0^s.093 * T^2$$

Где d - время в сутках и их долях, прошедшее от стандартной эпохи, T - тот же промежуток времени, выраженный в юлианских столетиях (юлианское столетие равно 36525 ССС), $\Delta A = 236^s.55536049$ - суточное изменение A , складывающееся из смещения СС по экватору к востоку и прецессионного смещения точки Υ к западу (см раздел 5.1). Квадратичный член введен Ньюкомбом для учета вековой неравномерности прецессионного движения точки Υ и векового изменения продолжительности ТГ.

В настоящее время на пороге очередного столетия в качестве новой стандартной эпохи принят момент $UT = 12^h 1$ января 2000 года (2000 г. январь $1^d.5$), отстоящий от стандартной эпохи Ньюкомба ровно на одно столетие. Для новой стандартной эпохи

$A_0 = 18^h 41^m 50^s.54841$, $\Delta A = 236^s.555367908$, а для других моментов предложена формула, аналогичная (3.7):

$$A = A_0 + \Delta A * d + 0^s.093104 * T^2 - 6^s.2 * 10^{-6} * T^3 \quad (3.8)$$

По определению прямое восхождение СС за один ТГ изменяется на 24^h или 86400^s . Следовательно, продолжительность ТГ в стандартную эпоху 2000 года будет равна

$$ТГ = 86400/\Delta A = 365^d.24219 \text{ ССС} \quad (3.9)$$

или 365 дней $5^h 48^m 45^s$. По исследованиям Ньюкомба продолжительность ТГ в настоящее время уменьшается на $0^s.53$ за 100 лет.

3.7. Календарь, юлианские дни и эпохи

Продолжительность ТГ лежит в основе солнечного календаря, современная форма которого (семидневная неделя, продолжительность и названия месяцев, начало года) сложилась в Древнем Риме к середине первого века до н.э. В так называемом юлианском календаре или старом стиле каждое четырехлетие состоит из трех простых годов по 365 и одного високосного из 366 дней. Дополнительный день - 29 февраля - вставляется в те годы, номера которых кратны четырем. Таким образом, тропический год оказывается короче календарного юлианского на $365.2422 - 1/4(365*3 + 366) = - 0^d.0078$ и как следствие этого через каждые 128 лет весеннее равноденствие (как и другие астрономические явления, связанные с ТГ) будет наступать на одну, а через каждые 384 года - на три календарных даты раньше. Поэтому в григорианском календаре (новый стиль), предложенном взамен юлианского в 1582 году, каждые 400 лет из календарного счета выбрасываются три дня. Эта процедура приурочена к годам, которыми заканчиваются столетия и номера которых не кратны 400. Так, например, годы 1600, 2000 в обоих календарях високосные, а, годы 1700, 1800, 1900, 2000, високосные в юлианском календаре, в новом стиле простые. В XVI и XVII веках старый стиль отставал от нового на 10 дней, теперь эта разность составляет 13 дней. В нашей стране новый стиль введен с 14 февраля 1918 года. При вычислении больших промежутков времени пользоваться календарными датами неудобно. Чтобы убедиться в этом, попробуйте, например, вычислить свой

возраст в сутках. Поэтому в астрономической практике предпочитают иметь дело с более однородной шкалой времени - так называемыми юлианскими днями (Ю.Д. или J.D.)

Это число средних солнечных суток и их долей, прошедших от весьма отдаленного условного начала - гринвичского среднего полудня 1 января 4713 года до н.э. (-4712 г. январь 1^d.5). Например, к моменту стандартной эпохи UT= 12^h 31 декабря 1899 года прошло 2415020.0 юлианских дней, а стандартная эпоха 2000 года приходится на J.D.2451545.0. Значения Ю.Д. на гринвичскую полночь и гринвичский полдень каждой календарной даты публикуются в АЕ. Кроме того, там же и во многих других справочниках опубликованы таблицы для перевода UT в доли суток и таблицы Ю.Д. на начала месяцев многих лет. За начало месяца принимается гринвичский полдень последней даты предыдущего месяца. Например, апрель 0 это гринвичский полдень 31 марта. Кроме такого непрерывного счета дней и их долей в астрономии используются и другие более специфические системы счисления времени. Например, так называемые юлианские эпохи (ЮЭ), обозначаемые буквой J и номером года с дробной частью, отсчитываются от новой стандартной эпохи 2000.0 с периодом в один календарный юлианский год: $ЮЭ = J[2000.0 + (JD - 2451545.0)/365.25]$.

Опорными при редуccionных вычислениях (см. главу 9) являются ЮЭ середины года. Например, ЮЭ 1991.5. соответствует моменту июль 2^d.875 1991 г, или JD 2448440.375. Доли юлианского года τ отсчитываемые от таких опорных эпох, даются в АЕ, в первой половине года они отрицательные, во второй положительные.

До 1984 года использовались только Бесселевы эпохи (БЭ), отсчитываемые от так называемого Бесселева начала 1900 года (B 1990.0) с периодом, равным продолжительности ТГ той эпохи:

$$БЭ = B[1900.0 + (JD - 2415020.31352)/365.242198781]$$

В этой системе за начало года по предложению Бесселя принимаются моменты, когда долгота среднего эклиптического Солнца L_1 , уменьшенная на

величину годичной абберации $20.''50$ (по Ньюкомбу) равна точно 280° . В 1900 году это был момент январь $0^d.81352$. Юлианская и Бесселева эпохи начала года одинаковы для всей Земли всегда близки к началу соответствующего календарного года, например, J 1991.0 соответствует моменту январь $1^d.25$ 1991 года (JD 2448257.75), а B 1991.0 - моменту январь $0^d.85361$ (JD 2448257. $\bar{3}5361$). Бесселевы эпохи пока еще используются для связи с прошлым, но постепенно они будут вытеснены юлианскими эпохами.

3.8. Связи между шкалами звездного и среднего солнечного времени

Как известно, для связи единиц разных, но однотипных шкал необходимо измерить в сравниваемых единицах одну и ту же величину. Для сопоставления единиц шкал звездного и среднего солнечного времени выразим известную в единицах ССВ продолжительность ТГ и в звездных единицах. Пусть на некотором меридиане 21 марта СС и точка Υ кульминировали одновременно, т.е. в момент $S = 0^h$ ССВ было равно $m = 12^h$. Так как за каждые средние солнечные сутки СС смещается по экватору относительно точки Υ на ΔA к востоку, то к моменту каждой очередной кульминаций СС звездное время будет возрастать на ΔA , т.е. в моменты $m = 12^h$ звездное время будет равно $S = \Delta A * d$. В результате за один ТГ точка Υ сделает на один суточный оборот вокруг Земли больше, чем СС, так что

$$366.24219 \text{ зв. суток} = 365.24219 \text{ ССВ},$$

откуда коэффициент для перевода единиц ССВ в единицы звездной шкалы равен

$$k_{m \rightarrow s} = 366.24219 / 365.24219 = 1.00273791 \text{ ед. S / ед. m}$$

а обратный ему коэффициент $k' = 1/k$ для перевода единиц звездной шкалы в единицы шкалы ССВ

$$k'_{s \rightarrow m} = 365.24219 / 366.24219 = 0.99716957 \text{ ед. m / ед. S}$$

Таким образом, по аналогии с (3.10) перевод одних единиц времени в другие можно выполнить по формулам:

$$\Delta S = k * \Delta m$$

$$\Delta m = k' * \Delta S$$

А поскольку m есть ССВ, прошедшее с момента местной полуночи, то и ΔS должно быть равно разности $S - S_0$, где S_0 - звездное время в местную полночь т.е. в момент $m = 0$. Следовательно, S в заданный момент m или, наоборот, m в заданный момент S могут быть вычислены по формулам:

$$S = S_0 + k * m$$

$$m = k'(S - S_0)$$

Для удобства вычислений значения k и k' можно представить как

$$k = 1 + \mu, \quad k' = 1 - \nu, \quad \text{где } \mu = 1 / 365.24219 = 0.00273791,$$

$$\text{а } \nu = 1 / 366.24219 = 0.00273043. \quad \text{В этом случае}$$

$$S = S_0 + m + \mu * m \tag{3.12}$$

$$m = (S - S_0) - \nu (S - S_0). \tag{3.13}$$

В связи с изменением продолжительности ТГ значения коэффициентов μ и ν немного изменяются. Однако в подавляющем числе задач можно без ущерба для точности использовать вышеприведенные округленные числовые значения μ и ν . Поправки $\mu * m$, $\nu * \Delta S$ табуированные по аргументам m и ΔS , приводятся в АЕ и в многочисленных справочниках по астрономии.

Звездное время в местную полночь можно вычислить с помощью отношения (3.2) $S_0 = A + 12^h$, если подставить в него A из выражения (3.8).

На практике этого, конечно, не делают, поскольку во всех АЕ публикуются заранее вычисленные значения S_0 на каждую Гринвичскую полночь.

Для вычисления же в местную полночь на долготе λ_E заметим, что полночь наступает там на λ_E единиц ССВ раньше, чем в Гринвиче. А так как за одни ССС S_0 возрастает на ΔA , то за долю ССС, равную $\lambda^s / 86400$, оно изменится на величину $\lambda^s_E * \Delta A / 86400 = \lambda_E = / 365.24219 \mu * \lambda_E$,

таким образом ,

$$S = S_0 - \mu * \lambda_E \quad (3.14)$$

Эту формулу можно получить и из формальных соображений.

Напишем формулу (3.12) для вычисления гринвичского среднего звездного времени (ГСЗВ или GMST)

$$S = S_0 + M + \mu * M \quad - 3 -$$

прибавим к обеим частям по λ_E , а справа припишем еще $\mu * \lambda_E - \mu * \lambda_E$

$$S + \lambda_E = S_0 - \mu * \lambda_E + M + \lambda_E + \mu * M + \mu * \lambda_E$$

и перейдем к местным шкалам:

$$s = S_0 - \mu * \lambda_E + m + \mu * m$$

Мы получили выражение для s тождественное до своей сути выражению (3.12) и, следовательно, $S_0 - \mu * \lambda_E = S$.

3.9. Шкалы всемирного времени

В настоящее время различают три шкалы всемирного времени (обозначаемое цифрами 0, 1, 2). UT0 - это всемирное время, непосредственно получаемое из астрономических наблюдений, т.е. время мгновенного гринвичского меридиана, положение плоскости которого определяется мгновенным положением полюсов Земли. UT1 - это всемирное время среднего Гринвичского меридиана, определяемого средними положениями полюсов Земли. Оно получается путем введения поправок $\Delta\lambda$ в значения UT0 за движение земных полюсов. $UT1 = UT0 - \Delta\lambda$

В 30-х годах, после создания высокоточных кварцевых часов, была открыта сезонная неравномерность вращения Земли: в марте ССС $0^s.001$ длиннее, а в августе приблизительно на столько же короче средних в году.

Накапливаясь, такие изменения могут приводить к отклонению наблюдаемого астрономического времени UT1 от воображаемой равномерной шкалы до $\pm 0^s.05$. Время, исправленное за сезонную неравномерность вращения Земли, обозначается как UT2 и

называется предварительным равномерным или квазиравномерным:

$$UT2 = UT1 + \Delta T = UT0 - \Delta\lambda + \Delta T$$

По решению МАС с 1 января 1956 года при точных определениях астрономического времени учёт поправок $\Delta\lambda$ и ΔT обязателен.

Эти поправки вычисляются и публикуются Международным Бюро Времени (МБВ) в Париже. Поправки $\Delta\lambda$ вычисляются по формуле (2.2) с экстраполированными на несколько месяцев вперёд значениями координат мгновенного полюса Земли $P_n(X, Y)$. Поправка ΔT , одинаковая для всей Земли, вычисляется на соответствующие даты на основании результатов исследования сезонной неравномерности вращения за предыдущие годы. Шкала UT2 может считаться равномерной на интервале времени всего лишь в несколько месяцев.

3.10. Шкала эфемеридного времени

С ростом промежутка времени неравномерность шкалы UT2 становится всё более заметной. Причинами этого являются вековые и регулярные изменения в скорости вращения Земли. Вековые изменения проявляются в прогрессивном увеличении ССС со средней скоростью $0^s.0023$ (по данным за 2000 лет) или $0^s.0016$ (по данным за последние 250 лет) за сто лет. Происходит это в результате тормозящего действия на Землю лунно-солнечных приливов. Нерегулярные изменения ССС (отмечены в 1864, 1876, 1897, 1920 годы) мало изучены, неизвестно даже происходят ли они скачкообразно или же плавно на протяжении может быть нескольких месяцев или даже лет. Изменения ССС выявлены из сопоставления наблюдаемых и теоретических (эфемеридных) положений на фоне звёзд сначала Луны, а позднее Меркурия, Венеры, Солнца.

Чтобы вернуть секунде определённость МАС во всех случаях, когда средняя солнечная секунда, являющаяся $1/86400$ частью ССС,

неудовлетворительна как единица времени вследствие её изменчивости, рекомендовал принимать за единицу времени секунду, определяемую как 1:31556925.9747 часть тропического года в стандартную эпоху январь 0^d.5 1900 года. Таким образом для определения этой единицы секунды "образца начала 1900 года"- использован более стабильный периодический процесс, чем ⁻³⁻вращение Земли, а именно, обращение Земли вокруг Солнца. Такая секунда излучила название эфемеридной, а время ET, измеряемое по этой шкале, называется эфемеридным. Новое определение делает секунду равной её средней продолжительности за последние три столетия.

Эту процедуру можно сравнить с новым нанесением штрихов на некоем эталоне, когда широкие и не очень точные штрихи заменяются тонкими и равномерно расположенными на фоне старых.

Всемирное время отстает от эфемеридного на величину эфемерной поправки ΔT

$$ET = UT2 + \Delta T_E,$$

которую можно рассматривать в соответствии с вышеизложенным как состоящую из двух частей - регулярной (r) и неправильной, регулярной (i) :

$$\Delta T_E = (\Delta T_E)_r + (\Delta T_E)_i$$

Регулярная поправка может быть предвычислена заранее на основе известных законов движения тел Солнечной системы;

$$(\Delta T_E)_r = 24^s.349 + 72^s.318 * T + 29^s.450 T^2$$

где T должно быть выражено в столетиях, отсчитанных от начальной эпохи J 1900.0. Нерегулярная поправка не может быть предсказана. Надёжнее всего, с точностью до нескольких десятых секунды, она определяется из наблюдений положения Луны (поскольку у нее самое быстрое суточное движение на фоне звезд). За сутки Луна перемещается по долготе на фоне звезд на 13°.176358. Уклонению от эфемериды на В" соответствует

$$(\Delta T_E)_i = V'' * (86400 / 13°.176358 * 3600) = 1.82144 V''$$

Величина В", называемая флуктуацией в долготе Луны, есть разность

наблюдаемой долготы и предвычисленной. До проведения и обработки таких наблюдений поправка ΔT_E экстраполируется по результатам её определений за прошлые годы и публикуется в АЕ.

Сделать представление об эфемеридном времени более наглядным помогает понятие о вспомогательном, так называемом эфемеридном, меридиане.

Это воображаемый земной меридиан, который в начальный момент совпадал с Гринвичским и с тех пор вращается совершенно равномерно со скоростью один оборот за одни эфемеридные сутки. В настоящее время (1990 год) долгота эфемеридного меридиана $\lambda_{\text{эф}} = 60^{\text{s}}.0$. Она включает в себя эффект всех неравномерностей вращения Земли. Таким образом, численно эфемеридное время - это часовой угол среднего эфемеридного Солнца относительно эфемеридного меридиана плюс 12^{h} . Прямое восхождение эфемеридного СС отличается от $\alpha_{\text{СС}}$ на величину $\mu * \Delta T_E$ - именно на столько успеет переместиться СС за время ΔT_E (см. раздел 3.6), а долгота эфемеридного меридиана

$$\lambda_{\text{эф}} = (1 + \mu) * \Delta T_E$$

С 1960 года все национальные АЕ стали давать положение небесных тел не на момент гринвичской полуночи, а на 0^{h} эфемеридного времени.

Астрономические шкалы времени УТ и ЕТ потерять невозможно. Если бы по каким-то причинам прекратились все астрономические наблюдения и остановились все часы, то спустя некоторое время с помощью возобновившихся наблюдений можно было бы полностью восстановить эти шкалы. Обращающаяся вокруг Солнца и вращающаяся вокруг своей оси Земля является как бы "вечными" часами, которые непрерывно хранят астрономические шкалы счисления времени. Задача астрономов - правильно прочитать показания этих шкал. В настоящее время точности привязки шкал УТ составляет несколько десятитысячных долей секунды, а шкалы ЕТ даже в лучших случаях всего лишь около десятой доли секунды.

3.11 Шкалы атомного времени

Шкала времени ТА задаваемая с помощью атомных часов и не зависящая от вращения или обращения Земли, получила название атомного времени. За основную единицу в ней принята атомная секунда, определяемая как время равное 9192631770 колебаниям, соответствующих частоте перехода между двумя энергетическими уровнями в атомах цезия. В определении указаны также наименования этих уровней и условия, в которых происходит переход. Определение атомной секунды сделано так, что она почти совпадает с эфемеридной секундой (к этому во всяком случае стремились). Атомная секунда воспроизводима в различных экземплярах атомных часов с относительной погрешностью порядка $10^{-12} - 10^{-13}$, что в 100 000 раз точнее, чем воспроизведение средней секунды при астрономических определениях. В природе непрерывно действующей шкалы атомного времени, показания которой можно было бы "прочитать" с высокой точностью, не существует - её создают в лабораториях искусственно. Поэтому остановка атомных часов означает потерю непрерывности атомной шкалы. Чтобы этого не случилось, предусматривается их бесперебойное снабжение электроэнергией, а также многократное дублирование. Чтобы сделать службу атомного времени более надёжной, ряд стран договорились вести совместную шкалу времени, которая получила название международного атомного времени ТАИ. Начальный момент этой шкалы выбран так, что в 0^h 1 января 1958 г. эта шкала совпала со шкалой UT2, а дальше она ведётся независимо от астрономических наблюдений. В этот начальный момент $\Delta T_E = 32^s.18$ и поэтому $ET = TAИ + 32^s.18$. Позднее для удобства было принято, что в момент ТАИ январь $1^d.00^h00^m00^s$ 1977 года ET равно январь $1^d.0003725$ (точно!), что соответствует поправке $32^s.184$ (старое значение поправки соответствовало не "круглой" доле суток!):

$$ET = TAИ + 32^s.184 \quad (3.15)$$

Шкалы ТАИ и UT2 заметно "разбегаются": в настоящее время

приблизительно на 1^s в год. Чтобы устранить неудобства, связанные с этим обстоятельством (жизнь на Земле привязана к солнечному времени!), МБВ ввело с 1 января 1972 года международную шкалу атомного координированного времени UTC, согласованную со шкалой UT2. Размер секунды в этой шкале совпадает с размером секунды TAI, а сдвиг шкалы UTC относительно TAI всегда равен целому (известному) числу секунд. Когда разность

UT1 - UT превосходит по абсолютной величине $0^s.9$ назначается корректировка UTC, которая приурочивается к концу года или к концу кварталов. Так как атомные секунды несколько короче солнечных, то атомные часы "спешат": например, в момент, когда они показывают $23^h59^m60^s$, реальные сутки, связанные со шкалой UT1, могут еще не закончиться. Поэтому в шкалу UTC приходится вставлять чаще всего положительную, корректирующую секунду. Так, например, момент $23^h59^m61^s$ 31 декабря 1989 года был засчитан как момент $00^h00^m00^s$ 1 января 1990 года, а разность показаний TAI-UTC скачком возросла еще на одну секунду и стала равной $25^s.0000$. При необходимости может быть назначена и отрицательная корректирующая секунда: момент $23^h59^m59^s$ заканчивающихся суток засчитывается как момент $00^h00^m00^s$ следующих.

В России ведется своя, независимая от МБВ атомная шкала времени ТА и своя шкала координированного времени UTC. Шкала UTC(R) согласована со шкалой UTC с погрешностью не более $0^s.0001$, а "разбегание" шкал ТА и TAI за год составляет всего лишь несколько микросекунд. Шкала ТА была совмещена со шкалой UT2 в 12^h 1 января 1964 года. Так как к этому моменту шкала TAI опережала UT2 на $2^s.8272$ то разность шкал ТА-UTC всегда меньше разности TAI - UTC именно на эту величину. 1 января 1990 года, когда разность TAI - UTC достигла $25^s.0000$, разность ТА-UTC стала равной

22^s.1728.

С введением UTC надобность в шкале всемирного времени не отпала и его продолжают получать из наблюдений. Оно необходимо в астрономии и геодезии, а также при запусках и наблюдениях ИСЗ. Поэтому в при радиопередачах сигналов точного времени в шкале UTC специальным кодом передается разность $UT1 - UTC$.

Шкала ET также более или менее регулярно воспроизводится из наблюдений Луны и сопоставляется со шкалой TAI.

Эфемеридное время основано на действии гравитационных сил, а TAI на действии законов квантовой механики. Если мировые константы: гравитационная постоянная, постоянная Планка, скорость света и др. - не изменяются, то шкалы ET и TAI будут оставаться относительно друг друга равномерными. В будущем при повышении точности определения ET это можно будет проверить и, таким образом, возможно удастся решить фундаментальную проблему современной физики о том, постоянны ли мировые константы.

3.12. Шкалы динамического времени

Шкала ET по самой своей сути должна быть отождествлена с времяподобным аргументом t в динамических теориях небесной механики и, следовательно, её можно рассматривать как шкалу динамического времени (dynamical time) DT. В упомянутых теориях движения тел принято относить к системе координат, связанной с центром масс (барицентром) Солнечной системы. В релятивистских теориях движения (т.е. в теориях основанных на общей теории относительности) время, отнесенное к такой неподвижной системе координат, называется координатным, а время, отнесенное к движущемуся телу – собственным. В астрономии координатное время барицентра

называют барицентрическим динамическим временем TDB, а собственное время движущегося земного наблюдателя - земным динамическим временем TDT. Отождествив TDT с ET, мы связываем шкалу TDT с наиболее стабильной в настоящее время шкалой TAI (см. формулу 3.15):

$$TDT = TAI + 32^s.184$$

И делаем её тем самым уже независимой от каких либо динамических теорий. Переход же к шкале TDB может быть осуществлен через релятивистские теории движения Земли. Шкала TDB построена так, чтобы разность TDB - TDT не сдержала постоянного члена, а была только чисто периодической:

$$TDB = TDT + 0.^s001658*\text{sing} - 0.^s000014*\sin 2g,$$

Здесь g- средняя аномалия Земли в её орбитальном движении, изменяющаяся пропорционально времени

$$g = 357^{\circ}.53 + 0.^{\circ}98560028(\text{JD} - 2451545.0)$$

МАС рекомендовал, начиная с 1984 года, использовать в эфемеридах тел Солнечной системы вместо аргумента ET аргумент DT: TDT - для геоцентрических и TDB для барицентрических положений. Астрономический Ежегодник перешел на шкалу DT с 1989 года.

3.13 Контрольные вопросы и упражнения к Главе 3

1. Дайте определение среднего звездного и среднего солнечного времени.
2. Каковы причины неравномерности шкалы истинного солнечного времени?
3. Пользуясь АЕ изобразите на миллиметровке ход уравнения времени η или E на текущий год. Отметьте даты нулевых и экстремальных значений уравнения времени.

4. Какое время называется московским ?
5. В Казани истинный полдень 8 марта текущего года.
Вычислите для этого момента $UT(\lambda_E = 3^h 16^m 29^s.2)$
6. Вычислите моменты наступления истинного полудня в Казани 25 марта и 25 апреля текущего года по московскому времени.
7. Вычислите звездное время в $22^h 34^m 47^s.35$ московского времени для АОЭ КФУ ($\lambda_E = 3^h 15^m 15^s.9$) 16 октября текущего года.
8. Вычислите UT , местное, поясное, декретное и летнее время в момент ВК звезды с $\alpha_{\text{bug}} = 20^h 48^m 18^s.32$ в АОЭ 22 сентября и 10 октября текущего года.
9. Объясните, почему тропический год содержит звездных суток на единицу больше, чем средних солнечных.
10. Как будет изменяться дата для пассажира самолета, который, вылетев из С-Петербурга (2 пояс) в полдень 1 июня, облетел Землю по параллели в западном направлении ровно за 12 часов и совершил посадку там же ?
11. Пользуясь таблицей Ю.Д., определите свой возраст в сутках.
12. Ньютон родился 25 декабря 1642г. по старому стилю. Когда будет отмечаться 350-летие со дня его рождения ?

ГЛАВА 4. ЯВЛЕНИЯ СУТОЧНОГО ВРАЩЕНИЯ НЕБЕСНОЙ СФЕРЫ

4.1. Основные формулы параллактического треугольника

Рассмотрим уже знакомый параллактический треугольник PZC (рис. 4.1 W) и условимся все углы в нем отсчитывать по часовой стрелке. При вращении НС этот треугольник непрерывно изменяется. Для светила в восточной полусфере он будет иметь вид как на рис. 4.1 Е. Используем эти треугольники для выяснения обстоятельств наступления определённых событий, таких как восход и заход светил, их прохождение через меридиан, через первый вертикал, элонгацию, наблюдаемых на заданной географической широте φ . Под обстоятельствами события мы будем понимать значения параметров z , A , t , s , a иногда и q , вычислить которые можно из основных формул параллактического треугольника:

- а) $\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$
- б) $\sin \delta = \sin \varphi \cdot \cos z - \cos \varphi \cdot \sin z \cdot \cos A$
- в) $\sin \varphi = \sin \delta \cdot \cos z + \cos \delta \cdot \sin z \cdot \cos q$ (4.1)
- г) $\sin z \cdot \cos A = -\cos \varphi \cdot \sin \delta + \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$
- д) $\sin z \cdot \cos q = \cos \delta \cdot \sin \varphi - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t$
- е) $\sin z / \sin t = \cos \delta / \sin A = \cos \varphi / \sin q$

В следующих параграфах рассматривается практическое использование этих формул в решении ряда конкретных задач.

4.2. Кульминации светил

Кульминация это положение светила на НС при экстремальных значениях z . Для определения этих значений продифференцируем первую формулу (4.1) по звездному времени

$$- \sin z \cdot (dz/ds) = - \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t \cdot (dt/ds)$$

Для звезд α и δ могут считаться в течение суток постоянными.

А так как $s = t + \alpha$, то $dt/ds = 1$ и $dz/ds = (\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t) / \sin z$

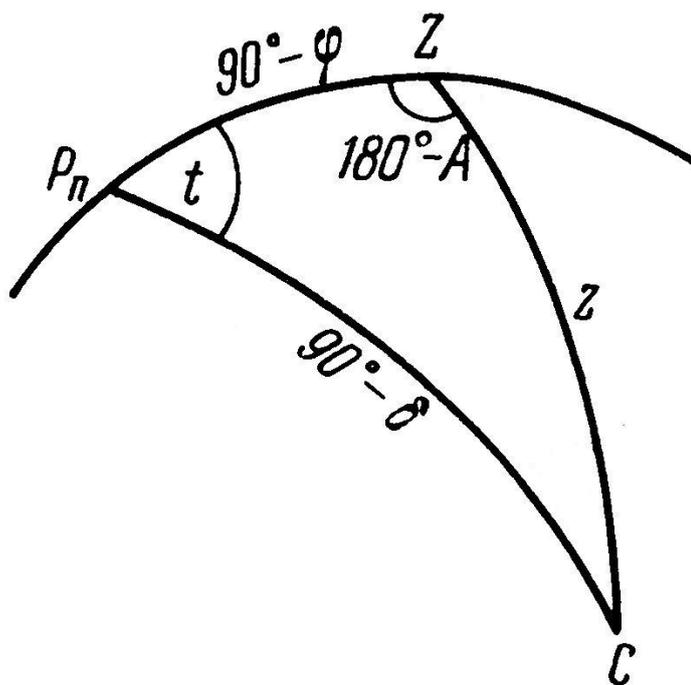


Рис. 4.1 (W)

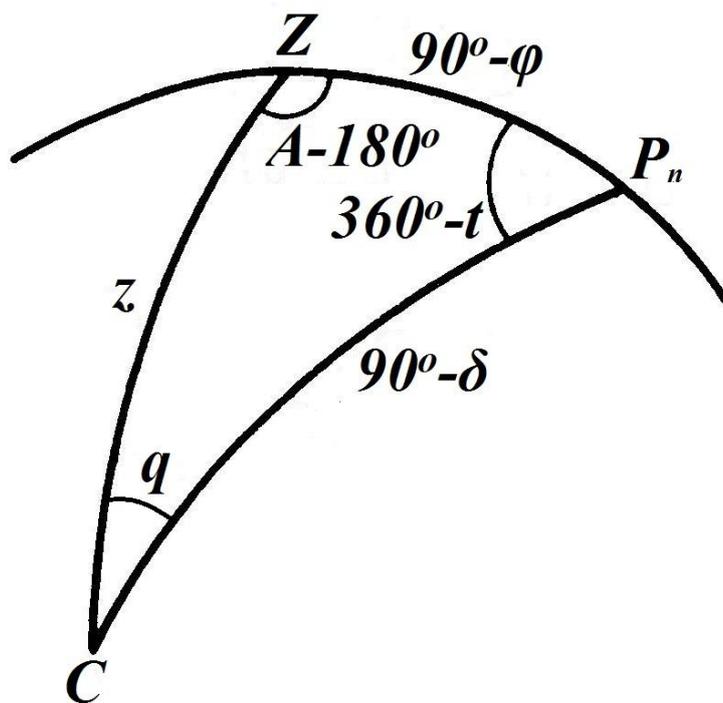


Рис. 4.1.(E)

Условимся не рассматривать светила при $\delta = 90^\circ$, случаи, когда $z = 0^\circ$ и исключим $\varphi = 90^\circ$. Приравняв первую производную dz/ds нулю, мы найдём, что $\sin t = 0$ и что z становится экстремальным только при $t = 0^h$ или при $t = 12^h$. При переходе через $t = 0^h$ производная dz/ds изменяет знак с минуса на плюс, следовательно, в этом случае z будет минимально. При переходе через $t = 12^h$ знак производной изменяется с плюса на минус, следовательно, здесь z будет максимальным. Кульминация, при которой z достигает минимального значения, называется верхней (ВК), а кульминация, при которой z максимально - нижней (НК). Найдём эти значения.

Из формулы (4.1a) для ВК при $\cos t = 1$

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta,$$

откуда

$$z_B = \varphi - \delta \tag{4.2}$$

$$z_B = \delta - \varphi$$

Подставив полученные значения в формулу (4.1г) найдём, что в первом случае $\cos A = 1$, то есть $A = 0^\circ$ и ВК происходит к югу от зенита, а во второго $\cos A = -1$, то есть $A = 180^\circ$ и ВК происходит к северу от зенита на дуге PZ.

Аналогично для НК из формулы (4.1a).

При $\cos t = -1$, получим

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta - \cos \varphi \cdot \cos \delta$$

откуда

$$Z_H = 180^\circ - \varphi - \delta \tag{4.3}$$

Подставив Z_H в формулу (4.1г), найдём $\cos A = -1$ и $A = 180^\circ$.

Из формулы звёздного времени (3.2) устанавливаем, что ВК происходит в момент $s = \alpha$, а НК- в момент $s = \alpha + 12^h$.

4.3. Прохождения светил через первый вертикал

Из формул (4.1г) и (4.1б) при $A_W = 90^\circ$ или $A_E = 270^\circ$ получим

$$\begin{aligned} \cos z &= \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varphi, & \cos z &= \sin \delta / \sin \varphi \\ \operatorname{tg} z_W &= \operatorname{arccost}, & S_W &= \alpha + t_W, \\ \operatorname{tg} z_E &= 24^h - \operatorname{arccost}, & S_E &= \alpha + t_E. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Контроль правильности вычислений можно сделать по формуле (4.1е)

$$\sin z = \pm \sin t * \cos \delta.$$

Так как $|\cos z| \leq 1$, то на заданной широте φ первый вертикал могут пересекать только те светила, у которых $|\operatorname{tg} \delta| \leq \operatorname{tg} \varphi$ или

$$\varphi \geq \delta \geq -\varphi \quad (4.5)$$

причём при $\delta \geq 0^\circ$, $z \leq 90^\circ$, а при $\delta \leq 0^\circ$ $z \geq 90^\circ$

4.4. Светила в элонгациях

Из условия (4.5) следует, что при $|\delta| > \varphi$ светила не пересекают первый вертикал, так что их азимуты заключены в пределах $90^\circ < A < 270^\circ$, что можно записать как $A = 180^\circ \pm \alpha$. Положение светила при достижении предельных значений азимута называется элонгацией. Круг высоты светила в момент элонгации проходит касательно к суточной параллели, и угол q равен 90° при западной и 270° при восточной элонгациях. Из формул (4.1 д,в,е) в таком случае следует, что

$$\begin{aligned} \cos z &= \operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} \delta, \\ \cos z &= \sin \varphi / \sin \delta, \\ \sin A &= \pm \cos \delta / \cos \varphi \end{aligned}$$

Для контроля может быть использована формула (4.1е)

$$\sin z = \pm \sin t * \cos \delta$$

4.5. Восход и заход светил

Восход или заход это пересечение светилом линии математического горизонта. Без учета рефракции (см. главу 8) в этот момент $z = 90^\circ$. Из первой формулы (4.1) при $\cos z = 0$ получаем:

$$\begin{aligned} \cos t &= -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta, \\ t_W &= \arccos t, & t_E &= 24^h - \arccos t, \\ S_W &= \alpha + t_W, & S_E &= \alpha + t_E. \end{aligned}$$

Из формулы (4.1 б, е) при $\sin z = 1$ находим

$$\begin{aligned} \cos A &= \sin\delta / \cos\varphi, \\ \sin A &= \cos\delta \cdot \sin t, \end{aligned}$$

то есть заход и восход происходят в точках горизонта с азимутами

$$A_W = \arccos A, \quad A_E = 360^\circ - \arccos A.$$

Однако на данной северной широте φ восходить и заходить могут только те светила, для которых $|\cos t| \leq 1$. Это условие выполняется, если $|\operatorname{tg}\delta| \leq \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi)$ откуда следует, что $|\delta| \leq 90^\circ - \varphi$.

Таким образом, восходят и заходят только те светила, склонения которых удовлетворяют условию:

$$(90^\circ - \varphi) \geq \delta \geq (90^\circ - \varphi). \quad (4.6)$$

При граничном значении $\delta = 90^\circ - \varphi$ и из формул (4.1а) и (4.1б) находим

$$\cos t = -1,$$

$\cos A = -1$, а из формулы (4.3) $z_H = 180^\circ - \varphi - (90^\circ - \varphi) = 90^\circ$, т. е. моменты захода и восхода сливаются, светило в нижней кульминации только касается горизонта и снова поднимается. А при $\delta > (90^\circ - \varphi)$ имеем $z_H < 90^\circ$ и такие светила не доходят до горизонта.

При другом граничном значении $\delta = -(90^\circ - \varphi)$ из тех же формул (4.1а) и (4.1б) находим $\cos t = 0$, $\cos A = 0$, а из формул (4.2) следует, что $z_B = \varphi - (90^\circ - \varphi) = \varphi$. Такое светило даже в верхней кульминации только касается горизонта и тут же скрывается под ним. Светила же со склонениями $\delta < -(90^\circ - \varphi)$ будут кульминировать на $z_B > 90^\circ$, и, следовательно, не появляются над

горизонтом. Таким образом, суточные параллели $\delta = 90^\circ - \varphi$ и $\delta = - (90^\circ - \varphi)$ делят НС на 3 области (рис. 4.2): а) область незаходящих светил вокруг P_n от $\delta = 90^\circ$ до $\delta = 90^\circ - \varphi$; б) область невосходящих светил вокруг P_s от $\delta = -90^\circ$ до $\delta = -(90^\circ - \varphi)$ и в) область заходящих и восходящих светил, удовлетворяющих условию (4.6).

- 3 -

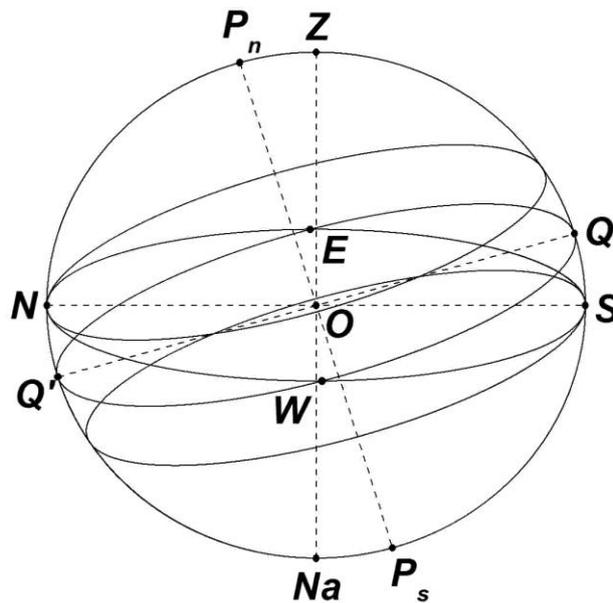


Рис. 4.2.

4.6. Восходы и заходы Солнца

Восход и заход Солнца это пересечение линии математического горизонта верхним краем его диска. Центр же диска в такие моменты будет находиться на зенитном расстоянии $90^\circ + R_o$, где $R_o = 16'$ - видимый угловой радиус Солнца, изменяющийся в течение года от $16'.3$ (в начале января в перигее) до $15'.8$ (в начале июля в апогее). Кроме того, рефракция поднимает светила у горизонта на величину $\rho = 35'$ и, следовательно, в момент восхода или захода Солнца $z_o = 90^\circ + \Delta z$, где $\Delta z = R_o + \rho_o$.

Реальные восходы и заходы связаны с пересечением Солнцем линии видимого горизонта, положение которой зависит как от рельефа местности, так и от высоты наблюдателя над поверхностью Земли. В открытом море, например, линия видимого горизонта лежит ниже линии математического на угол понижения горизонта Δz_r .

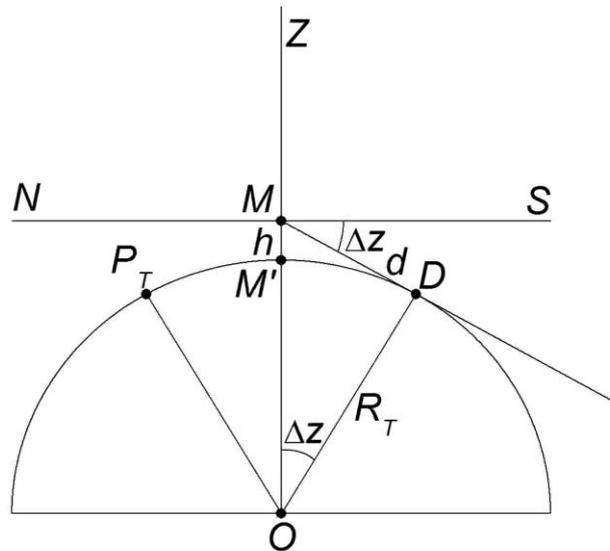


Рис. 4.3.

Как показывает рис. 4.3, Δz_r и дальность горизонта d_r зависят от высоты h наблюдателя над поверхностью Земли, и радиуса Земли r_T :

$$\cos \Delta z_r = r_T / (r_T + h), \quad d_r = \text{sqr}((r_T + h)^2 - r_T^2).$$

Если исключить из рассмотрения, случаи $h \gg 10$ км, то Δz_r мало и

$$\cos \Delta z_r = 1 - 1/2(\Delta z_r)^2, \quad \text{откуда}$$

$$\Delta z_r = \text{sqr}(2h/r_T), \quad d_r = \text{sqr}(2h*r_T)$$

Выражая h в метрах, а Δz_r в минутах дуги, получим приближенные формулы для практических вычислений:

$$\Delta z_r = 1'.926*\text{sqr}(h), \quad d_r = 3.57*\text{sqr}(h) \text{ км.}$$

На суше линия видимого горизонта может располагаться как ниже,

так и выше линии математического горизонта. В последнем случае значение Δz_r следует считать отрицательным. Таким образом, в общем случае из формул (4.1a) и (4.1в) находим:

$$\begin{aligned} \cos t &= (\cos(90^\circ + \Delta z + \Delta z_r) - \sin \varphi * \sin \delta_o) / (\cos \varphi * \cos \delta_o) \\ t_W &= \arccos t, & S_W &= \alpha_o + t_E, \\ t_E &= 24^h - \arccos t, & S_E &= \alpha_o + t_E, \\ \sin A &= (\sin t * \cos \delta_o) / \sin(90^\circ + \Delta z + \Delta z_r), & & (4.7) \\ A_W &= \arcsin A, & A_E &= 360^\circ - \arcsin A \end{aligned}$$

Строго говоря, α_o и δ_o в этих формулах должны быть проинтерполированы на моменты восхода и захода, но с достаточной для практики точностью их можно отнести к местному истинному полудню (или к местной полуночи). Далее по правилам α_o и δ_o следует перевести из геоцентрической системы, в которой они даются в АЕ на каждые 0^h ДТ, в топоцентрическую. (см. главу 7). Такого перехода можно избежать, если мысленно перенести решение задачи в центр Земли, т.е. вместо z_{top} в формулах (4.7) рассматривать $z_{геоц} = z_{top} - p$ (см. формулу 7.6 в разделе 7.3), где p - суточный параллакс светила. У Солнца параллакс мал и его можно не учитывать, но такой прием необходим, например, при вычислениях обстоятельств восхода и захода Луны, суточный параллакс которой $P_J = 57'$.

4.7. Сумерки, белые ночи

Вечерние сумерки - это промежуток времени между заходом Солнца и моментом достижения центром Солнца определённой глубины Δz_o под горизонтом. Аналогично определяются и утренние сумерки. Продолжительность сумерек τ можно вычислить по формуле:

$$\cos(t + \tau) = (\cos(90^\circ + z_o) - \sin \varphi * \sin \delta_o) / (\cos \varphi * \cos \delta_o)$$

где t - часовой угол Солнца в момент его захода и восхода, а Δz_o полагают равным 7° , 12° , 18° соответственно для гражданских, навигационных и

астрономических сумерек. Астрофизические наблюдения проводятся, как правило, вне астрономических сумерек.

Поэтому астрономов интересует не столько продолжительность астрономических сумерек, сколько моменты их окончания вечером и начала утром. Для определения этих моментов вполне пригодны формулы (4.7) при $z = 18^{\circ}$. Ночи, в которые вечерние сумерки, не заканчиваясь, переходят в утренние, называются белыми: белыми гражданскими, белыми навигационными, белыми астрономическими.

4.8. Сводка формул

Сведем для наглядности сравнения основные формулы этой главы в нижеследующую таблицу:

Явление	z или $\cos z$	t или $\cos t$	A или $\sin A$	S
Верхняя кульминация	$\varphi - \delta$	0^h	0	α
Верхняя кульминация	$\delta - \varphi$	0^h	180°	α
Нижняя кульминация	$180^{\circ} - \varphi - \delta$	12^h	180°	$12^h + \alpha$
Прохождение через 1-ый вертикал	$\sin \delta / \sin \varphi$	$\operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varphi$	90° 270°	$t + \alpha$
Элонгации	$\sin \varphi / \sin \delta$	$\operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} \delta$	$\pm \cos \delta / \cos \varphi$	$t + \alpha$
Восход и заход звёзд	90°	$-\operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varphi$	$\cos \delta * \sin t$	$t + \alpha$
Восход и заход Солнца	$90^{\circ} + \Delta z_{\odot} + \Delta z_{\Gamma}$	$(\cos z \sin \varphi * \sin \delta_{\odot}) / \cos \varphi * \cos \delta_{\odot}$	$-\sin t * \cos \delta_{\odot} / \sin z$	$t + \alpha$

Формулы для кульминаций легко получить из геометрических соображений, спроектировав НС на плоскости небесного меридиана, формулы для элонгаций и для прохождения светил через первый вертикал из рассмотрения соответствующих прямоугольных треугольников.

4.9. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 4

1. Вывести формулы для z светил в ВК и НК из геометрических соображений (сделайте рисунок НС в проекции на плоскости меридиана).
2. Выведите формулы (4.4) из прямоугольного сферического треугольника CP_nZ (C должно находиться в первом вертикале).
3. Сделать то же для C , находящейся в элонгации.
4. В какой области горизонта восходят и заходят светила со склонениями а) $\delta > 0^\circ$, б) $\delta = 0^\circ$, в) $\delta < 0^\circ$ на заданной широте φ .
5. Какова относительная продолжительность пребывания над горизонтом и под горизонтом у светил со склонениями: а) $\delta > 0^\circ$ б) $\delta = 0^\circ$, в) $\delta < 0^\circ$? Как она изменяется при изменении φ ?
6. Какие светила пересекают первый вертикал над горизонтом, на горизонте, под горизонтом, не пересекают вовсе? Как изменяются эти условия при изменении φ ?
7. На каких широтах возможны наблюдения светила со склонением $\delta = 30^\circ$ в первом вертикале, в элонгации?
8. Где на Земле светила не бывают в первом вертикале или в элонгации?
9. Начиная с какой широты могут быть белые ночи: гражданские, астрономические?
10. Найти продолжительность периодов белых ночей, астрономических и гражданских на широтах 62° , 56° , 50° .
11. Найти продолжительность полярного дня и полярной ночи на широте $\varphi = 75^\circ$ (с учетом рефракции $\rho = 35'$ и $R_o = 16'$).

12. Найти максимальную и минимальную высоты полуденного Солнца в Казани ($\varphi = 55^\circ.8$). Дать формулу для любой широты.
13. Зенитное расстояние Солнца в полдень 15 мая $7^\circ.4$. На какой широте сделано наблюдение?
14. Пользуясь сводкой формул раздела 4.8 рассмотрите обстоятельства суточного вращения НС на широтах $\varphi = 0^\circ$, $\varphi = 90^\circ$.
15. Рассмотрите обстоятельства суточного движения Солнца на широтах 90° , $66^\circ.5$, $23^\circ.5$, 0° в разные сезоны года.
16. Выведите формулы для вычисления φ и δ звезды при известных из наблюдений значениях Z_{BK} и Z_{HK} .

ЧАСТЬ II. УЧЕТ ФАКТОРОВ, ИЗМЕНЯЮЩИХ ЗНАЧЕНИЯ КООРДИНАТ

ГЛАВА 5. ПРЕЦЕССИЯ И НУТАЦИЯ

5.1. Кинематическая схема прецессии

В результате суточного вращения Земля приобрела форму сплюснутого сфероида (эллипсоида вращения), так что её можно рассматривать как шар с экваториальным утолщением (рис.5.1).

Силу тяготения шара к Солнцу или Луне можно считать приложенной к его центру. А силы притяжения ближних и дальних частей утолщения к Солнцу и особенно к Луне заметно отличаются из-за различия в квадратах расстояний. Сравним их с силами тяготения, приложенными к центру шара. На ближайшую сторону утолщения действует большая, т.е. как бы добавочная сила, направленная к Солнцу или Луне, на дальнюю, наоборот, меньшая, т. е. как бы добавочная сила, но направленная от Солнца или Луны. Каждую из этих сил можно разложить по правилу параллелограмма на составляющие в экваториальной плоскости и в перпендикулярном к ней направлении. Составляющие в плоскости экватора приблизительно равны по величине и направлены во взаимно противоположных направлениях. Они приводят лишь к дополнительному растяжению Земли в плоскости экватора. А в перпендикулярном направлении возникает пара сил (рис.5.1), стремящихся развернуть Землю так, чтобы плоскость земного экватора проходила через Луну и Солнце. И хотя возмущающие силы непрерывно изменяются по величине (см. раздел 5.4), их средние значения на больших промежутках времени (порядка нескольких десятков лет) остаются почти постоянными. Если бы Земля не вращалась, эти силы давне бы развернули её. Вращающаяся Земля обладает гироскопическим эффектом, то есть стремится сохранить положение оси вращения в пространстве неизменным. При наличии гироскопического эффекта возмущающие силы заставляют ось

вращения Земли описывать вокруг направления на полюс эклиптики коническую поверхность с раствором ε и периодом около 26 тыс. лет. На НС (рис.5.2) движение северного полюса мира P вокруг северного полюса эклиптики Π происходит по малому кругу на широте $\beta = 90^\circ - \varepsilon$ в направлении вращения часовой стрелки.

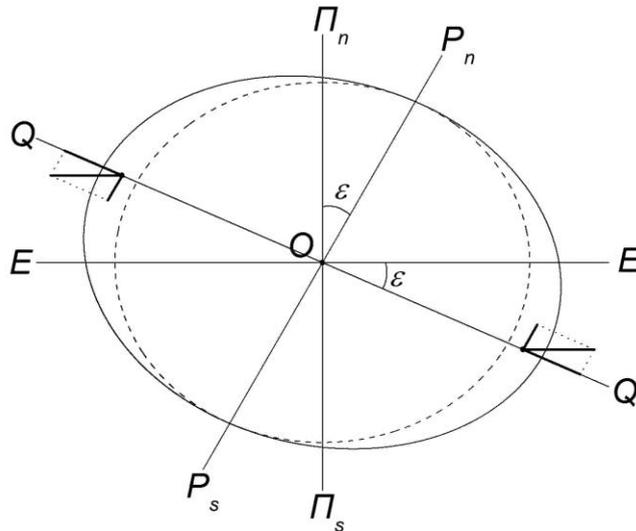


Рис. 5.1.

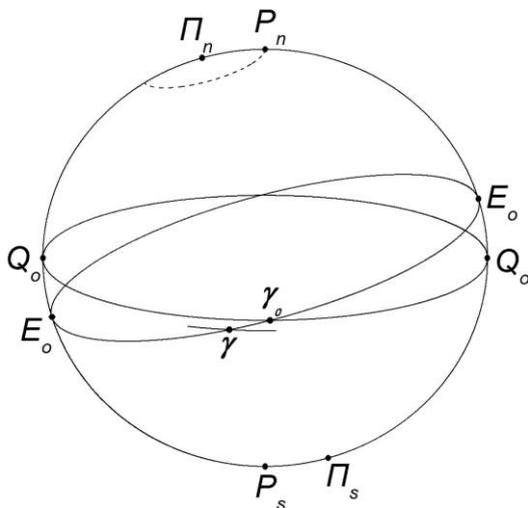


Рис. 5.2

Из-за движения P точка Υ смещается по эклиптике навстречу годовому движению Солнца со скоростью около $50''$.4 в год, делает продолжительность

тропического года короче продолжительности сидерического года (это промежуток времени между двумя последовательными возвращениями Солнца к одному и тому же положению относительно звезд, равный $365^d.2564$): равноденствия наступают раньше - происходит предварение равноденствий (*praecessio aequinoctiorum*) или прецессия. В данном случае речь идёт о прецессии лунно-солнечной.

Пусть на рис.5.3 положение экватора Q_0Q_0 и эклиптики E_0E_0 относятся к некоторой начальной эпохе t_0 . Под влиянием лунно-солнечной прецессии к некоторому моменту времени t точка Y вместе с экватором переместится и займет положение Y' . Дуга $Y_0Y' = \psi_1$ называется лунно-солнечной прецессией в долготе, а скорость изменения ψ_1 за один тропический год $P_1 = d\psi_1/dt$ - годичной лунно-солнечной прецессией в долготе. Влияние этой прецессии удобнее всего изучать в эклиптической системе координат: Изменения λ всех светил одинаковы и в первом приближении пропорциональны времени, а β вообще не изменяются.

Воздействие планет на экваториальное утолщение Земли неощутимо мало. Однако каждая планета стремится сделать плоскость, в которой движется центр тяжести системы Земля + Луна параллельной плоскости своей орбиты. В результате суммарное действие всех планет слегка изменяет положение плоскости эклиптики. Её полюс перемещается со скоростью $\pi = 0''.47$ в год приблизительно в сторону P по дуге большого круга $\Pi_0\Pi$, а сама эклиптика вращается вокруг мгновенной оси, составляющей с линией $Y \Omega$ угол равный $\Pi\Pi_0P_0 = 6^\circ$. Эклиптика E_0E_0 называется начальной или неподвижной (в основополагающих исследованиях Ньюкомба о прецессии она отнесена к эпохе 1850.0), эклиптика EE - мгновенной или подвижной, а линия, вокруг которой она, вращается - осью вращения эклиптики или линией узлов.

Под действием прецессии от планет точка весны в момент t займет, при неподвижном экваторе, положение Y'' . Дуга $Y_0Y'' = \theta_1$ называется прецессией от планет в экваторе, а скорость изменения θ_1 за один

тропический год $q_1 = d\theta_1/dt$ - годичной прецессией от планет в экваторе. Влияние этой прецессии удобнее всего изучать в экваториальной системе координат: изменения α всех светил одинаковы и в первом приближении пропорциональны времени, а δ вообще не изменяются.

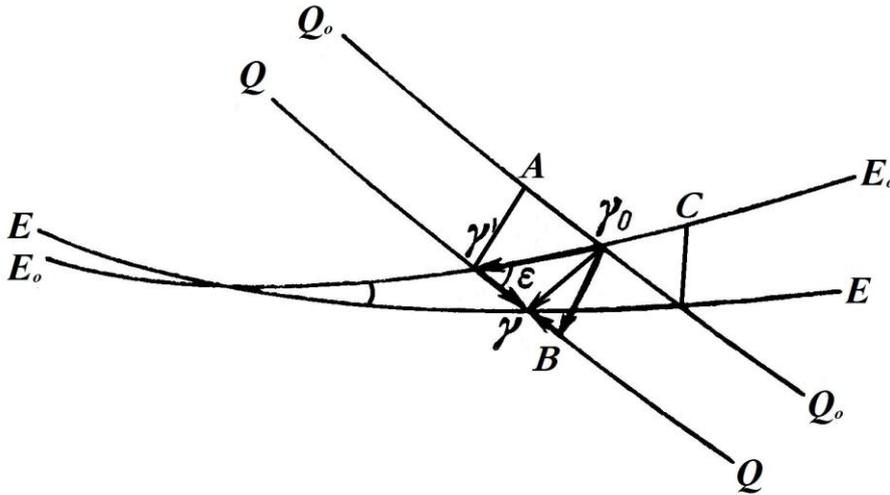


Рис. 5.3.

В результате общей прецессии (лунно-солнечной и прецессии от планет) точка весны в момент t займет положение Y . Пусть теперь на рис.5.3. $t-t_0$ равно одному тропическому году. В таблице 5.1 приводятся основные понятия и обозначения кинематической картины прецессии.

Значение q_1 можно вычислить из узкого сферического треугольника $D Y_0 Y''$ по формуле синусов (угол $Y'' D Y_0 = \text{ПП}_0 = \pi$):

$$\sin Y_0 Y'' \cdot \sin(180^\circ - \epsilon) = \sin \pi \cdot \sin D Y''.$$

Величины $Y_0 Y'' = q_1$ и π очень малы, а $D Y'' = \text{ПП}_0 P$. В теории прецессии вместо $D Y''$ задаётся долгота восходящего узла подвижной эклиптики относительно неподвижной (долгота точки, в которой солнце, находясь на

подвижной эклиптике, пересекает неподвижную в направлении из южного полушария в северное): $\Pi = 180^\circ - D\Upsilon''$. Таким образом $D\Upsilon'' = 180^\circ - \Pi$ и

$$q_1 = \pi * \sin \Pi * \cos \varepsilon$$

Величина $\varepsilon = \Pi P$, как видно из рис.5.2, изменяется со скоростью (знак минус берётся потому что ε уменьшается):

$$d\varepsilon/dt = -\pi * \cos \Pi P = \pi * \cos \Pi$$

Прецессия от планет в настоящее время уменьшает ε . Кроме того, немного уменьшается эксцентриситет земной орбиты. Всё это вместе взятое вызывает изменение лунно-солнечной прецессии p_1 и других параметров. Представление о величинах изменений даёт сравнение данных табл. 5.1 на эпохи 1900.0 и 2000.0.

Таблица 5.1

Дуга	Прецессия	Обозначения формулы	J1900.0	J2000.0
$\Upsilon_0 \Upsilon'$	Лунно-солнечная в эклиптике	p_1	50".37084	50".3758
$\Upsilon_0 A$	Лунно-солнечная в экваторе	$m_1 = p_1 * \cos \varepsilon$	46.20979	46.2189
$\Upsilon_0 B$	Лунно-солнечная по δ	$n = p_1 * \sin \varepsilon$	20.04686	20.0383
$\Upsilon_0 \Upsilon''$	От планет в экваторе (по α)	q_1	0.124734	0.1059
$\Upsilon_0 C$	От планет в долготы (по λ)	$q = q_1 * \cos \varepsilon$	0.11443	0.0972
$\Upsilon_0 \Upsilon' - \Upsilon_0 C$	Общая в долготы (по λ)	$p = p_1 - q_1 * \cos \varepsilon$	50.25641	50.2786
$\Upsilon_0 A - \Upsilon_0 \Upsilon''$	Общая в экваторе (по α)	$m = p_1 * \cos \varepsilon - q_1$	46.08506	46.1129

Полнос мира и соответствующая ему плоскость экватора, а также Υ , движущиеся под действием только усреднённых возмущающих (прецессионных) сил называется средними, так же называются координаты светил α , δ , отнесённые к изменяющейся таким образом системе координат.

5.2. Скорость изменения экваториальных координат из-за прецессии

Пусть в каталоге даны α° , δ° звёзды на эпоху t° . Каковы будут значения α и δ в произвольный момент времени t в результате влияния на координатную сетку общей прецессии? Поскольку общая прецессия есть функция времени $\alpha = \alpha(t)$, $\delta = \delta(t)$, разложим эти функции в окрестности t° в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}\alpha - \alpha^\circ &= (t - t^\circ) \cdot d\alpha/dt + 1/2 \cdot (t - t^\circ)^2 \cdot d^2\alpha/dt^2 + 1/6 \cdot (t - t^\circ)^3 \cdot d^3\alpha/dt^3 + \dots \\ \delta - \delta^\circ &= (t - t^\circ) \cdot d\delta/dt + 1/2 \cdot (t - t^\circ)^2 \cdot d^2\delta/dt^2 + 1/6 \cdot (t - t^\circ)^3 \cdot d^3\delta/dt^3 + \dots\end{aligned}\quad (5.1)$$

Эти формулы и решают поставленную задачу, если численные значения всех производных, отнесённых к начальной эпохе t° известны. Получим эти формулы аналитическим путём. Для этого выделим из λ переменную часть, обусловленную лунно-солнечной прецессией ψ_1 , а из α - переменную часть, обусловленную прецессией от планет θ_1 . Будем считать в дальнейшем λ и β постоянными. α , δ , ψ_1 , θ_1 - переменными, а влиянием небольших изменений, в ε пренебрежём. Напишем для сферического треугольника ПРС (рис.2.1) формулы перехода от эклиптических координат к экваториальным:

$$\begin{aligned}\sin\delta &= \cos\varepsilon \cdot \sin\beta + \sin\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \sin(\lambda + \psi_1) \\ \cos\delta \cdot \sin(\alpha + \theta_1) &= -\sin\varepsilon \cdot \sin\beta + \cos\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \sin(\lambda + \psi_1) \\ \cos\delta \cdot \cos(\alpha + \theta_1) &= \cos\beta \cdot \cos(\lambda + \psi_1).\end{aligned}$$

Продифференцируем первую формулу по времени:

$$\cos\delta \cdot d\delta/dt = \sin\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \cos(\lambda + \psi_1) \cdot d\psi_1/dt.$$

Пользуясь третьей формулой и введёнными в разделе 5.1 обозначениями, получим: $d\delta/dt = n \cdot \cos(\alpha + \theta_1)$.

Продифференцируем по времени вторую формулу:

$$\sin\delta \cdot \sin(\alpha + \theta_1) \cdot \frac{d\delta}{dt} + \cos\delta \cdot \cos(\alpha + \theta_1) \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \cos\delta + \cos(\alpha + \theta_1) \cdot \frac{d\theta_1}{dt} = \\ = \cos\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \cos(\lambda + \psi_1) \cdot \frac{d\psi_1}{dt}$$

Заменив подчеркнутые члены и сделав необходимые преобразования, найдем:

$$\frac{d\alpha}{dt} = m + n \cdot \sin(\alpha + \theta_1) \cdot \operatorname{tg}\delta$$

В начальную эпоху $t = t^\circ$, $\alpha = \alpha^\circ$, $\delta = \delta^\circ$, $\theta_1 = 0$, поэтому

$$\frac{d\alpha}{dt} = m + n \cdot \sin\alpha^\circ \cdot \operatorname{tg}\delta^\circ, \quad \frac{d\delta}{dt} = n \cdot \cos\alpha^\circ$$

Значки $^\circ$ в этих формулах обычно не пишут, а лишь подразумевают. Путем дифференцирования полученных выражений можно вычислить вторые и третьи производные. При $\delta \rightarrow 90^\circ$, $d\alpha/dt \rightarrow \infty$ и полученными формулами пользоваться нельзя. Поэтому для случая $\delta > 80^\circ$ применяются более строгие формулы учёта общей прецессии.

5.3. Влияние прецессии и собственного движения на экваториальные координаты звезд.

Собственные движения звёзд CC' (рис. 5.4) изменяют значения α и δ подобно общей прецессии

$$\alpha - \alpha^\circ = (t - t^\circ) \cdot \mu_\alpha + 1/2 \cdot (t - t^\circ)^2 \cdot d\mu_\alpha/dt + \dots$$

$$\delta - \delta^\circ = (t - t^\circ) \cdot \mu_\delta + 1/2 \cdot (t - t^\circ)^2 \cdot d\mu_\delta/dt + \dots \quad (5.2)$$

Здесь $\mu_\alpha = CA \cdot \sec\delta^\circ = \alpha - \alpha^\circ / t - t^\circ = (d\alpha/dt)_\mu$ и $\mu_\delta = CB = \delta - \delta^\circ / t - t^\circ = (d\delta/dt)_\mu$ проекции годичного собственного движения звезды $\mu = \sqrt{(\mu_\alpha \cdot \cos\delta)^2 + \mu_\delta^2}$ на координатные оси α и δ , а $d\mu_\alpha/dt = (d^2\alpha/dt^2)_\mu$, $d\mu_\delta/dt = (d^2\delta/dt^2)_\mu$ - скорости изменения этих проекций, ощутимые лишь у близкополюсных звезд или у звезд с большими значениями μ .

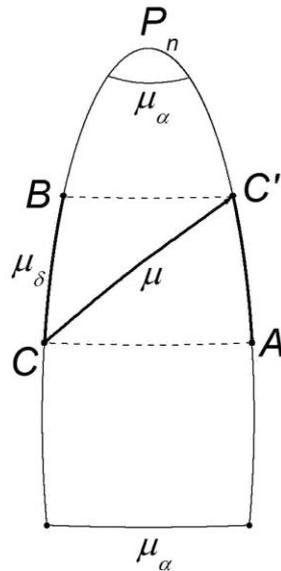


Рис. 5.4.

Формулы (5.2) обычно присоединяют к рядам (5.1), а члены при $(t - t^0)^2$, $(t - t_0)^3$, которые очень малы, с целью более удобной записи увеличивают и вводят следующие обозначения:

$$(VA)_\alpha = d\alpha/dt + \mu_\alpha \quad (VA)_\delta = d\delta/dt + \mu_\delta \quad (5.3)$$

$$(VS)_\alpha = 100*d^2\alpha/dt^2 + 100*d\mu_\alpha/dt \quad (VS)_\delta = 100*d^2\delta/dt^2 + 100*d\mu_\delta/dt \quad (5.4)$$

$$(III)_\alpha = (100^3/6)*d^3\alpha/dt^3 \quad (III)_\delta = (100^3/6)*d^3\delta/dt^3 \quad (5.5)$$

A(variatio annua) это годовые изменения координат из-за прецессии и собственного движения, VS(variatio saecularis) - вековые (т.е. за 100 лет) изменения годовых изменений, а (III) так и называется третьим членом.

На практике влияние прецессии и собственного движения на каталожные значения α° , δ° учитывается в два этапа. На первом значения α , δ вычисляются на середину заданного года $t_{0.5}$, т.е. прецессия и собственное движение учитываются только за целое число юлианских лет плюс полгода.

Эта процедура называется приведением средних координат на середину года.

Объединив (5.1) и (5.2) и учитывая обозначения (5.3 - 5.5), получим

$$\alpha_0 - \alpha^\circ = (t_{0.5} - t^\circ) \cdot (VA)_\alpha + ((t_{0.5} - t^\circ)^2 / 200) \cdot (VS)_\alpha + ((t_{0.5} - t^\circ) / 100)^3 \cdot III_\alpha \quad (5.6)$$

$$\delta_0 - \delta^\circ = (t_{0.5} - t^\circ) \cdot (VA)_\delta + ((t_{0.5} - t^\circ)^2 / 200) \cdot (VS)_\delta + ((t_{0.5} - t^\circ) / 100)^3 \cdot III_\delta$$

Для получения окончательных рабочих формул умножим выражения (5.3) на 100, а выражения (5.4) на 50 (обозначив их как I и II члены) и перейдем, согласно рекомендации МАС, к измерению интервалов времени $t_{0.5} - t^\circ$ в юлианских столетиях:

$$I_\alpha = 100 \cdot (VA)_\alpha, \quad I_\delta = 100 \cdot (VA)_\delta$$

$$II_\alpha = 50 \cdot (VS)_\alpha, \quad II_\delta = 50 \cdot (VS)_\delta$$

$$\alpha_0 = \alpha^\circ + I_\alpha \cdot T + II_\alpha \cdot T^2 + III_\alpha \cdot T^3, \quad (5.7)$$

$$\delta_0 = \delta^\circ + I_\delta \cdot T + II_\delta \cdot T^2 + III_\delta \cdot T^3,$$

На втором этапе прецессия и собственное движение учитываются за долю юлианского года $\pm \tau$. Поскольку $|\varepsilon| < 0.5$, влиянием третьих и даже вторых производных можно пренебречь и тогда

$$\alpha = \alpha_0 + n \cdot \tau \cdot (m/n + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \delta) + \mu_\alpha \cdot \tau \quad (5.8)$$

$$\delta = \delta_0 + n \cdot \tau \cdot \cos \alpha + \mu_\delta \cdot \tau.$$

Эта процедура называется приведением экваториальных координат на среднее место для момента τ . Обозначив для краткости записи

$$a = (1/15) \cdot (m/n + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \delta), \quad a' = \cos \alpha \quad (5.9)$$

(множитель 1/15 здесь, а в аналогичных случаях и далее, вводится для перевода α в часовую меру), получим:

$$\alpha = \alpha_0 + n \cdot \tau \cdot a + \mu_\alpha \cdot \tau, \quad (5.10)$$

$$\delta = \delta_0 + n \cdot \tau \cdot a' + \mu_\delta \cdot \tau$$

5.4. Понятие о нутации

Суммарное воздействие Луны и Солнца на экваториальное утолщение Земли непрерывно изменяется из-за постоянных изменений $\delta_{\text{Л}}$, $\delta_{\text{С}}$, что приводит к существенному усложнению описанной в разделе 5.1 кинематической картины движения P и Y . Склонение Солнца регулярно изменяется в пределах $\pm \varepsilon$ с годичным периодом. Склонение же Луны изменяется более сложным образом. Плоскость орбиты Луны наклонена к плоскости эклиптики на угол $i = 5^{\circ}09'$ так, что её полюс $\Pi_{\text{Л}}$ находится от Π на угловом расстоянии $\Pi_{\text{Л}} * \Pi = i$. Гравитационное воздействие Солнца на систему Земля+Луна стремится сделать эту плоскость параллельной плоскости эклиптики, в результате чего ось лунной орбиты описывает вокруг направления на Π коническую поверхность с раствором i и периодом 18.6 года. Движение $\Pi_{\text{Л}}$ вокруг Π происходит по часовой стрелке, линия узлов лунной орбиты поворачивается в плоскости эклиптики в том же направлении (в сторону меньших λ) со скоростью $19^{\circ}.3$ в год. Если вблизи Y находится восходящий узел, наклон лунной орбиты к плоскости экватора равен $(\varepsilon + i)$, если нисходящий - $(\varepsilon - i)$ (рис.5.5а,б).

В первом случае $\delta_{\text{Л}}$ в течение месяца изменяется в пределах $\pm 28^{\circ}.6$ (таковы годы 1968, 1987), а во втором, через 9,3 года, только $\pm 18^{\circ}.3$ (годы 1959, 1978, 1997).

Годичные изменения $\delta_{\text{С}}$ и месячные изменения $\delta_{\text{Л}}$ не успевают оказать значительного влияния на положение P , так как возмущающие силы быстро изменяются относительно своего усреднённого уровня (см. раздел 5.1) в обе стороны от него. Колебания же $\delta_{\text{Л}}$ с периодом 18.6 года приводят к появлению долговременного усиления или ослабления возмущающих сил: 9.3 года они движут P в одну сторону, а затем столько же в другую и в результате P успевает заметно отклониться от своего среднего положения $P_{\text{ф}}$, описывая вокруг него за 18.6 года эллипс с полуосями $a = 9''.21$ и $b = 6''.86$

(рис. 5.6). Следуя общепринятой методике, введем в плоскости, касательной к НС в точке P_ϕ , прямоугольную систему координат с Центром в P_{cp} и пусть x располагается в плоскости круга равноденствий и направлена в сторону Y , а ось y лежит в плоскости круга солнцестояний PP_{cp} и направлена в сторону противоположную от P .

- 3 -

Напишем уравнение эллипса $ABCD$ в этой системе координат в параметрическом виде:

$$x = b \cdot \cos\phi$$

$$y = a \cdot \sin\phi$$

где $\phi = \angle PP_{cp}x$ - переменный вспомогательный параметр. Отклонение PP_{cp} теперь можно выразить через координаты x, y точки P , причем $y = \Delta\varepsilon$, а связь x с $\Delta\psi$ легко устанавливается из прямоугольного сферического треугольника MPP_{cp} (рис. 5.6):

$$\cos(90^\circ - \varepsilon) = \operatorname{ctg}\Delta\psi \cdot \operatorname{ctg}(90^\circ - x), \text{ откуда } \operatorname{tg}x = \operatorname{tg}\Delta\psi \cdot \sin\varepsilon$$

$$\text{или, ввиду малости } x \text{ и } \Delta\psi, \quad x = \Delta\psi \cdot \sin\varepsilon$$

Значение $\Delta\psi = x \cdot \operatorname{cosec}\varepsilon$ добавляется к лунно-солнечной прецессии $\psi_1 = p_1(t - t^\circ)$ (поэтому то оно и обозначается через $\Delta\psi$), так что

$$\psi = \psi_1 + b \cdot \operatorname{cosec}\varepsilon \cdot \cos$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + a \cdot \sin$$

При наибольшем угле между плоскостью экватора и плоскостью лунной орбиты, когда долгота восходящего узла последней $\Omega = 0^\circ$, истинной полюс P будет находиться в точке B , для которой $\phi = 90^\circ$. Через четверть периода восходящий узел отступит на 90° и его долгота станет равной $\Omega = 270^\circ$, а P переместится в точку A , для которой $\phi = 360^\circ$.

Аналогично при $\Omega = 180^\circ$ $\phi = 270^\circ$ (точка D), а при $\Omega = 90^\circ$ $\phi = 180^\circ$ (точка C). Таким образом, угол ϕ связан с долготой восходящего узла лунной орбиты соотношением $\phi = \Omega + 90^\circ$ и, следовательно,

$$\psi = \psi_1 - 17''.1966 \cdot \sin\Omega \tag{5.11}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + 9''.2025 \cdot \cos\Omega$$

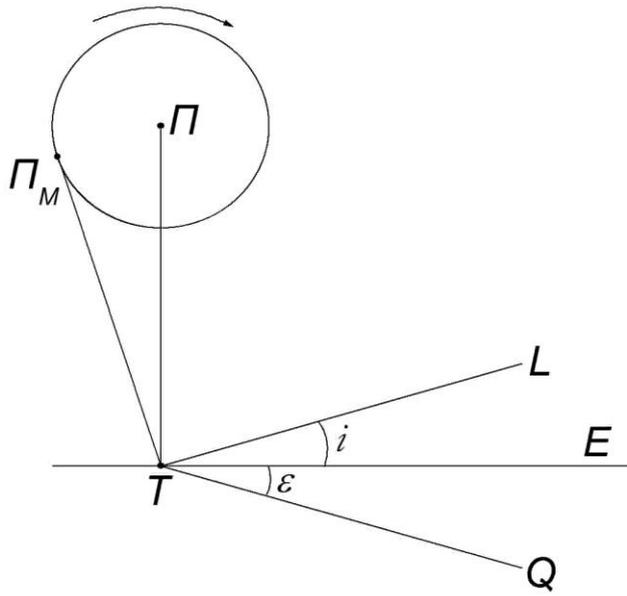


Рис. 5.5.а

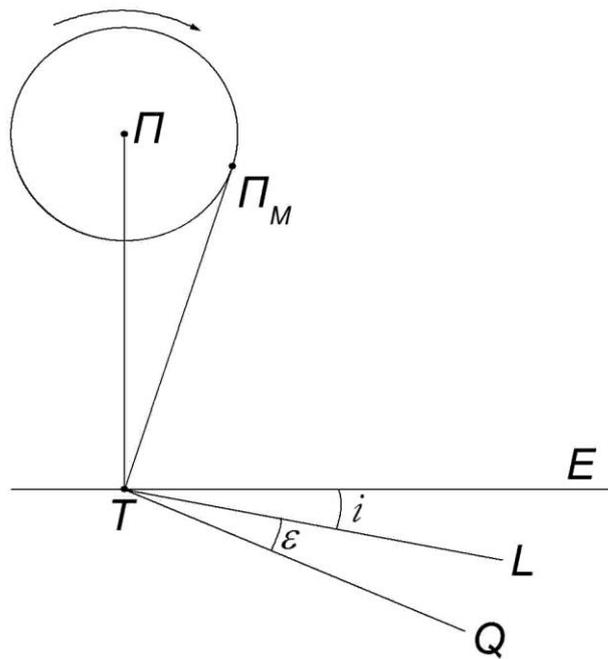


Рис. 5.5.б

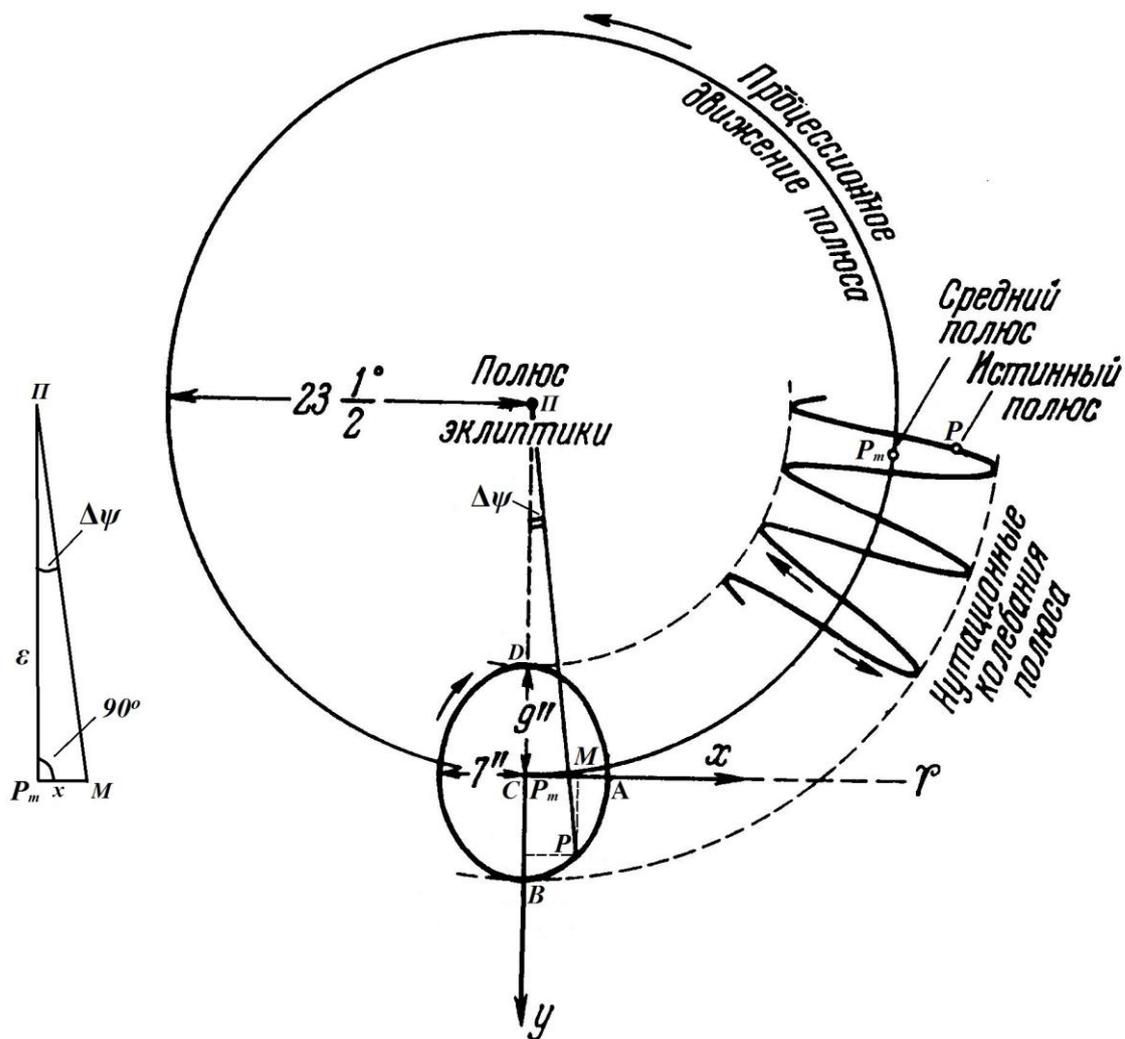


Рис. 5.6.

Конечно, это сильно упрощенная картина. Мгновенный полюс P из-за ряда других "неправильностей" в относительном положении Солнца и особенно Луны, которыми мы выше пренебрегли, совершает относительно правильного эллипса многочисленные регулярные колебания с самыми различными, но небольшими амплитудами, и периодами от 9.3 до 0.25 года и от 35 до 5 дней. Вся эта сложная картина движения P относительно P_{cp} называется нутацией. В формулах (5.11) учтены только самые крупные её члены. Величина $9''.2025$ (на 2000.0) обозначается через N и называется коэффициентом (или постоянной) нутации.

С учётом же всех движений

$$\psi = \psi_1 + \Delta\psi + d\psi \quad (5.12)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon + d\varepsilon$$

где через $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$, $d\psi$, $d\varepsilon$ принято обозначать соответственно долгопериодические и короткопериодические члены нутации в долготе и наклонении. Полную величину нутации иногда обозначают как

$$[\Delta\psi] = \Delta\psi + d\psi \text{ и } [\Delta\varepsilon] = \Delta\varepsilon + d\varepsilon.$$

Ряд для вычисления $[\Delta\psi]$ содержит 30 долгопериодических и 76 короткопериодических членов, а для $[\Delta\varepsilon]$ соответственно 18 и 46. Учтены все колебания P с полуамплитудами не меньшими $0''.0001$. Численные значения коэффициентов перед нутационными членами, подобно параметрам прецессии, медленно измеряются со временем (изменения заметны только у некоторых коэффициентов).

Полус мира и соответствующая ему плоскость экватора, а также точка Υ , движущиеся под совместным влиянием прецессии и нутации называются истинными. Так же называются и координаты светил α , δ отнесенные к изменяющейся таким образом системе координат. С точки зрения физики и геометрии явления принципиальной разницы между прецессией и нутацией нет: существует довольно сложная картина движения P вокруг Π , описываемая выражением (5.12). Разделение этого движения на прецессионное и нутационное обусловлено методическими (и историческими) причинами. Прецессионный угол ψ_1 возрастает со временем равномерно $\psi_1 = p_1^*(t-t^0)$, а на величину ε_0 лунно-солнечная прецессия вообще не влияет. Прецессия показывает какой угол образует дуга PP_{cp} (рис.5.2) в момент t с начальным положением дуги PP_0 в эпоху t^0 или же как далеко отстоит Υ_{cp} (Υ' на рис.5.3) в момент t от средней же Υ_0 эпохи t^0 . А нутация состоит только из периодических членов. Её влияние на P и Υ нельзя получить путем умножения ее членов на $(t - t^0)$. Нутация показывает (через $x = [\Delta\psi]^* \sin \varepsilon$, $y = [\Delta\varepsilon]$) в какую сторону и на сколько смещён в момент t

истинный полюс P относительно P_{cp} , отнесённого к тому же моменту или в какую сторону и на сколько в рассматриваемый момент отстоит $Y_{ист}$ от Y_{cp} . Другими словами прецессия учитывает изменения координатной системы за время $(t - t^0)$, нутация учитывает отклонение истинной координатной системы от средней в заданный момент t .

5.5. Влияние нутации на экваториальные координаты светил

Влияние нутации проще всего изучать в эклиптической системе координат: изменяются только λ , а β остаются постоянными. А её влияние на α и δ проявляется через зависимость этих координат от $\lambda, \beta, \varepsilon$: $\alpha = \alpha(\lambda, \beta, \varepsilon)$, $\delta = \delta(\lambda, \beta, \varepsilon)$. Разложим эти функции в окрестностях средних координат α, δ в ряд Тейлора по составляющим нутации $[\Delta\psi]$, $[\Delta\varepsilon]$, и ограничимся в виде малости приращений только первыми членами:

$$\alpha_{ист} = \alpha + (d\alpha/d\lambda)*[\Delta\psi] + (d\alpha/d\varepsilon)[\Delta\varepsilon], \quad (d \text{ должны быть прописными- частные производные})$$

$$\delta_{ист} = \delta + (d\delta/d\lambda)*[\Delta\psi] + (d\delta/d\varepsilon)[\Delta\varepsilon]$$

Эти формулы и решают задачу перехода от средних координат к истинным, если значения частных производных известны. Для вычисления последних воспользуемся формулами перехода от эклиптических координат к экваториальным (см раздел 2.9):

$$\sin\delta = \cos\varepsilon*\sin\beta + \sin\varepsilon*\cos\beta*\sin\lambda$$

$$\cos\delta*\sin\alpha = -\sin\varepsilon*\sin\beta + \cos\varepsilon*\cos\beta*\sin\lambda$$

$$\cos\delta*\cos\alpha = \cos\beta*\cos\lambda$$

Дифференцирование первой формулы по λ и по ε с последующей заменой подчёркнутых членов даёт:

$$\cos\delta*(d\delta/d\lambda) = \sin\varepsilon*\underline{\cos\beta*\cos\lambda} = \sin\varepsilon*\cos\delta*\cos\alpha$$

$$\cos\delta*(d\delta/d\varepsilon) = -\underline{\sin\varepsilon*\sin\beta} + \cos\varepsilon*\cos\beta*\sin\lambda = \cos\delta*\sin\alpha,$$

откуда

$$d\delta/d\lambda = \sin\varepsilon \cdot \cos\alpha, \quad d\delta/d\varepsilon = \sin\alpha.$$

Точно так же дифференцирование второй формулы и соответствующие замены приводят к выражениям

$$\begin{aligned} -\sin\delta \cdot \sin\alpha \cdot (d\delta/d\lambda) + \cos\delta \cdot \cos\alpha \cdot (d\alpha/d\lambda) &= \cos\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \cos\lambda = \cos\varepsilon \cdot \cos\delta \cdot \sin\alpha \\ -\sin\delta \cdot \sin\alpha \cdot (d\delta/d\varepsilon) + \cos\delta \cdot \cos\alpha \cdot (d\alpha/d\varepsilon) &= -\cos\varepsilon \cdot \sin\beta - \sin\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \sin\lambda = -\sin\delta, \end{aligned}$$

откуда, после подстановки $d\delta/d\lambda$, $d\delta/d\varepsilon$ и преобразований

$$d\alpha/d\lambda = \cos\varepsilon + \sin\varepsilon \cdot \sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta, \quad d\alpha/d\varepsilon = -\cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta.$$

Таким образом, окончательные формулы имеют вид:

$$\alpha_{\text{ист}} = \alpha + (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \cdot \sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta) [\Delta\psi] - \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta \cdot [\Delta\varepsilon] \quad (5.13)$$

$$\delta_{\text{ист}} = \delta + \sin\varepsilon \cdot \cos\alpha \cdot [\Delta\psi] + \sin\alpha \cdot [\Delta\varepsilon]$$

Эта процедура называется приведением экваториальных координат на истинное место. Под знаками тригонометрических функций в (5.13) должны стоять α , δ вычисленные на момент τ по формулам 1(5.10). Используя обозначения из табл.5.1 $n = p_1 \cdot \sin\varepsilon$, $m = p_1 \cdot \cos\varepsilon - q_1$, найдем, что $\cos\varepsilon = m/p_1 + q_1/p_1 = (m/n) \cdot \sin\varepsilon + q_1/p_1$ и, таким образом,

$$\alpha_{\text{ист}} = \alpha + [\Delta\psi] \cdot \sin\varepsilon \cdot ((m/n) + \sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta) - [\Delta\varepsilon] \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta + (q_1/p_1) \cdot [\Delta\psi].$$

Обозначив для краткости записи

$$b = (1/15) \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta, \quad b' = -\sin\alpha, \quad (5.14)$$

и учитывая обозначения (5.9), получим

$$\alpha_{\text{ист}} = \alpha + a \cdot [\Delta\psi] \cdot \sin\varepsilon - b \cdot [\Delta\varepsilon] + (q_1/p_1) \cdot [\Delta\psi] \quad (5.15)$$

$$\delta_{\text{ист}} = \delta + a' \cdot [\Delta\psi] \cdot \sin\varepsilon - b' \cdot [\Delta\psi]$$

Подстановка (5.10) в (5.15) дает формулы для совместного учета влияния прецессии и нутации:

$$\alpha_{\text{ист}} = \alpha_0 + \{n \cdot \tau + [\Delta\psi] \cdot \sin \varepsilon\} \cdot a - [\Delta\varepsilon] \cdot b + (q_1/p_1) \cdot [\Delta\psi] + \mu_\alpha \tau, \quad (5.16)$$

$$\delta_{\text{ист}} = \delta_0 + \{n \cdot \tau + [\Delta\psi] \cdot \sin \varepsilon\} \cdot a' - [\Delta\varepsilon] \cdot b' + \mu_\delta \tau$$

- 3 -

5.6. Уточнение понятия шкалы звёздного времени

Все определения и рассуждения, относящиеся к звёздному времени и приведенные в главе 3, применимы не только к $\Upsilon_{\text{ср}}$, но и к $\Upsilon_{\text{ист}}$. Время $s = t \Upsilon_{\text{ср}}$ это то самое среднее звёздное время, которое мы ввели в разделе 3.2, а $s = t \Upsilon_{\text{ист}}$ называется истинным звёздным временем. Соответственно определяются средние звёздные и истинные звёздные сутки. Из астрономических наблюдений получают истинное звёздное время, но из-за неравномерности смещения $\Upsilon_{\text{ист}}$ относительно $\Upsilon_{\text{ср}}$ его шкала неравномерна. Установим связь $s_{\text{ист}}$ с $s_{\text{ср}}$. Если в формулах (5.13) положить $\alpha_{\text{оср}} = 0, \delta_{\text{оср}} = 0$, то мы получим средние экваториальные координаты точки $\Upsilon_{\text{ист}}$:

$$\alpha_{\text{оист}} = (1/15) \cdot [\Delta\psi] \cdot \cos \varepsilon, \quad \delta_{\text{оист}} = [\Delta\psi] \cdot \cos \varepsilon$$

Эти величины называются нутацией точки $\Upsilon_{\text{ист}}$ соответственно по α и по δ .

Таким образом, разность шкал истинного и среднего звёздного времени

$$s = s_{\text{ист}} - s_{\text{ср}} = (1/15) \cdot [\Delta\psi] \cdot \cos \varepsilon$$

Эта разность аналогична уравнению времени (см. раздел 3.4) и называется уравнением равенств. Но её значения, в отличие от уравнения времени, не выходят за пределы $\pm 1^{\text{s}}.2$, а разность в продолжительностях средних и истинных звёздных суток не выходит за пределы $\pm 0^{\text{s}}.004$. Если учесть только долгопериодическую нутацию, то мы получим $\Upsilon_{\text{ист}}$ и соответственно квазиистинное $s'_{\text{ист}}$, квазиистинные звёздные сутки. Разность $s'_{\text{ист}} - s_{\text{ист}}$ не выходит за пределы $\pm 0^{\text{s}}.02$, а разница в продолжительностях суток ничтожно мала.

5.7. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 5

1. Что такое лунно-солнечная прецессия и прецессия от планет ? В чем принципиальная разница между ними?
2. Что такое нутация ?
3. В чем заключается принципиальная разница в учете влияния на экваториальные координаты светил прецессии и нутации ?
4. Какие экваториальные координаты называются истинными и средними?
5. Укажите области на НС, где лунно-солнечная прецессия увеличивает или уменьшает α . Найдите геометрическое место точек, α которых не изменяются.
6. Выясните условия видимости созвездий Орион ($\alpha = 6^h$, $\delta = 0^\circ$) и Южная Корона ($\alpha = 18^h$, $\delta = -40^\circ$) в Казани в настоящее время и через 13000 лет.
7. У каких звезд колебание склонений из-за нутации наибольшие, у каких наименьшие?
8. Какое звездное время называется средним ? Истинным ?

ГЛАВА 6. АБЕРРАЦИЯ

6.1. Понятие об aberrации света

Аберрацией называется кажущееся изменение положения светила, вызванное движением наблюдателя и обусловленное конечностью скорости света c . Пусть на рис. 6.1 T - положение наблюдателя (крест нитей в телескопе), O - объектив телескопа. Точка A на HC , в направлении которой движется с некоторой скоростью v наблюдатель, называется апексом. Неподвижный наблюдатель увидел бы светило, находящееся в бесконечности, по направлению TS , образуем с направлением на апекс угол $\gamma = \angle STA$. Плоскость, содержащая направления TS и TA , пересекается с HC по большому кругу CA (рис.6.2). Для движущегося наблюдателя положение светила изменится. Пока свет в течение $\delta\tau$ секунд идет от объектива до креста нитей в окуляре, крест нитей сместится по направлению к апексу в положение T' . Для того чтобы вернуть изображение на крест нитей, телескоп придется наклонить в плоскости TSA в сторону движения наблюдателя на некоторый угол $\beta = \angle S'TS'$. Так что наблюдатель увидит светило по направлению $T'S'$ составляющем с направлением на апекс угол $\gamma' = \angle S'T'A$. Так как $\gamma' < \gamma$, то светило на HC сместится по направлению к апексу на величину CC' (рис.6.2). В плоском треугольнике $TO'T'$ угол $\angle TO'T' = \angle S'TS' = \gamma - \gamma' = \beta$, $TT' = v * \delta\tau$, $OT' = c * \delta\tau$ и

$$\sin\beta = (TT'/OT') * \sin\gamma' = (v/c) * \sin\gamma'$$

Так как $v \ll c$, то β мало и поэтому (см. раздел 1.1) $\sin\beta = \beta'' * \sin 1''$ и, следовательно, можно записать

$$\beta'' = k * \sin\gamma', \tag{6.1}$$

где $\gamma' = \gamma - \beta$, а

$$k = 206264'' * 8 * (v/c) \tag{6.2}$$

Таким образом, абберационное смещение: 1) происходит по дуге БК, проходящего через наблюдаемое светило и апекс; 2) приближает светило к апексу; 3) пропорционально синусу углового расстояния светила от апекса.

Если видимое значение γ' неизвестно, то можно поступить следующим образом. Вычислив β'' в первом приближении по формуле $\beta'' = k \cdot \sin \gamma$, можно сделать второе приближение и получить

$$\beta'' = k \cdot \sin(\gamma - \beta) \quad (6.3)$$

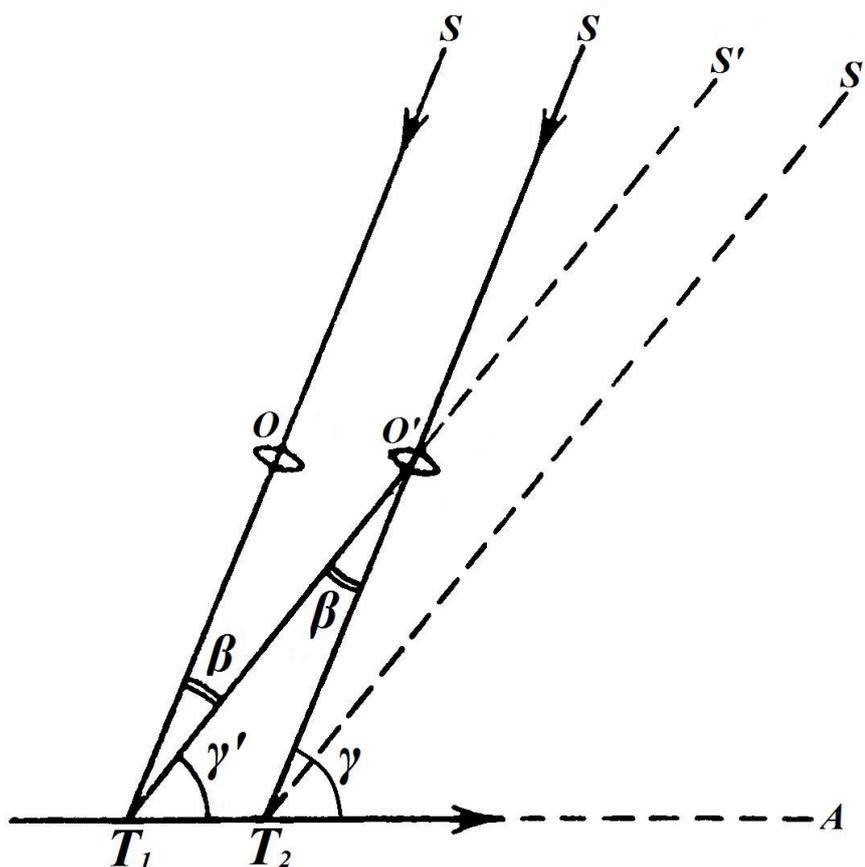


Рис. 6.1.

Однако второе приближение обычно и не требуется.

Действительно, развернув формулу (6.3)

$$\beta'' = k \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma - k \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma$$

и приняв во внимание, что $\cos \beta = 1$, а $\sin \beta = \beta'' \cdot \sin 1'' = (v/c) \cdot \sin \gamma$,

получим

$$\beta'' = k \cdot \sin \gamma - (1/2) \cdot 206264'' \cdot 8 \cdot (v/c)^2 \cdot \sin 2\gamma$$

Если $v = 30$ км/сек (это скорость орбитального движения Земли, то коэффициент перед вторым членом порядка $0''001$, что выходит за пределы современной точности астрометрических наблюдений. Из этих рассуждений следует, что в подавляющем ⁻³⁻ числе задач

$$\beta'' = k \cdot \sin \gamma' = k \cdot \sin \gamma \quad (6.4)$$

6.2. Абберационные смещения светил в произвольной системе координат

Пусть на рис.6.2 $A(a,d)$ положение апекса на HC , $C(\xi, \eta), C'(\xi', \eta')$ - истинное и видимое положения светила. Тогда в соответствии с (6.4)

$$\beta'' = CC' = k \cdot \sin CA$$

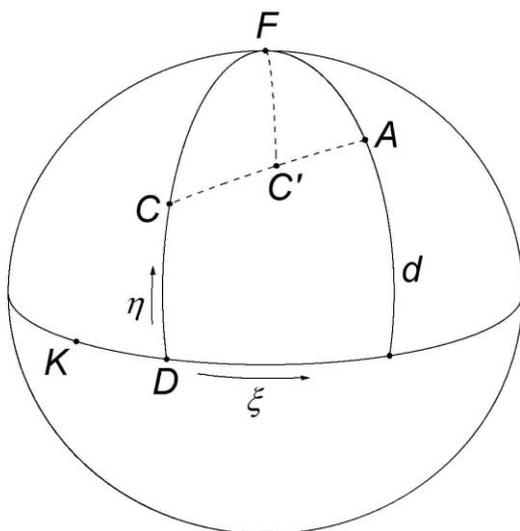


Рис. 6.2

Выразим абберационные смещения по обеим координатам из рассмотрения узкого сферического треугольника CFC' :

$$\sin CFC' / \sin CC' = \sin FCC' / \sin FC', \quad FC - FC' = CC' \cdot \cos FCC'$$

А так как $FC = 90^\circ - \eta$, $FC' = 90^\circ - \eta'$, $\angle CFC' = \xi' - \xi$,
 $\sin CC' = (CC') \cdot \sin 1''$, $\sin CFC' = (\xi' - \xi) \cdot \sin 1''$, $\angle FCC' = \angle FCA$,

то после подстановки CC'

$$(\xi' - \xi) \cdot \cos \eta' = k \cdot \sin CA \cdot \sin \angle FCA, \quad \eta - \eta' = k \cdot \sin CA \cdot \cos \angle FCA.$$

Используя формулу синусов и формулу пяти элементов для $\triangle CFA$

$$(\angle CFA = a - \xi, \quad FA = 90^\circ - d, \quad \cos \eta' = \cos \eta),$$

получим

$$\xi' - \xi = k \cdot \cos d \cdot \sec \eta' \cdot \sin(a - \xi)$$

$$\eta' - \eta = k \cdot \sin d \cdot \cos \eta - k \cdot \cos d \cdot \sin \eta \cdot \cos(a - \xi) \quad (6.5)$$

Эти формулы пригодны для светил при η не близких к 90° , в противном случае нужны более точные формулы. При необходимости выразить ξ , η , через полученные из наблюдений значения ξ' , η' формулы (6.5) можно обернуть и под знаками тригонометрических функций использовать ξ' , η'

6.3. Влияние суточной aberrации на горизонтальные и экваториальные координаты светил

Суточная aberrация вызвана вращением Земли вокруг своей оси. Скорость движения наблюдателя на геоцентрической широте φ (см. раздел 2.6) равна

$$v_{\text{сут}} = (2\pi \cdot \cos \varphi') / 86164 = (2\pi a_e / 86164) \cdot (r/a_e) \cdot \cos \varphi \text{ км/сек},$$

где r - радиус - вектор наблюдателя, а 86164 - число средних секунд в звёздных сутках. Таким образом,

$$\beta''_{\text{сут}} = k_{\text{сут}} \cdot \rho \cdot \cos \varphi' \cdot \sin \gamma$$

где $\rho = r/a_e$, а $k_{\text{сут}} = 206264''.8 \cdot (2\pi a_e / 86164) = 0''.32$ - коэффициент суточной aberrации. Апексом движения наблюдателя является точка востока E . Сделав в формулах (6.5) замены $A = A_E = 270^\circ$,

$d = h_E = 0^\circ$, $\xi = A$, $\xi' = A'$, $\eta = h$, $\eta' = h'$ (смена направления отсчёта ξ не может изменить формулы), получим

$$A' - A = -k_c \cdot \rho \cdot \cos \varphi' \cdot \cos A \cdot \text{sech}$$

$$h' - h = k_c \cdot \rho \cdot \cos \varphi' \cdot \sin A \cdot \sinh$$

А после перехода к зенитному расстоянию ($h = 90^\circ - z$)

$$A' - A = -k_c * \rho * \cos\varphi' * \cos A * \operatorname{cosec} z$$

$$z' - z = -k_c * \rho * \cos\varphi' * \sin A * \cos z$$

Аналогично, заменив в формулах (6.5)

$a = \alpha_E = S + \theta^h$, $d = \delta_E = 0^\circ$, $\xi = \alpha$, $\xi' = \alpha'$, $\eta = \delta$, $\eta' = \delta'$, найдем

$$\alpha' - \alpha = k_c * \rho * \cos\varphi' * \sec\delta * \cos t \quad -3-$$

$$\delta' - \delta = k_c * \rho * \cos\varphi' * \sin\delta * \sin t$$

6.4. Влияние годичной аберрации на экваториальные координаты светил

Годичная аберрация вызвана орбитальным движением Земли вокруг Солнца, средняя скорость которого около 30 км/сек. Поэтому коэффициент годичной аберрации $k = 20''.5$, а положение апекса непрерывно изменяется. Заменив условные координаты в формулах (6.5) на экваториальные $a = \alpha_A$, $d = \delta_A$, $\xi = \alpha$, $\eta = \delta$,

$$\eta' = \delta', \text{ получим } \alpha' - \alpha = k * \sec\delta * \cos\delta A * \sin(\alpha_A - \alpha)$$

$$\delta' - \delta = k * \sin\delta_A * \cos\delta - k * \sin\delta * \cos\delta_A * \cos(\alpha_A - \alpha)$$

раскроем скобки

$$\alpha' - \alpha = k * \cos\delta_A * \sin\alpha_A * \cos\alpha * \sec\delta - k * \cos\delta_A * \cos\alpha_A * \sin\alpha * \sec\delta \quad (6.6)$$

$$\delta' - \delta = k * \sin\delta_A * \cos\delta - k * \cos\delta_A * \cos\alpha_A * \cos\alpha * \sin\delta - k * \cos\delta_A * \sin\alpha_A * \sin\alpha * \sin\delta$$

и выразим подчеркнутые члены с экваториальными координатами апекса через эклиптические координаты. Из прямоугольного сферического треугольника $\Upsilon AA'$, аналогичного изображенному на рис. 3.1 $\Upsilon' S S$:

$$\cos L_A = \cos\delta_A * \cos\alpha_A$$

$$\sin L_A * \cos\varepsilon = \cos\delta_A * \sin\alpha_A$$

$$\sin L_A * \sin\varepsilon = \sin\delta_A$$

Подставив в (6.6), найдем

$$\alpha' - \alpha = k * \sin L_A * \cos\varepsilon * \cos\alpha * \sec\delta - k * \cos L_A * \sin\alpha * \sec\delta$$

$$\delta' - \delta = k * \sin L_A * \sin\varepsilon * \cos\delta - k * \sin L_A * \cos\varepsilon * \sin\alpha * \sin\delta - k * \cos L_A * \cos\alpha * \sin\delta.$$

Сделаем в последней формуле несложное преобразование

$$\delta' - \delta = k * \sin L_A * \cos\varepsilon * (\operatorname{tg}\varepsilon * \cos\delta - \sin\alpha * \sin\delta) - k * \cos L_A * \cos\alpha * \sin\delta.$$

И введем обозначения (множитель 1/15 нужен для перевода в часовую меру):

$$c = (1/15) \cdot \cos \alpha \cdot \sec \delta, \quad d = (1/15) \cdot \sin \alpha \cdot \sec \delta \quad (6.7)$$

$$c' = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \cos \delta - \sin \alpha \cdot \sin \delta, \quad d' = \cos \alpha \cdot \sin \delta$$

Искомые формулы примут вид

$$\alpha' - \alpha = c \cdot k \cdot \sin L_A \cdot \cos \varepsilon - d \cdot k \cdot \cos L_A \quad (6.8)$$

$$\delta' - \delta = c' \cdot k \cdot \sin L_A \cdot \cos \varepsilon - d' \cdot k \cdot \cos L_A$$

В круговой орбите скорость Земли $v = v_0$ величина постоянная, а её направление перпендикулярно к радиусу-вектору (рис.6.3). Подставив в (6.8.)

вместо k , $k' = 206264'' \cdot 8 \cdot (v_0/c)$, а вместо L_A , $L_A = L_0 - 90^\circ$, найдем

$$\alpha' = \alpha - c \cdot k' \cdot \cos L \cdot \cos \varepsilon - d \cdot k' \cdot \sin L \quad (6.9)$$

$$\delta' = \delta - c' \cdot k' \cdot \cos L \cdot \cos \varepsilon - d' \cdot k' \cdot \sin L$$

Однако в действительности орбита Земли эллиптическая. В теории эллиптического движения, рассматриваемой в курсах небесной механики, доказывается, что

$$L_A = L - (90^\circ - \eta)$$

$$v = v_0(1 + e \cdot \cos v_r) \text{ и, следовательно, } k = k' (1 + e \cdot \cos v_r)$$

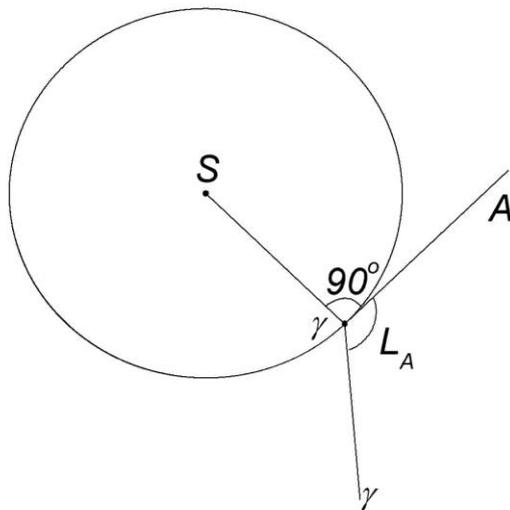


Рис. 6.3.

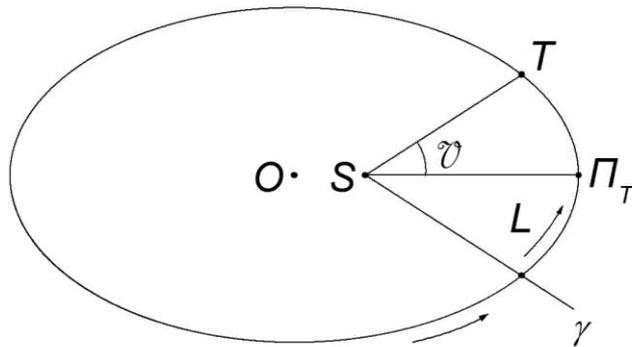


Рис. 6.4.

В этих выражениях $e = 0.0167$ - эксцентриситет земной орбиты, $V_0 = 29.789$ км/сек - средняя орбитальная скорость Земли, $k' = 20''.496$ - постоянная годичной аберраций,

v_T - истинная аномалия Земли в рассматриваемый момент, отсчитываемая от перигелия,

а $\eta = e \cdot \sin v_T$ - малый угол, нигде не превышающий 1° .

На рис 6.4 Π_T - перигелий, $\Pi_T S \Upsilon = L_{\Pi T}$ - долгота перигелия Земли, $TS \Upsilon = L_T$ - долгота, а $TS \Pi_T = v_T$ - истинная аномалия Земли. Нетрудно видеть, что $L_T =$

$L_{\Pi T} + v_T$. Но так как

$L_o = 180^\circ + L_T$, то $L_o = 180^\circ + L_{\Pi T} + v_T$ и $L_o - v_T = 180^\circ + L_{\Pi T}$. С учетом вышеизложенного в выражениях (6.8)

$$k \cdot \sin L_A = k \cdot \sin[L_o - (90^\circ + \eta)] = -k' \cdot (1 + e \cdot \cos v_T) \cdot \cos(L_o - \eta),$$

$$k \cdot \cos L_A = k \cdot \cos[L_o - (90^\circ + \eta)] = k' \cdot (1 + e \cdot \cos v_T) \cdot \sin(L_o - \eta),$$

Раскроем скобки и учтём, что $\cos \eta \approx 1$, $\sin \eta = \eta = e \cdot \sin v_T$:

$$k \cdot \sin L_A = -k' \cdot \cos L_o - k' \cdot e (\cos L_o \cdot \cos v_T + \sin L_o \cdot \sin v_T) + \dots$$

$$k \cdot \cos L_A = k' \cdot \sin L_0 + k' \cdot e (\sin L_0 \cdot \cos v_T - \cos L_0 \cdot \sin v_T) + \dots$$

Выполнив очевидные преобразования, получим (членами с коэффициентами $k' \cdot e^2 = 0''.006$ пренебрегаем):

$$k \cdot \sin L_A = -k' \cdot \cos L_0 - k' \cdot e \cdot \cos(L_0 - v_T) = -k' \cdot \cos L_0 + k' \cdot e \cdot \cos L_{\text{ПТ}}$$

$$k \cdot \cos L_A = k' \cdot \sin L_0 + k' \cdot e \cdot \sin(L_0 - v_T) = k' \cdot \sin L_0 - k' \cdot e \cdot \sin L_{\text{ПТ}}$$

Подставив полученные выражения в формулы (6.8) найдём:

$$\alpha' = \alpha - c' \cdot k' \cdot \cos L_0 \cdot \cos \varepsilon - d' \cdot k' \cdot \sin L_0 + c' \cdot k' \cdot e \cdot \cos L_{\text{ПТ}} \cdot \cos \varepsilon + d' \cdot k' \cdot e \cdot \sin L_{\text{ПТ}} \quad (6.10)$$

$$\delta' = \delta - c' \cdot k' \cdot \cos L_0 \cdot \cos \varepsilon - d' \cdot k' \cdot \sin L_0 + c' \cdot k' \cdot e \cdot \cos L_{\text{ПТ}} \cdot \cos \varepsilon + d' \cdot k' \cdot e \cdot \sin L_{\text{ПТ}}$$

Первые половины формул содержат долготу Солнца, а вторые, имеющие такую же структуру, долготу перигелия Земли. Долгота Солнца непрерывно изменяется, а долготу перигелия Земли можно считать постоянной на протяжении десятилетий. Величина $k' \cdot e = 0''.34$ и пренебречь этими членами нельзя, но поскольку для каждой звезды они постоянны, то было принято включать их в значения истинных координат.

Таким образом, и при эллиптичности земной орбиты формулы для учета влияния годичной аберрации имеют тот же вид, что и формулы для круговой орбиты (6.9). Следует, однако, иметь в виду, что при переводе каталогов на эпоху J2000.0 члены с $k' \cdot e$ будут по решению МАС, из α , δ исключены. Так что в будущем придется пользоваться полными формулами (6.10).

6.5. Фигуры, описываемые звёздами на небесной сфере под влиянием годичной аберрации

Напишем формулы для учёта влияния годичной аберрации на эклиптические координаты звёзд. Для этого заменим условные координаты в формулах (6.5) на эклиптические

$$a = L_A, d = \beta_A = 0^\circ,$$

$$\xi = \lambda, \xi' = \lambda', \eta = \beta, \eta' = \beta'$$

$$\lambda' - \lambda = k \cdot \sec \beta \cdot \sin(L_A - \lambda)$$

$$\beta' - \beta = -k \cdot \sin \beta \cdot \cos(L_A - \lambda)$$

Введём прямоугольную систему координат, с центром в истинном месте звезды, ось X направим по касательной к кругу равных широт в сторону апекса, а Y по касательной к кругу широты в сторону северного полюса эклиптики. Тогда абберрационные смещения

$$(\lambda' - \lambda) \cdot \cos \beta = x, \beta' - \beta = y \text{ и } x/k = \sin(L_A - \lambda), y/(k \cdot \sin \beta) = -\cos(L_A - \lambda)$$

Возводя в квадрат и складывая, получаем уравнение эллипса:

$$x^2/k^2 + y^2/(k^2 \cdot \sin^2 \beta) = 1$$

Таким образом, в результате годичной абберрации все звёзды в первом приближении описывают в течение года вокруг своих истинных положений эллипсы, большие полуоси которых (по X) для всех звёзд одинаковы, а малые полуоси (по Y) зависят от широты звезды: $\sim 20''.5$ и $20''.5 \cdot \sin \beta$. На самом же деле, фигура будет несколько сложнее, так как $k = k' \cdot (1 + e \cdot \cos v_T)$ в течение года изменяется в пределах $20''.15 - 20''.85$.

6.6. Вековая абберрация светил

Вековая абберрация вызвана движением солнечной системы относительно звёзд до 6^m . Скорость этого движения $V \approx 19.5$ км/сек, а апексом является точка с приблизительными координатами $\alpha_A = 270^\circ, \delta_A = +30^\circ$. В соответствии с (6.1) вековое абберрационное смещение

$$\zeta' = 13'' \cdot \sin \psi,$$

где ψ - угловое расстояние звезды от апекса. Обнаружить это смещение из наблюдений нельзя, так как оно не изменяется со временем, и поэтому оно оказывается включенным в координаты звёзд.

6.7. Годичная абберация планет

Пусть на рис.6.5 прямая $S_1T_1 = \Delta_1$ соединяет положения планеты S_1 и Земли T_1 в некоторый момент времени t_1 .

Свет, который в этот момент покинул планету дойдет до креста нитей телескопа в момент t_2 , а до объектива телескопа O в момент $t_2 - \delta\tau$, где $\delta\tau$ время, за которое свет проходит путь в трубе от объектива до креста нитей. В момент t_2 Земля займет положение T_2 , сместившись в направлении апекса на расстояние $T_1T_2 = v(t_2 - t_1)$, а планета окажется в точке S_2 . Прямая $S_1T_2 = \Delta_{12}$ соединяет разновременные, а прямая $S_2T_2 = \Delta_2$ - одновременные положения планеты и Земли. Промежуток времени

$$\tau = t_2 - t_1 = \Delta_{12}/c$$

называется абберационным временем планеты. Его принято выражать через световое время астрономической единицы τ_A :

$$\tau = \Delta_{12}/c = (\Delta_{12}/A_0) * (A_0/c) = \tau_A * \Delta_{12},$$

а Δ_{12} теперь выражено в а.е.

Из-за абберации наблюдатель увидит планету в направлении $T_2S'_1$, составляющем с направлением T_2S_1 абберационный угол $\beta = \angle S'_1T_2S_1$. Направление $T_2'O$ параллельное линии $T_2S'_1$ показывает положение телескопа в момент $t_2 - \delta\tau$. Плоские треугольники

$T_1S_1T_2$ и T'_2OT_2 имеют общий угол при T_2 , а их общие стороны пропорциональны. Действительно, так как $T_1T_2 = v\tau$, $T_1T_2 = v\delta\tau$, $S_1T_2 = c\tau$, $OT_2 = c\delta\tau$, то

$$T'_2T_2/T_1T_2 = OT_2/S_1T_2 = \delta\tau/\tau$$

Такие треугольники подобны, а так как расположены они подобно, то T'_2O параллельно T_1S_1 , а это означает, что и T_2S' параллельно T_1S_1 . Таким образом, видимое направление на планету в некоторый момент наблюдения параллельно направлению прямой, соединяющей одновременные положения наблюдателя и планеты в момент, предшествующий наблюдению на величину абберационного времени. Отсюда и практический вывод: видимые

координаты планеты можно не исправлять за аберрацию, если их отнести не к моменту наблюдений t , а к моменту $t - \tau$, т.е.

$$\alpha'(t) = \alpha(t - \tau); \delta'(t) = \delta(t - \tau).$$

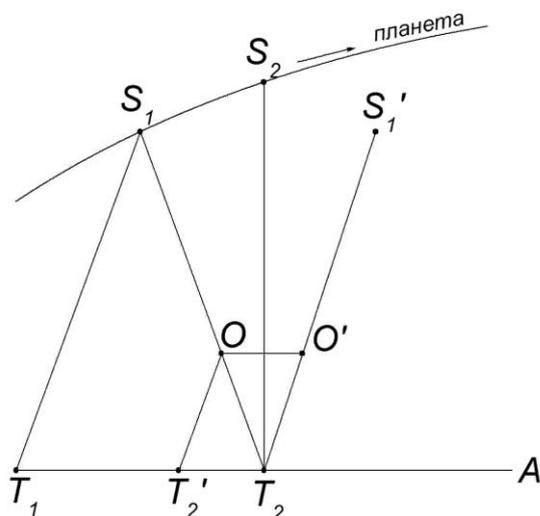


Рис. 6.5.

Расстояние Δ_{12} , разумеется, должно быть известно. Это правило и ряд следствий из него, которые мы рассматривать не будем, применимо, конечно, не только к планетам, но и ко всем телам, находящимся на конечных расстояниях от Земли, включая и космические аппараты.

6.8. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 6

1. В каких областях и точках НС годовая абберация в заданный момент
 - а) не смещает светила;
 - б) смещает по λ , но не смещает по β ;
 - в) смещает по β , но не смещает по λ ;
 - г) смещает по α , но не смещает по δ ;
 - д) смещает по δ , но не смещает по α ?

2. В каких точках НС годовые абберационные смещения светил в день летнего солнцестояния по α и δ максимальны? Каковы величины смещения?
3. В каких точках НС годовые абберационные смещения светил в день весеннего равноденствия по α и δ максимальны? Каковы величины смещения?
4. Где расположены точки на НС, для которых влияние годичной абберации по δ максимальны?
5. Когда и где действия годичной и суточной абберации совпадают по направлению? Направлены в противоположные стороны?
6. Несколько звезд лежат на одном БК, какие положения займут они в некоторый момент под действием годичной абберации?
7. Вспомните законы абберационного смещения.
8. Вычислите приближенные значения коэффициентов суточной, годичной и вековой абберации.
9. Выведите формулы для учета абберационного смещения светила в произвольной системе координат.

ГЛАВА 7. ПАРАЛЛАКС

7.1. Понятие о параллактическом смещении и параллаксе

Параллактическим смещением⁻³⁻ называется изменение направления на светило при наблюдении его из разных точек пространства. Вращение Земли, обращение Земли вокруг Солнца, движение Солнечной системы и другие движения непрерывно изменяют положение наблюдателя в пространстве. Для определённости координаты светил в той или иной системе относят: а) к мгновенному положению наблюдателя, находящегося на поверхности Земли (топоцентрические координаты); б) к центру Земли (геоцентрические координаты); в) к центру Солнца (гелиоцентрические координаты); г) к центру масс Солнечной системы (барицентрические координаты). Могут существовать и многие другие системы координат, например, селеноцентрические, планетоцентрические и т.п.

На рис.7.1 показаны проекции светила S на НС при наблюдении его из точки O и из двух других точек пространства. Малая окружность на рисунке может изображать Землю и тогда C - геоцентрическая, а C_1, C_2 - топоцентрические проекции S , или орбиту Земли и тогда C - гелиоцентрическая, а C_1, C_2 - геоцентрические проекции S . Рассмотрим законы параллактического смещения на абстрактном примере. Пусть на рис. 7.2 T', T два положения наблюдателя, разделённые базисным расстоянием b .

Точку A , в направлении которой должен сместиться, хотя бы мысленно, наблюдатель, чтобы попасть в T' будем, как и при рассмотрении аберрации, называть апексом. Пусть C, C' проекции S на НС, $TS = \Delta$, $T'S = \Delta'$ - расстояния до светила, а $T'C$ параллельно TC . Через точки T, T' и S , если они не лежат на одной прямой, можно провести только одну плоскость, которая пройдёт и через точки A, C, C' . Таким образом, параллактическое

смещение происходит в плоскости, содержащей апекс, начальные положения наблюдателя T и светила C и, следовательно, оно происходит по дуге большого круга, проведённой на HC через светило и апекс. Угловые расстояния светила от апекса $CTA = C''T'A = \gamma$, $C'T'A = \gamma'$, а угол $p = C''T'C' = CSC' = T'ST$ и есть параллактическое смещение.

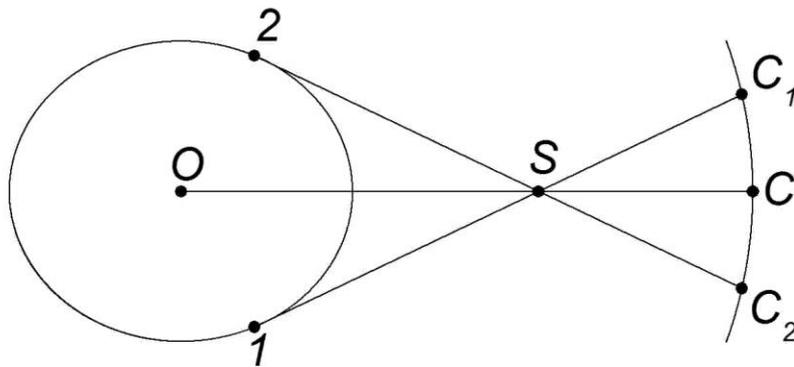


Рис. 7.1.

Из рис.7.2 видно, что параллактическое смещение удаляет светило от апекса на величину $CC' = p = \gamma' - \gamma$. Величину этого смещения можно найти из решения плоского треугольника TST' :

$$\sin p / b = \sin \gamma / \Delta' = \sin \gamma' / \Delta,$$

откуда

$$\sin p = (b/\Delta') * \sin \gamma, \quad \sin p = (b/\Delta) * \sin \gamma' \quad (7.1)$$

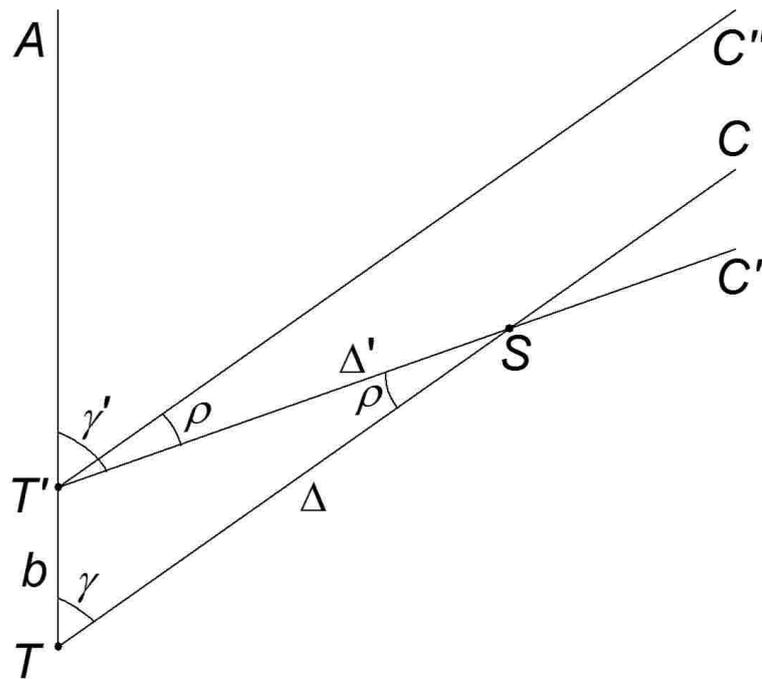


Рис. 7.2.

В правых частях этих формул используются значения Δ , γ , относящиеся к разным положениям наблюдателя, но так как в подавляющем числе задач величины ρ очень малы, то без заметного ущерба для точности можно использовать формулы:

$$\sin \rho = (b/\Delta) \cdot \sin \gamma, \quad \sin \rho = (b/\Delta') \cdot \sin \gamma',$$

в зависимости от того, какие значения нам в данной задаче известны. Следует также помнить, что и сами понятия несмещённое или смещённое положение светила условны и могут меняться местами.

Итак, параллактическое смещение:

1. происходит по дуге большого круга, проходящего через светило и апекс воображаемого перемещения наблюдателя;
2. удаляет светило от апекса;
3. пропорционально синусу углового расстояния светила от апекса.

Рассмотрим коэффициент пропорциональности b/Δ в формуле (7.1). Нетрудно видеть, что параллактическое смещение достигает максимума $\sin p_0 = b/\Delta$ при $\gamma' = 90^\circ$ и поскольку b/Δ мало, то (с м. раздел 1.1)

$$p_0 = 206264''.8 * b/\Delta \quad (7.2)$$

Эта величина p_0 называется параллаксом светила. В астрономии она используется для определения расстояний до светил

$$\Delta = b/\sin p_0$$

Не следует путать параллактическое смещение и параллакс. Во всех случаях

$$\sin p = \sin p_0 * \sin \gamma$$

и в виду малости p и p_0

$$p = p_0 * \sin \gamma \quad (7.3)$$

и, таким образом, параллактическое смещение равно произведению параллакса на синус углового расстояния светила от апекса.

Если на рис.7.2 T - центр Земли, а T' - положение наблюдателя на её поверхности, то b равно r - радиусу-вектору наблюдателя, и параллакс p_0 называется суточным.

Итак, суточным параллаксом называется угол, под которым со светила виден радиус Земли в точке наблюдения, перпендикулярный к направлению на светило. Чтобы перпендикулярность была возможна, надо представить себе светило находящимся на горизонте, поэтому для определённости к слову суточной добавляется ещё определение горизонтальный. На эллипсоидальной Земле радиусы зависят от геоцентрической широты φ' . Для того чтобы значения p_0 не зависели от широты, величину b полагают равной a_e - экваториальному радиусу Земли - и такое значение p_0 называется суточным горизонтальным экваториальным параллаксом.

Если же b равно A_0 - большой полуоси земной орбиты, то p_0 называется годичным параллаксом и обозначается обычно через π . Годичные параллаксы звёзд меньше $1''$.

Если b равно u - смещению Солнечной системы в пространстве за 1 год, то параллакс называется вековым. Вековые параллактические смещения обычно включаются в собственные движения звёзд.

7.2. Параллактические смещения светил в произвольной системе координат

- 3 -

Пусть на рис. 7.3 $A(a,d)$ положение апекса на НС, $C(\xi,\eta)$, $C'(\xi',\eta')$ - соответственно несмещенное и смещенное положения светила. Принимая во внимание, что $p = CC'$, на основании (7.3) можно записать (в секундах или радианах): $CC' = p_0 \cdot \sin C'A$ (7.4)

Из узкого сферического треугольника $\triangle C'FC$

$$FC' - FC = CC' \cdot \cos FC'C$$

$$\sin FC' \cdot \sin C'FC = \sin CC' \cdot \sin FC'C$$

а так как $\angle FC = 90^\circ - \eta$, $\angle FC' = 90^\circ - \eta'$, $\angle C'FC = \xi - \xi'$,

$$\sin CC' = CC' \cdot \sin 1''$$

а CC' выражается формулой (7.4), то

$$(\xi - \xi') \cdot \cos \eta = p_0 \cdot \sin C'A \cdot \sin FC'A$$

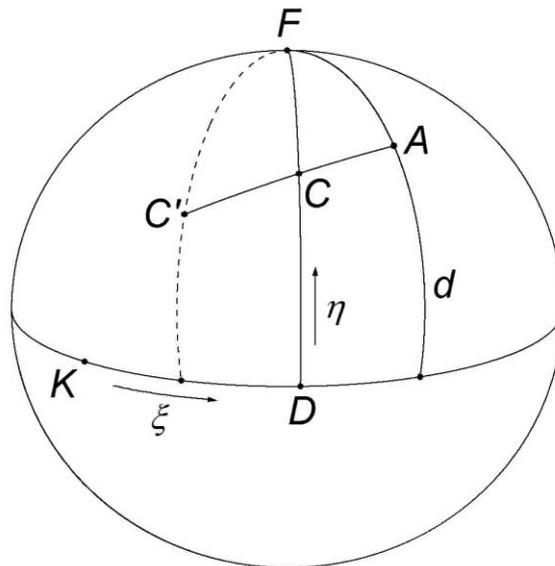


Рис. 7.3.

Используя формулу синусов и формулу 5 элементов из $\Delta C'FA$

$$(\angle C'FA = a - \xi', FA = 90^\circ - d, \cos \eta' \approx \cos \eta)$$

получим

$$\xi - \xi' = p_0 \cdot \cos d \cdot \sec \eta' \cdot \sin(a - \xi') \quad (7.5)$$

$$\eta - \eta' = p_0 \cdot \sin d \cdot \cos \eta' - p_0 \cdot \cos d \cdot \sin \eta' \cdot \cos(a - \xi')$$

Результаты будут выражены в тех же единицах в каких задано значение параллакса p_0 (обычно в секундах дуги).

7.3. Суточные параллактические смещения светил в горизонтальной и экваториальной системах координат

При переходе от геоцентрических координат (без штрихов) к топоцентрическим (со штрихами) апокем мысленного перемещения наблюдателя в случае эллипсоидальной Земли является геоцентрический зенит Z' (рис.7.4) с координатами $A_{Z'} = 0^\circ$, $h_{Z'} = 90^\circ - (\varphi - \varphi')$.

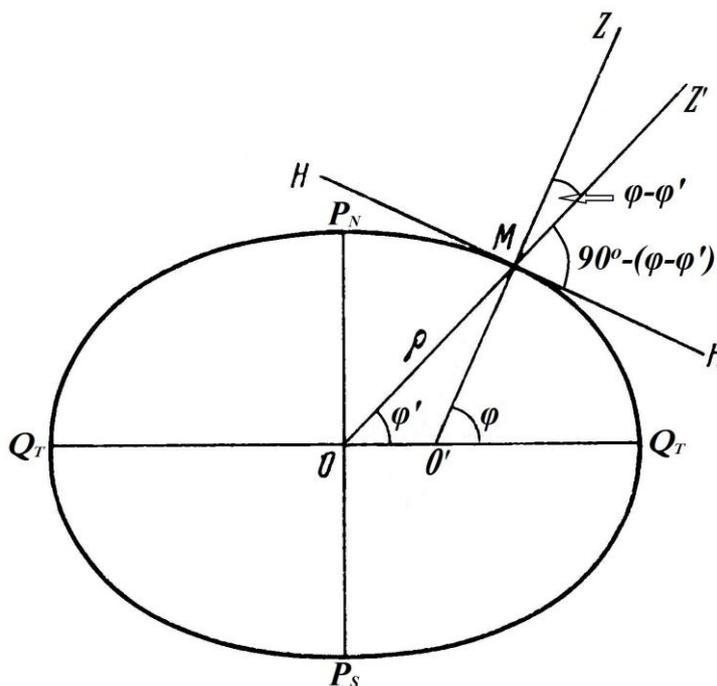


Рис. 7.4.

Отождествив $Z'[0^\circ, 90^\circ - (\varphi - \varphi')]$ с $A(a, d)$, r с b , а $C(A, h)$, $C'(A', h')$ соответственно с

$C(\xi, \eta)$, $C'(\xi', \eta')$ из формулы (7.5) получим

$$A - A' = -p_0 \cdot \operatorname{sech}' \cdot \sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin A'$$

$$h - h' = p_0 \cdot \operatorname{cosh}' \cdot \cos(\varphi - \varphi') - p_0 \cdot \sinh' \cdot \sin(\varphi - \varphi') \cdot \cos A',$$

а после перехода к зенитным ⁻³⁻расстояниям

$$A - A' = p_0 \cdot \operatorname{cosecz}' \cdot \sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin A$$

$$z' - z = \cos(\varphi - \varphi') - p_0 \cdot \operatorname{cosz}' \cdot \sin(\varphi - \varphi') \cdot \cos A.$$

Если эллипсоидальностью Земли можно пренебречь, то $\varphi = \varphi'$, и

$$A = A', \quad Z - Z' = p_0 \cdot \sin z \tag{7.6}$$

Отождествив геоцентрическое $C(\alpha_T, \delta_T)$ и топоцентрическое $C'(\alpha_\tau, \delta_\tau)$ положения светила с $C(\xi, \eta)$, $C'(\xi', \eta')$, а $A(s, \varphi')$ с $A(a, d)$ из (7.5) найдем:

$$\alpha_T - \alpha_\tau = p_0 \cdot \sec \delta \cdot \cos \varphi' \cdot \sin t \tag{7.7}$$

$$\delta_T - \delta_\tau = p_0 \cdot \cos \delta \cdot \sin \varphi' - p_0 \cdot \sin \delta \cdot \cos \varphi' \cdot \cos t.$$

Но так как

$$p_0 = 206264'' \cdot r / \Delta = 206264'' \cdot 8 (r/a_e) \cdot (a_e/A_0) \cdot (A_0/\Delta),$$

$$\text{а } a_e/A_0 = \sin \pi_\odot = \pi''_\odot \cdot \sin 1'' = \pi''_\odot / 206264'' \cdot 8,$$

то в формулы (7.7) вместо p_0 можно подставить $p_0 = (r/a_e) \cdot (\pi''_\odot / \Delta)$,

где π''_\odot - суточный горизонтальный экваториальный параллакс Солнца, а Δ выражено в астрономических единицах, и, таким образом,

$$\alpha_T - \alpha_\tau = (\pi''_\odot / 15) \cdot (r/a_e) \cdot \cos \varphi' \cdot (\sec \delta / \Delta) \cdot \sin t$$

$$\delta_T - \delta_\tau = \pi''_\odot \cdot (r/a_e) \cdot \sin \varphi' \cdot (\cos \delta / \Delta) - \pi''_\odot \cdot (r/a_e) \cdot \cos \varphi' \cdot (\sin \delta / \Delta) \cdot \cos t.$$

Для многих обсерваторий значения $\rho = (r/a_e)$, $\rho \cdot \sin \varphi'$ и $\rho \cdot \cos \varphi'$ табулированы, а так как

$\pi''_\odot = 8'' \cdot 795$, то множители $(1/15) \cdot \pi''_\odot \cdot \rho \cdot \cos \varphi'$, $\pi''_\odot \cdot \rho \cdot \cos \varphi'$, $\pi''_\odot \cdot \rho \cdot \sin \varphi'$ вычисляются раз и навсегда.

7.4. Годичные параллактические смещения светил в экваториальной системе координат

Отождествив $C(\alpha_T, \delta_T)$, $C(\alpha_{hel}, \delta_{hel})$, $A(\alpha_o, \delta_o)$ с $C(\xi, \eta)$, $C'(\xi', \eta')$, $A(a, d)$, а b с A - радиусом вектором Земли в орбите получим:

$$\alpha_T - \alpha_{hel} = p_0 * \sec \delta * \cos \delta_o * \sin(\alpha_o - \alpha)$$

$$\delta_T - \delta_{hel} = p_0 * \cos \delta * \sin \delta_o - p_0 * \sin \delta * \cos \delta_o * \cos(\alpha_o - \alpha).$$

Раскрыв скобки и заменив

$$p_0 = 206264'' .8 * (A/\Delta) = 206264'' .8 * (A/A_0) * (A_0/\Delta) = 206264'' .8 * A[a.e.] * \pi'' * \sin 1'' = \pi'' * A[a.e.],$$

где π'' - параллакс звезды в секундах, найдем:

$$\alpha_T - \alpha_{hel} = \pi'' [A * \cos \delta_o * \sin \alpha_o * \cos \alpha * \sec \delta - A * \cos \delta_o * \cos \alpha_o * \sin \alpha * \sec \delta]$$

$$\delta_T - \delta_{hel} = \pi'' [A * \sin \delta_o * \cos \delta - A * \cos \delta_o * \cos \alpha_o * \cos \alpha * \sin \delta - A * \cos \delta_o * \sin \alpha_o * \sin \alpha * \sin \delta]$$

Введем прямоугольные координаты Солнца (рис 7.5)

$$X = A * \cos \delta_o * \cos \alpha_o$$

$$Y = A * \cos \delta_o * \sin \alpha_o$$

$$Z = A * \sin \delta_o$$

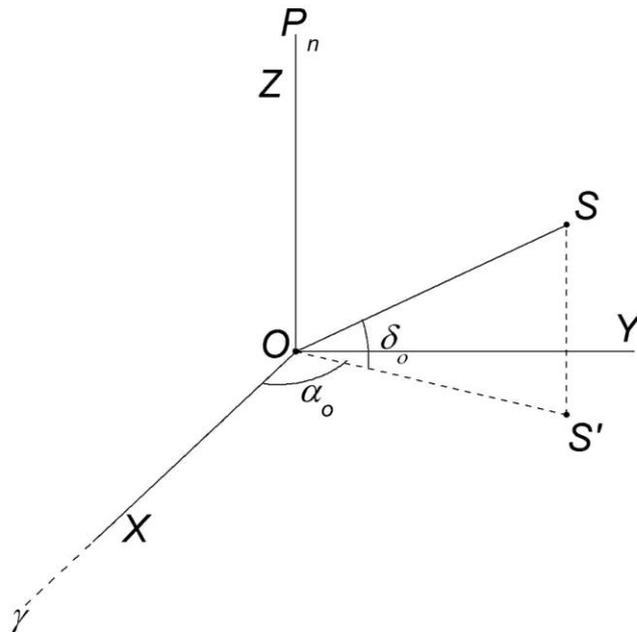


Рис. 7.5.

Тогда

$$\alpha_T - \alpha_{hel} = \pi''[Y \cdot \cos \alpha \cdot \sec \delta - X \cdot \sin \alpha \cdot \sec \delta]$$

$$\delta_T - \delta_{hel} = \pi''[Z \cdot \cos \delta - X \cdot \cos \alpha \cdot \sin \delta - Y \cdot \sin \alpha \cdot \sin \delta] = \pi''[Y \cdot ((Z/Y) \cdot \cos \delta - \sin \alpha \cdot \sin \delta) - X \cdot \cos \alpha \cdot \sin \delta]$$

Из прямоугольного сферического треугольника $\gamma SS'$ (рис.3.1)

$$\cos(90^\circ - \alpha_o) = \text{ctg} \varepsilon \cdot \text{ctg}(90^\circ - \delta_o)$$

и, таким образом,

$$Z/Y = \text{tg} \delta_o / \sin \alpha_o = \text{tg} \varepsilon,$$

Приняв во внимание обозначения (6.7). окончательно получим:

$$\alpha_T - \alpha_{hel} = \pi''[Y \cdot c - X \cdot d]$$

$$(7.8)$$

$$\delta_T - \delta_{hel} = \pi''[Y \cdot c' - X \cdot d']$$

Прямоугольные координаты Солнца и Земли приводятся в АЕ на 0^h динамического времени каждых суток.

7.5. Фигура, описываемая звездой на небесной сфере под влиянием годичного параллактического смещения

Рассмотрим параллактические смещения в эклиптической системе координат. Отождествим $C(\lambda_T, \beta_T)$, $C'(\lambda_{hel}, \beta_{hel})$, $A(L_o, 0^\circ)$ с $C(\xi, \eta)$, $C'(\xi', \eta')$, $A(a, d)$, а A с b и, как в § 7.4 заменим $A/\Delta = (\pi''/206264''.8) \cdot A[\text{a.e}]$, тогда из (7.5)

$$\lambda_T - \lambda_{hel} = \pi'' \cdot A \cdot \sec \beta \cdot \sin(L_o - \lambda)$$

$$\beta_T - \beta_{hel} = -\pi'' \cdot A \cdot \sin \beta \cdot \cos(L_o - \lambda)$$

Допустим временно, что орбита Земли круговая с радиусом $A = 1 \text{ a.e.}$ и введём прямоугольную систему координат с осями как и в § 6.5. Обозначив $(\lambda_T - \lambda_{hel}) \cdot \cos \beta = X$,

$$\beta_T - \beta_{hel} = Y, \text{ получим}$$

$$X/\pi'' = \sin(L_o - \lambda), Y/(\pi'' \cdot \sin \beta) = -\cos(L_o - \lambda)$$

Возведя в квадрат и сложив, найдем, что это уравнение эллипса

$$X^2/\pi''^2 + Y^2/(\pi''^2 \cdot \sin^2 \beta) = 1$$

Таким образом,, под влиянием годового параллактического смещения геоцентрическое место звезды описывает вокруг своего гелиоцентрического положения эллипс с полуосями π'' и $\pi'' \cdot \sin \beta$.

Учет эксцентricности земной орбиты лишь незначительно исказит эту фигуру.

7.6. Гравитационное смещение светил

Световые лучи от небесных объектов, проходя через солнечную систему, отклоняются гравитационным полем Солнца по направлению к его центру на угол $\Delta\gamma = 0''.00407 \cdot \text{ctg}(\gamma/2)$,

где γ - угловое расстояние светила от центра диска Солнца.

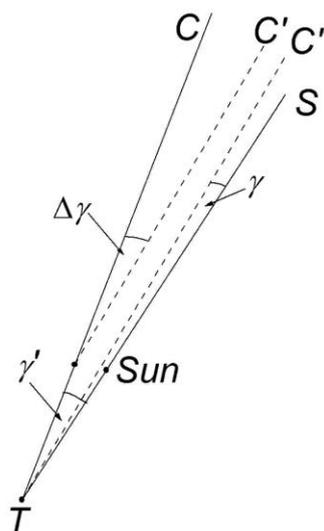


Рис. 7.6.

В результате видимые угловые расстояния всех светил от Солнца (рис.7.6) возрастают и становятся равными $\gamma' = \gamma + \Delta\gamma$.

Гравитационное смещение вполне подобно параллактическому, ибо оно:

1. происходит по дуге БК, соединяющей светило с Солнцем;
2. удаляет светило от Солнца.

А чтобы сделать, хотя бы формально, это смещение пропорциональным $\sin\gamma$ выразим $\text{ctg}(\gamma/2)$ через известную из тригонометрии формулу для половинного угла

$$\Delta\gamma = (0''.00407/(1 - \cos\gamma)) * \sin\gamma^{-3}$$

Обозначив переменной коэффициент при $\sin\gamma$ через μ

$$\mu = 0''.00407/(1 - \cos\gamma), \quad (7.9)$$

мы и получим значение $\Delta\gamma$ в форме, аналогичной третьему "закону" параллактического смещения

$$\Delta\gamma = \mu * \sin\gamma.$$

Теперь для внесения поправок за гравитационное смещение в произвольной системе координат мы можем воспользоваться обеими формулами (7.5) заменив в них ρ_0 на μ , а значения координат точки A(a, d) координатами Солнца S(α_o , δ_o). Так для вычисления поправок в экваториальной системе координат достаточно отождествить точки

S(α_{hel} , δ_{hel}), C'(α_T , δ_T) соответственно с точками C(ξ , η), C'(ξ' , η'), и переписать поправки со знаком плюс:

$$\alpha_T = \alpha_{hel} + (1/15) * \mu * \sec\delta * \cos\delta_o * \sin(\alpha - \alpha_o) \quad (7.10)$$

$$\delta_T = \delta_{hel} + \mu * [\sin\delta * \cos\delta_o * \cos(\alpha - \alpha_o) - \sin\delta_o * \cos\delta]$$

Значения $\cos\gamma$, необходимые для вычисления μ легко получаются из сферического треугольника CPS :

$$\cos\gamma = \sin\delta * \sin\delta_o + \cos\delta * \cos\delta_o * \cos(\alpha - \alpha_o) \quad (7.11)$$

Полученные формулы применимы к объектам, расположенным вне солнечной системы. Для тел же солнечной системы используется более сложный алгоритм вычисления поправок.

7.7. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 7

1. Вспомните "законы" параллактического и гравитационного смещений.
2. Объясните разницу в понятиях параллакс и параллактическое смещение,
3. Выведите формулы для учета параллактического смещения в произвольной системе координат.
4. Выведите формулы для учета гравитационного смещения в произвольной системе координат.
5. Дайте определение топоцентрической, геоцентрической и гелиоцентрической системам экваториальных координат.
6. Как параллакс Солнца изменяет продолжительность дня и ночи на северном полюсе Земли ?
7. Годичный параллакс Сириуса $\pi = 0''.37$. За сколько лет свет от Сириуса доходит до наблюдателя?
8. Вычислите суточный параллакс Сириуса.
9. В каких точках НС влияние суточного, параллакса на прямые восхождения светил равно нулю?
10. В каких точках. НС влияние суточного параллакса на склонения светил равно нулю ?
11. Доказать, что для любого светила отношение $\sin R / \sin p$ не зависит от расстояния до светила Δ (R и p соответственно угловой радиус и суточный параллакс светила).

ГЛАВА 8. АСТРОНОМИЧЕСКАЯ РЕФРАКЦИЯ

8.1. Понятие об астрономической рефракции

Астрономической рефракцией (АР) называется явление преломления световых лучей, идущих от небесных светил к наблюдателю, в земной атмосфере. Этот же термин используется и для обозначения величины искажения координат светил в результате такого явления. Величина АР зависит от показателя преломления воздуха μ , который связан с плотностью атмосферы соотношением $\mu = 1 + c \cdot \sigma$, где c - некоторая константа. Зависимость плотности атмосферы от температуры и давления описывается формулой

$$\sigma = D \cdot (b/760) \cdot (273.2 / (273.2 + t)) \quad (8.1)$$

где b - высота ртутного столба в барометре (давление), t - температура воздуха, а $D = 0.0012928 \text{ г/см}^3$ - "нормальная" плотность воздуха, то есть плотность при $b = 760 \text{ мм}$ и $t = 0^\circ\text{C}$. Так как плотность воздуха с высотой убывает, то и величина μ изменяется от значения $\mu_0 = 1.000292$ (при $b = 760 \text{ мм}$ и $t = 0^\circ\text{C}$) у поверхности Земли до 1 на некоторой условной границе атмосферы.

В теории рефракции Землю обычно считают шарообразной, а атмосферу - состоящей из множества сферических концентрических слоев. Луч света при прохождении всё более и более плотных слоев воздуха искривляется и приходит к наблюдателю по направлению касательной $S'M$ к траектории луча в точке наблюдения (рис.8.1). Будем рассматривать пока только светила, не имеющие заметных суточных параллаксов. В этом случае толщиной земной атмосферы по сравнению с расстоянием до светил можно пренебречь (светила можно считать находящимися в бесконечности), так что на рис.8.1 $MS \parallel KC$, углы $SMZ = z$ и $S'MZ = z'$ есть соответственно истинное и наблюдаемое зенитное расстояние, а угол $S'MC = \rho$ величина АР. Поскольку

луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела сред, то на азимут светила рефракция не влияет. Как видно из рис.8.1 AP приближает светило к зениту, то есть $z' = z - \rho$, и для исправления зенитного расстояния необходимо к наблюдаемому z' прибавить величину AP: $z = z' + \rho$

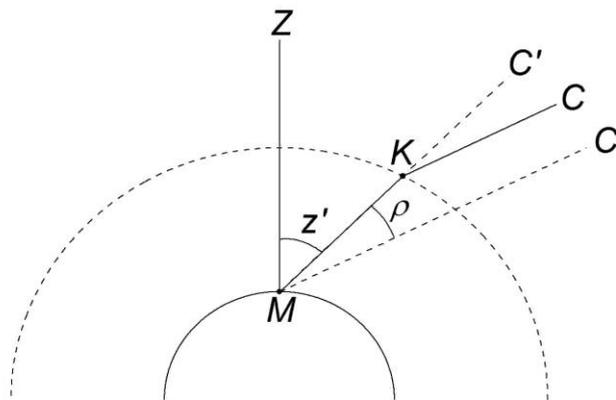


Рис. 8.1

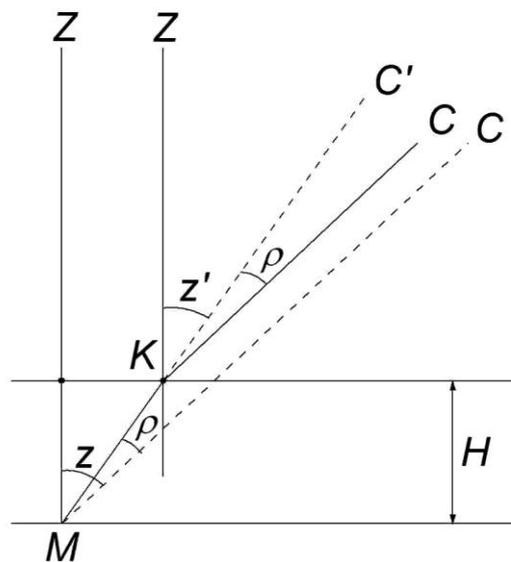


Рис. 8.2.

8.2. Простейшая формула рефракции

Величина ρ является функцией зенитного расстояния. Так . при $z = 0^\circ$ $\rho = 0$, при $z = 45^\circ$ $\rho \approx 1'$, при $z = 80^\circ$ $\rho \approx 5'$, а на горизонте $\rho \approx 35'$. Полная теория рефракции довольно ⁻³⁻сложна, она должна учитывать строение земной атмосферы, её сезонные и суточные изменения. Приближенную формулу для вычислений ρ можно получить с использованием так называемой приведенной атмосферы Земли. Основной вклад в рефракцию вносят приземные слои воздуха до высот порядка 10 км. Поэтому заменим реальную атмосферу однородным сферическим слоем с плотностью, как у поверхности Земли, и эквивалентной массой. Толщина H такого слоя называется высотой приведённой атмосферы. Очевидно, давление у основания приведённой атмосферы будет равно давлению реальной атмосферы, так что

$$H = b \cdot (d/\sigma),$$

где d - плотность ртути. Подстановка численных значений b, d, σ показывает, что при разных t $H = 8-9$ км. Атмосферу такой толщины можно рассматривать как плоскую, поскольку $H \ll r_T$. Оставим на рис.8.2 с плоской приведённой атмосферой обозначения такими же как и на рис.8.1. Согласно теории преломления света отношение синусов угла падения и угла преломления равно коэффициенту преломления среды относительно вакуума $\sin(z' + \rho)/\sin z' = \mu$

Сделав очевидные преобразования, получим:

$$\sin z' \cdot \cos \rho + \sin \rho \cdot \cos z' = \mu \cdot \sin z'$$

Поскольку ρ мало, то $\sin \rho = \rho'' \cdot \sin 1''$, а $\cos \rho \approx 1$, и, следовательно,

$$\rho'' = 206264'' \cdot 8 \cdot (\mu - 1) \cdot \operatorname{tg} z',$$

а так как $(\mu - 1) = c \cdot \sigma$, то, подставив σ из (8.1) и обозначив

$206264'' \cdot 8 \cdot c \cdot D = C$, окончательно получим:

$$\rho'' = C \cdot (b/760) \cdot (273^\circ.2 / (273^\circ.2 + t)) \cdot \operatorname{tg} z' \quad (8.2)$$

$C \approx 60''.2$ называется коэффициентом АР. Его обычно определяют из специально организуемых наблюдений звезд в верхней и нижней кульминациях. Рефракция, табулированная для некоторых стандартных условий (например, при $b = 760$ мм и $t = 0^\circ$, как в АЕ), называется средней. Для получения истинной рефракций в табличные значения необходимо внести поправки за условия наблюдений (в нашем примере за отклонение b и t от стандартных).

8.3. Вывод интеграла рефракции

В действительности всё не так просто. Хотя физические основы остаются теми же, математическое описание преломления света в атмосфере сильно усложняется. Будем считать реальную атмосферу состоящей из n однородных по плотности и преломляющим свойствам сферических концентрических слоёв. К каждому тонкому слою можно применить вышеописанную методику вычисления рефракции и, таким образом, вычислить $\Delta\rho_n$. Тогда полная рефракция $\rho = \sum \Delta\rho_n$ при $n \rightarrow \infty$ $\rho = \int_{K}^M dr$. Но это лишь чисто символическая запись, которую надо наполнить содержанием.

Выделим в атмосфере границу между некоторыми двумя концентрическими слоями, на которой и происходит преломление (рис.8.3). Пусть $\mu' = \mu + \Delta\mu$ угол преломления $f = i - \Delta\rho$. Тогда в соответствии с обобщенным законом преломления $\sin i / \sin(i - \Delta\rho) = (\mu + \Delta\mu) / \mu$ (8.3)

Сделав элементарные преобразования и учитывая, что $\cos\Delta\rho \approx 1$, $\sin\Delta\rho \approx \Delta\rho$, получим

$$\Delta\rho / \Delta\mu = (1/\mu) * \operatorname{tgi} - \Delta\rho / \mu.$$

при $\Delta\mu \rightarrow 0$ и $\Delta\rho \rightarrow 0$

$$d\rho/d\mu = (1/\mu) * \operatorname{tgi},$$

Это дифференциальное уравнение рефракции. Проинтегрируем его от точки К до точки М (рис.8.1)

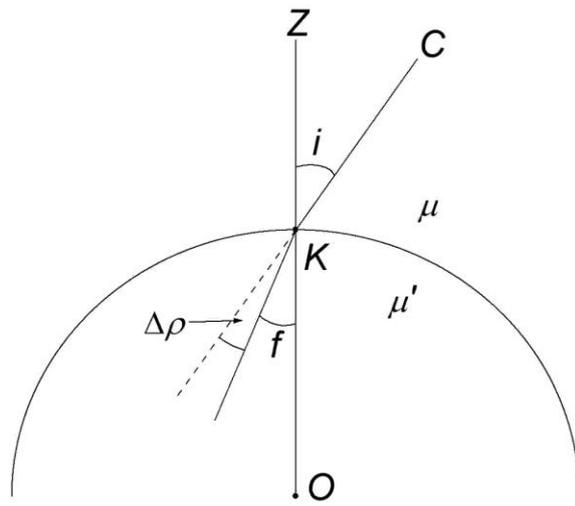


Рис. 8.3

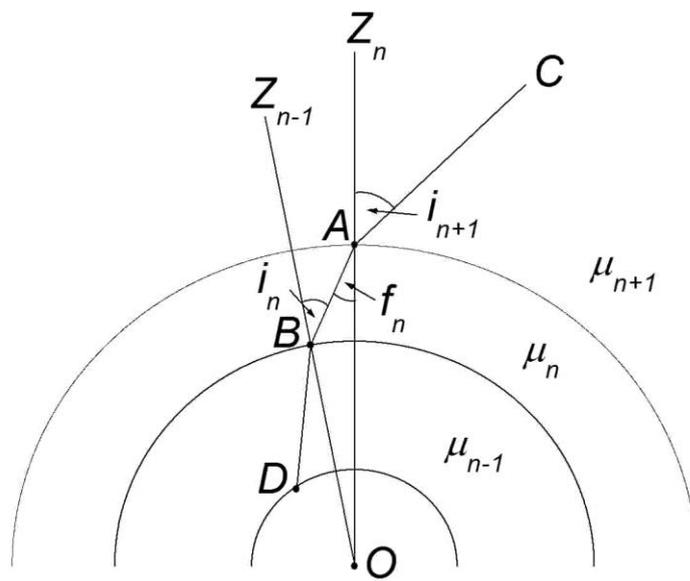


Рис. 8.4.

$$z \int z' d\rho = \int_1^{\mu_0} (\text{tgi}/\mu) d\mu$$

$$z - z' = - \int_1^{\mu_0} (\text{tgi}/\mu) d\mu.$$

Ни значение i , ни величина μ на своем пути луча нам неизвестны, поэтому для вычисления интеграла их нужно выразить через известные или наблюдаемые величины. Рассмотрим для этого ход луча в некотором однородном слое n (рис.8.4). Аналогично с выражением (8.3)

$$\sin i_{n+1} / \sin f_n = \mu_n / \mu_{n+1} \quad (8.4)$$

Из плоского треугольника ОВА

$$\sin f_n = (r_n / r_{n+1}) * \sin i_n,$$

где $r_n = OB$, $r_{n+1} = OA$. Подставив $\sin f_n$ в (8.4), получим

$$\mu_{n+1} * r_{n+1} * \sin i_{n+1} = \mu_n * r_n * \sin i_n \quad (8.5)$$

Но такое же равенство можно лучить и для слоев n и $n-1$, $n-1$ и $n-2$ и т.д. до нулевого слоя у самой Земли. Следовательно, $\mu * r * \sin i = \mu_0 * r_0 * \sin z'$,

то есть все произведения равны между собой и равны аналогичному произведению для слоя у поверхности Земли (r_0 - радиус Земли). Мы получили так называемое инвариантное соотношение в теории рефракции.

Из этого соотношения

$$\text{tgi} = \sin i / \cos i = [(\mu_0 * r_0 / \mu * r) * \sin z'] / [\sqrt{1 - (\mu_0 * r_0 / \mu * r)^2 * \sin^2 z'}]$$

$$\rho = \int_{\mu_0}^1 [\sin z' / (\sqrt{(\mu * r / \mu_0 * r_0)^2 - \sin^2 z'})] (d\mu / \mu)$$

В этом интеграле рефракции z' известно из наблюдений, а зависимость $\mu(r)$ должна быть задана моделью атмосферы. На ЭВМ численное интегрирование ведётся от поверхности Земли вдоль пути луча до таких слоёв, вкладом которых в рефракцию можно уже пренебречь. В прошлом много усилий было затрачено на то, чтобы не зная конкретной зависимости $\mu(r)$ тем не менее вычислить интеграл путём разложения подинтегрального выражения в ряд по степеням $\sec z'$. Во всех учебниках можно найти представление ρ в виде ряда того или иного вида. Но для практических целей эти формулы никогда не используются: по ним в прошлом составлялись таблицы средней рефракции. В обсерваториях наиболее употребительны

Заменив $\cos z$, $\sin z \cdot \cos q$, $\sin z \cdot \sin q$ из формул параллактического треугольника PCZ,

$$\cos z = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t$$

$$\sin z \cdot \cos q = \cos \delta \cdot \sin \varphi - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t$$

$$\sin z \cdot \sin q = \cos \varphi \cdot \sin t,$$

окончательно получим

$$\alpha' - \alpha = a \cdot [\cos \varphi \cdot \sin t / (\sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t)] \cdot \sec \delta$$

$$\delta' - \delta = a \cdot [(\cos \delta \cdot \sin \varphi - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t) / (\sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t)].$$

Для светил, находящихся в меридиане $t = 0$ и

$$\alpha' = \alpha$$

$$\delta' - \delta = a \cdot (\sin(\varphi - \delta) / \cos(\varphi - \delta)) = a \cdot \operatorname{tg} z$$

8.5. Понятие о вычислении рефракции для светил, обладающих заметным суточным параллаксом

Если расстояние до светила сравнимо с размерами Земли, то направление MC нельзя считать параллельным KC: по условию они должны пересекаться в точке C (рис. 8.6).

Истинным зенитным расстоянием теперь является угол $Z = \angle CMZ$, видимым, по-прежнему, остаётся угол $Z' = \angle C'MZ$. Если Z' исправить за рефракцию, стандартным образом, то мы получим $Z_1 = Z' + \rho$, где $Z_1 = \angle C''MZ$ и зенитное расстояние будет перенаправлено на величину $q = \angle CMC''$, так что

$$z = Z' + \rho - q \tag{8.6}$$

Поскольку $C''M \parallel CL$, то $q = \angle MCL$, а из треугольника MCL

$$\sin q = (ML/MC) * \sin z_1 = (h/\Delta) * \sin z_1 = (r_0/\Delta) * (h/r_0) * \sin z_1 \quad (8.7)$$

где $h = ML$, $\Delta = MC$, $r_0 = OM$ - радиус Земли. Из треугольника OLK ($OK = r$) $r * \sin i = (h + r_0) * \sin z_1$

Применив инвариантное соотношение (8.5) к слою выше OK , где $\mu = 1$, найдём, что

$$r * \sin i = \mu_0 * r_0 * \sin z' \quad -3-$$

и, таким образом, $h * \sin z_1 + r_0 * \sin z_1 = \mu_0 * r_0 * \sin z'$, откуда

$$(h/r_0) * \sin z_1 = \mu_0 * \sin z' - \sin z_1$$

Подставив это выражение в формулу (8.7), окончательно получим;

$$\sin q = (r_0/\Delta) * [\mu_0 * \sin z' - \sin(z' + \rho)] \quad (8.8)$$

Для Луны $(r_0/\Delta) \approx 1/60$, так что даже при $z' = 90^\circ$, $q \approx 1''$. Исправление за рефракцию наблюдений космических аппаратов, находящихся внутри земной атмосферы, производится по более сложным формулам.

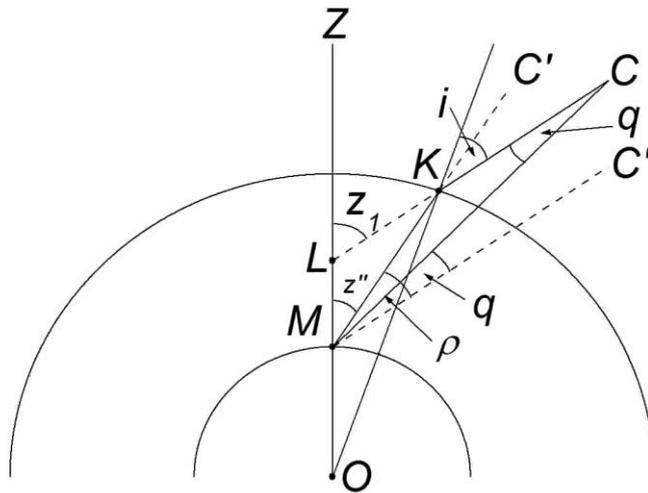


Рис. 8.6.

8.6. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 8

1. Что такое астрономическая рефракция и как она влияет на положение светил в горизонтальной системе координат ?
2. Что такое приведения атмосферы? Пользуясь справочниками, вычислите высоту приведенной атмосферы Земли при $b = 760$ мм рт. столба и $t = 10^\circ \text{C}$.
3. Выведите приближенную формулу рефракции для приведенной атмосферы.
4. Что такое коэффициент рефракции ?
5. Какая рефракция называется средней и какая истинной ?
6. Что такое интеграл рефракции ?
7. Вспомните инвариантное соотношение в теории рефракции.

ГЛАВА 9. РЕДУКЦИИ КООРДИНАТ СВЕТИЛ

9.1. Приведение экваториальных координат светил на видимое место

В каталогах звездных положений приводятся средние гелиоцентрические координаты α° , δ° , отнесенные к положениям ⁻³⁻ среднего полюса, среднего экватора и средней точки Υ на момент, как говорят, равноденствия или так называемой эпохи каталога t° . Обычно это бесселева или юлианская эпоха начала "круглого" года, например, J2000.0. Наблюдатель же в произвольный момент t имеет дело с топоцентрическими координатами светил, искаженными влиянием прецессии, собственного движения, нутации, годичной и суточной абберации, годичного и суточного параллакса, гравитационного смещения (а также и рефракции). Такие координаты принято называть видимыми. Суточные параллаксы звезд неощутимо малы, поэтому полагают, что $\alpha_\tau \equiv \alpha_T$, $\delta_\tau \equiv \delta_T$ и видимые координаты можно считать геоцентрическими. Именно такими (плюс влияние AP) воспринимаются значения координат опорных звезд в фотографической астрометрии на снимках неба. И при решении ряда других задач астрометрии (определение координат λ , φ на поверхности Земли, службы широты и времени) также нужны значения видимых координат. Прокомментируем еще раз все этапы в процедуре приведения координат светил на видимые места (Главы 5-7).

1. Учет прецессии координатной системы и собственного движения звезды за целое число лет плюс полгода ($t_0 - t^\circ$) по формулам (5.6; 5.7) дает средние координаты α_0 , δ_0 на бесселеву или юлианскую эпоху середины данного года.
2. Учет прецессии координатной системы и собственного движения звезды за долю года $\pm \tau$ по формулам (5.8) дает средние координаты звезды α , δ на момент наблюдений t .
3. Учет влияния нутации на координатную систему по формулам (5.13) дает истинные гелиоцентрические координаты звезды $\alpha_{\text{ист}}$, $\delta_{\text{ист}}$ на момент t .

4. Учет годичного параллактического смещения звезды по формулам (7.8) дает её истинные геоцентрические координаты на момент t .

5. Учет гравитационного смещения по формулам (7.9 - 7.11) дает смещенные геоцентрические координаты звезды в момент t .

6. И, наконец, учет годичного абберационного смещения по формулам (6.9) дает искомые видимые геоцентрические координаты звезды $\alpha_{\text{вид}}$, $\delta_{\text{вид}}$ момент t .

Учет влияния прецессии в пунктах 1, 2 связан с переносом координатной системы с одной эпохи на другую, а все остальные этапы вычислений относятся к моменту наблюдений. Координаты звезды, начиная с α° , δ° и кончая $\alpha_{\text{ист}}$, $\delta_{\text{ист}}$ (пункты 1-3), описывают без учета собственного движения, положение одной и той же точки на НС, а все последующие этапы (пункты 4-6) описывают ее перемещения. Составим на основании всего вышеизложенного рабочие формулы для приведения светил на видимое место.

Подставив $\alpha_{\text{ист}}$, $\delta_{\text{ист}}$ из (5.16) в (6.9) найдем сводные выражения для вычисления $\alpha_{\text{вид}}$, $\delta_{\text{вид}}$ (этапы 2,3,6):

$$\alpha_{\text{вид}} = \alpha_0 + [n \cdot \tau + (\Delta\psi + d\psi) \cdot \sin\epsilon] \cdot a - (\Delta\epsilon + d\epsilon) \cdot b - c \cdot k' \cdot \cos L_0 \cdot \cos\epsilon - dk' \cdot \sin L_0 + (q1/p1) \cdot \Delta\psi + \mu_\alpha \cdot \tau$$

$$\delta_{\text{вид}} = \delta_0 + [n \cdot \tau + (\Delta\psi + d\psi) \cdot \sin\epsilon] \cdot a' - (\Delta\epsilon + d\epsilon) \cdot b' - c' \cdot k' \cdot \cos L_0 \cdot \cos\epsilon - d'k' \cdot \sin L_0 + \mu_\delta \cdot \tau$$

После введения обозначений

$$A = n \cdot \tau + \Delta\psi \cdot \sin\epsilon, A' = d\psi \cdot \sin\epsilon, B = -\Delta\epsilon, B' = -d\epsilon,$$

$$C = -k' \cdot \cos L_0 \cdot \cos\epsilon, D = -k' \cdot \sin L_0, E = (q1/p1) \cdot \Delta\psi, E' = (q1/p1) \cdot d\psi,$$

получим (величиной E , которая меньше (± 0.00005 пренебрегаем) :

$$\alpha_{\text{вид}} = \alpha_0 + (A + A') \cdot a + (B + B') \cdot b + C \cdot c + D \cdot d + E + J_\alpha \cdot \text{tg}^2 \delta + \mu_\alpha \cdot \tau$$

$$(9.1)$$

$$\delta_{\text{вид}} = \delta_0 + (A + A') \cdot a' + (B + B') \cdot b' + C \cdot c' + D \cdot d' + E + J_\delta \cdot \text{tg}^2 \delta + \mu_\delta \cdot \tau$$

Это алгебраические формулы приведения на видимое место. Восстановив в них выражения (5.9), (5.14), (6.7)

$$a = (1/15) \cdot [(m/n) + \sin\alpha \cdot \text{tg}\delta] \quad a' = \cos\alpha$$

$$b = (1/15) \cdot \cos\alpha \cdot \text{tg}\delta \quad b' = -\sin\alpha$$

$$c = (1/15) * \cos\alpha * \sec\delta$$

$$c' = \operatorname{tg}\varepsilon * \cos\delta - \sin\alpha * \sec\delta$$

$$d = (1/15) * \sin\alpha * \sec\delta$$

$$d' = \cos\alpha * \sin\delta$$

и введя для A, B, C, D, E, A', B' новую систему обозначений

$$\begin{aligned} g * \cos G &= A & h * \sin H &= C \\ g * \sin G &= B & h * \cos H &= D^{-3} \\ g' * \cos G' &= A' & f &= (1/15) * (m/n) + E \\ g' * \sin G' &= B' & i &= C * \operatorname{tg}\varepsilon \end{aligned} \quad (9.3)$$

получим и тригонометрические формулы приведения на видимое место:

$$\alpha_{\text{вид}} = \alpha_0 + f + (1/15) * g * \sin(G + \alpha) + (1/15) * h * \sin(H + \alpha) * \sec\delta + \mu_\alpha * \tau + J_\alpha * \operatorname{tg}^2\delta + f + (1/15) * g' * \sin(G' + \alpha) \quad (9.4)$$

$$\delta_{\text{вид}} = \delta_0 + g * \cos(G + \alpha) + h * \cos(H + \alpha) * \sin\delta + i * \cos\delta + J_\delta * \operatorname{tg}\delta + g' * \cos(G' + \alpha)$$

Для близполюсных звезд ($\delta > 80^\circ$) из-за "крутого" сближения кругов склонений формулы (5.16), (6.9) недостаточно точны и нуждаются в поправках. Формулы для вычисления таких поправок были предложены Фабрициусом. Эти поправки и учтены в окончательных формулах в виде произведений $J_\alpha * \operatorname{tg}^2\delta$, $J_\delta * \operatorname{tg}\delta$.

Значения A, B, C, D, E, A', B' называются алгебраической системой редуцированных величин или редуцированными величинами первого рода, значения f, g, G, h, i, H, f', g', G' тригонометрической системой или редуцированными величинами второго рода. Они одинаковы для всех звезд, так как не зависят от их координат, а являются функциями только времени. В связи с широким применением ЭВМ использование тригонометрических формул (9.4) приведения на видимое место в настоящее время признано нецелесообразным. Начиная, с 1986 года в АЕ публикуются значения только алгебраической системы редуцированных величин: они даются на каждые 0^h ДТ и 0^h Гринвичского среднего звездного времени. Значения J_α , J_δ приводятся в отдельных таблицах.

Значения a, b, c, d, a', b', c', d' называются редуцированными (или звездными) постоянными. Они зависят только от координат звезд. Так на

этапе 2 под знаками тригонометрических , функций в а, а' (5.9) должны стоять значения α_0, δ_0 а на этапе 3 в них же и в b, b' (5.14) - α, δ , на этапе 6 в c,d,c' d' (6.7) - $\alpha_{ист}, \delta_{ист}$. У звезд, не близких к полюсам, различия между этими значениями координат слабо отражаются на значениях редуцированных постоянных, поэтому последние можно вычислять с координатами α_0, δ_0 , отнесенными к середине юлианского года. Вопрос о необходимости редуциций за выполнение годичного параллакса и гравитационного смещения решается в каждом конкретном случае отдельно, в зависимости от величины π'' в формулах (7.8) и величины μ в формулах (7.10) в сопоставлении с требуемой точностью $\alpha_{вид}, \delta_{вид}$. Значения в зависимости от $\Delta\gamma = \mu * \sin\gamma$ приводятся в нижеследующей табличке:

γ	$0^\circ.5$	1	2	5	10	20	50	90°
$\Delta\gamma$	$0''.933$	0.466	0.233	0.093	0.047	0.023	0.009	$0''.004$

Вопрос об учете суточной aberrации и о влиянии движения земных полюсов на зенитные расстояния z и часовые углы t решается в зависимости от поставленной практической задачи. Конкретные содержания процедур учета упомянутых явлений описываются в курсах практической или геодезической астрономии и в курсах общей астрометрии.

Для нужд практической астрономии в АЕ даются видимые места более 750 ярких звезд. Они вычислены на каждую десятую верхнюю кульминацию звезды на Гринвичском меридиане. А чтобы внутри десятидневных интервалов $\alpha_{вид}$ и $\delta_{вид}$, можно было интерполировать, влияние на них короткопериодической нутации исключено. Поэтому при необходимости к проинтерполированным на момент “наблюдения значениям $\alpha_{вид}$ и $\delta_{вид}$ нужно добавлять влияние неучтенных членов $A'*a + B'*b$, $A'*a' + B'*b'$ или $(1.15)*g'*\sin(G' + \alpha)$. Процедура приведения на видимое место, а также правила пользования таблицами видимых мест описаны в объяснениях к АЕ.

9.2. Понятие об определении экваториальных координат светил из наблюдений

В абсолютном методе определения координат отмечаются моменты s прохождения звезд и Солнца через меридиан и измеряются Z_{BK} . Это позволяет определить видимые значения α наблюдаемых звезд (см. раздел 3.2):

$$\alpha_1 = \alpha_0 + (S_1 - S_0)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + (S_2 - S_1) = \alpha_0 + (S_2 - S_0)$$

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + (S_n - S_{n-1}) = \alpha_0 + (S_n - S_0)$$

в шкале с неизвестным нульпунктом α_0 . Значение последнего вычисляется из прямоугольного сферического треугольника YSS' (рис. 3.1)

$$\sin \alpha_0 = \operatorname{tg} \delta_0 * \operatorname{ctg} \varepsilon$$

Ежедневные измерения z_0 дают значения $\delta_0 = \varphi - z_{0B}$, из анализа годового изменения которых нетрудно установить и $\varepsilon = \left| \delta_0 \right|_{\max}$. Склонения звезд вычисляются по одной из формул:

$$\delta = \varphi - z_B$$

если кульминация происходит к югу от зенита, или

$$\delta = \varphi + z_B$$

при кульминациях к северу от зенита. Значение φ может быть выведено из наблюдений близполюсных звезд в ВК и НК по одной из формул (см. упражнение 16 к главе 4):

$$\varphi = 90^\circ - (1/2) * (z_H + z)$$

$$\varphi = 90^\circ - (1/2) * (z_H - z_B)$$

Влияние рефракции во всех z , разумеется, должно быть исключено. Влияние суточной абберрации удобнее учесть непосредственно в моментах s_i .

Полученные описанным путем топоцентрические значения $\alpha_{\text{вид}}$, $\delta_{\text{вид}}$ должны быть пересчитаны на равноденствие каталога, например, стандартной эпохи J2000.0. Для этого надо учесть редукции, рассмотренные в главах 5-7, но в

последовательности обратной той, которая описана в разделе 9.1. Значения звездных редуцированных постоянных можно вычислить с известными $\alpha_{\text{вид}}$, $\delta_{\text{вид}}$, а после получения α_0 , δ_0 , отнесенных к началу или середине года, все вычисления, если это окажется необходимым следует повторить. Затем α_0 , δ_0 пересчитываются, с учетом собственных движений μ_α , μ_δ , если они известны, на равноденствие каталога. Сопоставление независимых каталогов позволяет создать фундаментальный каталог звездных положений.

В относительных методах координаты объектов получают путем привязки к опорным звездам. Для этого каталожные координаты последних α° , δ° приводятся на видимые места, визуальным или фотографическим путем определяются $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ изучаемых объектов относительно опорных звезд и полученные таким путем $\alpha_{\text{вид}}$, $\delta_{\text{вид}}$ редуцируются на равноденствие исходного каталога.

9.4. Понятие о системе астрономических постоянных

В нашем курсе неоднократно встречались численные значения ряда постоянных или слегка изменяющихся со временем величин: a_e , A_0 , c , π''_o , k' , ε , p , N и другие. Излишне доказывать, что все специалисты при обработке наблюдений или в теоретических работах должны использовать одни и те же (общепринятые !) значения подобных величин, называемых астрономическими постоянными, даже в тех случаях, когда к данному моменту они и не являются уже наилучшими по точности. Значения таких постоянных должны быть выведены из астрономических наблюдений и физических измерений. Но их нельзя рассматривать изолированно друг от друга.

Ведь многие постоянные связаны друг с другом теоретическими соотношениями (например, a_e , A_0 и π''_o ; A_0 , c и k'). Поэтому они должны представлять собою тщательно увязанную совокупность взаимосогласованных значений т.е. быть системой постоянных.

Первая система, содержащая всего 14 постоянных, была принята, по предложению американского астронома Ньюкомба, в 1896 году на международной конференции директоров национальных АЕ. Она просуществовала почти 70 лет. Начавшаяся в середине 20-го века научно-техническая революция и освоение космоса потребовали знания более точных значений астрономических постоянных. После тщательной подготовительной работы была создана и решением МАС от 1964 года рекомендована по всеобщему использованию новая система астрономических постоянных, которая, однако, уже в 1976 году подверглась ревизии, а в 1979 году и 1982 году дополнительным уточнениям. Новая система постоянных состоит из пяти групп.

В первую группу так называемых определяющих постоянных входят, гауссова гравитационная постоянная $k = 0.01720209895$ и скорость света $c = 299792458$ м/сек, что привело к фиксации астрономической единицы длины (см. ниже),

Ко второй группе отнесены основные (или главные) постоянные: световое время для 1 а.е. $\tau = 499^s.004782$, экваториальный радиус Земли $a_e = 6378140$ м, гравитационная константа $G = 6.672 \cdot 10^{-11}$ м³/кг*сек², отношение массы Луны к массе Земли $\mu = 0.01230002$, общая прецессия в долготе за юлианское столетие в стандартную эпоху J2000,0 $p = 5029''.0966$, наклон эклиптики к экватору в ту же эпоху $\varepsilon = 23^\circ 26' 21''.448$ и другие. В третью группу выделены выводимые постоянные: постоянная нутации $N = 9''.2025$ и постоянная годичной аберрации $k' = 20''.49552$ на стандартную эпоху J2000.0, величина астрономической единицы (а.е.) $\sigma \tau_A = A_0 = 1.49597870 \cdot 10^{11}$ м, солнечный параллакс $\arcsin(a_e/A_0) = \pi_0 = 8''.794148$, сжатие Земли $(a_e - b)/a_e = 0.00335281$, масса Солнца $m_0 = 1.9891 \cdot 10^{30}$ кг, отношение массы Солнца к массе Земли 332946.0, система планетных масс и некоторые другие.

9.5. Контрольные вопросы и упражнения к Главе 9

1. Дайте определения средним, истинным и видимым координатам.
2. В чем состоит принципиальное различие между редукцией координат за прецессию и нутацию и редукциями за собственное движение, годичный параллакс, абберацию и гравитационное смещение.
3. Вычислите видимые α и δ Веги на $23^{\text{h}}00^{\text{m}}$ московского времени 15 августа текущего года.

Список принятых сокращений

НС - небесная сфера

БК - большой круг

ИС - истинное Солнце

СС - среднее Солнце

ИСС - истинные солнечные сутки

ССС - средние солнечные сутки

ИСВ - истинное солнечное время

ССВ - среднее солнечное время

ГСЗВ - Гринвичское среднее звездное время

GMST- Greenwich mean sidereal time.

UT - Universal time (всемирное время)

ET - Ephemeris time (эфемеридное время)
TA - Atomic time (атомное время)
TAI - International atomic time (международное атомное время)
UTC - Coordinated universal time (атомное координированное всемирное время)
DT – Dynamical time (динамическое время)
TDT – Terrestrial dynamical time (земное динамическое время)
TDB - Barycentric dynamical time (барицентрическое динамическое время)
ТГ - тропический год
ЮД - юлианский день
JD – Julian day
МАС - международный астрономический союз
МБВ - международное бюро времени
АЕ - астрономический ежегодник
АО - астрономическая обсерватория
КФУ - Казанский федеральный университет
АОЭ - астрономическая обсерватория им. В. Н. Энгельгардта
СКАС - Северо-кавказская астрономическая станция КФУ
ИСЗ - Искусственный спутник Земли
ЭВМ – электронно-вычислительная машина
ВК - верхняя кульминация
НК - нижняя кульминация
АР - астрономическая рефракция
IERS – (МСВЗ), Международная Служба Вращения Земли