и удовлетворяют дифференциальным сравнениям по модулю базисных форм ω^i:

$$\begin{aligned} \Delta R^i_{jklm} \;\cong\; & -L^i_{jkt}\omega^t_{[lm]} - R^t_{klm}\omega^i_{jt} - R^t_{jlm}\omega^i_{tk} + R^i_{tlm}\omega^t_{jk} + \\ & \Big(\Gamma^t_{k[l}\Gamma^i_{m]s} - \Gamma^t_{k[l}\Gamma^i_{sm]}\Big)\omega^s_{(jt)} - \omega^i_{jk[lm]}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Если гладкое многообразие M_n является неголономным многообразием M^N_n [1, 2], т.е. не выполняются сравнения $\omega^t_{[lm]} \cong 0$, $\omega^i_{jk[lm]} \cong 0$, то компоненты R^i_{jklm} образуют квазитензор лишь в совокупности с объектом связности L и тензором кривизны 1-го порядка R^i_{jkl}. В случае полуголономного гладкого многообразия M^S_n [2], когда $\omega^t_{[lm]} \cong 0$, $\omega^i_{jk[lm]} \cong 0$, дифференциальные сравнения (1) принимают вид

$$\Delta R^i_{jklm} \cong -R^t_{klm}\omega^i_{jt} - R^t_{jlm}\omega^i_{tk} + R^i_{tlm}\omega^t_{jk} + 2(\Gamma^t_{k[l}\Gamma^i_{m]s} - \Gamma^t_{k[l}\Gamma^i_{sm]})\omega^s_{jt}.$$

Для особого многообразия $\overline{M}^S_n$, когда $\omega^i_{jk} \cong 0$, компоненты R^i_{jklm} самостоятельно образуют тензор.

Литература

1. Шевченко Ю. И. *Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий* // Калининград. – 1976. – Т. 17. – № 5. – С. 50–55.

2. Шевченко Ю. И. *Голономные и полуголономные подмногообразия гладких многообразий* // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград – 2015. – Вып. 46. – № 5. – С. 168–177.

DIFFERENTIAL COMPARISONS FOR COMPONENTS OF AFFINE CONNECTION CURVATURE OBJECT OF THE SECOND ORDER IN NON-SYMMETRICAL CASE

N.A. Ryazanov

Differential comparisons for the components of the curvature object of affine connection of the second order in the case of non-symmetric connection object are obtained. These comparisons show that, in the general case, the second order curvature object forms a geometric object only with the first order curvature object and the second-order connection object.

Keywords: Structure equations of Laptev, affine connection; the second order curvature object, semi-holonomic and non-holonomic smooth manifolds.

УДК 514.822

О ПОЛУСИММЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКТИВНО ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

А.А. Сабыканов[1], Й. Микеш[2], П. Пешка[3]

1 *almazbek.asanovich@mail.ru*; Киргизский национальный университет
2 *josef.mikes@upol.cz*; Palacky University in Olomouc
3 *patrik_peska@seznam.cz*; Palacky University in Olomouc

В статье обсуждается существование полусимметрических проективно евклидовых пространств. Найдены условия существования этих пространств.

Ключевые слова: Полусимметрические пространства, проективно евклидовы пространства.

Настоящая заметка посвящена n-мерным полусимметрическим проективно евклидовым пространствам.

Пространство аффинной связности со связностью ∇ называется *полусимметрическим*, если его тензор кривизны R удовлетворяет следующим условиям $R \circ R = 0$. Эти пространстранства обобщают *симметрические пространства*, которые характеризуются ковариантной постоянностью тензора кривизны: $\nabla R = 0$.

П.А. Широков изучал полусимметричные пространства, они неявно начались рассматриваться с условий $R \circ R = 0$, которые являются условиями интегрируемости уравнений $\nabla R = 0$. Название полусимметрическое было явно введено в статье Н.С. Синюкова. Он изучал геодезические отображения симметричных и полусимметричных пространств. Эти исследования были продолжены в работах Й. Микеша. См. [1, 2, 4, 5, 6].

Геометрия симметричных и полусимметричных пространств играет важную роль в теории римановых многообразий и их обобщениях. Большой интерес к полусимметричным пространствам имела гипотеза Номидзу [3], которая была опровергнута [7].

Проективно евклидовы пространства исследовались в различных направлениях. Эти пространства геодезически эквивалентны евклидовым пространствам. П.А. Широковым [4, 5] были получены компоненты аффинной связности симметричных проективно евклидовых пространств.

Мы доказали следующую теорему.

Теорема. *Проективное евклидово пространство полусимметрично тогда и только тогда, когда оно эквиаффинно.*

Теорема. *Компоненты аффинной связности полусимметрического проективного евклидова пространства имеют в проективной системе координат x следующую форму:*

$$\Gamma^h_{ij} = \delta^h_i \psi_j + \delta^h_j \psi_i,$$

где $\psi_i = \partial\psi / \partial x^i$ и $\psi(x)$ – некоторые функции.

Работа поддержана грантом IGA 2017012 университета Палацкого в г. Оломоуц.

Литература

1. Mikeš J., et al. *Differential geometry of special mappings.* – Olomouc: Palacky Univ. Press, 2015. – 566 c.

2. Mikeš J., Vanžurová A., Hinterleitner I. *Geodesic mappings and some generalizations.* – Olomouc: Palacky Univ. Press, 2009. – 304 c.

3. Nomizu K. *On hypersurfaces satisfying a certain condition on the curvature tensor* // Tôhoku Math. J. (2). – 1968. – Vol. 20. – P. 46–59.

4. Shirokov A. P.: *P. A. Shirokov's work on the geometry of symmetric spaces* // J. Math. Sci., New York. – 1998. – Vol. 89. – № 3. – P. 1253–1260.

5. Shirokov P.A.: *Selected investigations on geometry.* – Kazan Univ. Press, 1966.

6. Синюков Н.С. *Геодезические отображения римановых пространств.* – М.: Наука, 1979. – 256 с.

7. Takagi),H.: *An example of Riemannian manifolds satisfying* $R(X,Y) \circ R = 0$ *but not* $\nabla R = 0$ // Tôhoku Math. J. (2). – 1972. – Vol. 24. – P. 105–108.

ON SEMISYMMETRIC PROJECTIVE EUCLIDEAN SPACES

A.A. Sabykanov, J. Mikeš, P. Peška

This work is devoted to the existence of n-dimensional semisymmetric projective Euclidean spaces. The conditions for the existence of these spaces are found.

Keywords: Semisymmetric spaces, projective euclidean spaces.

УДК 514.764

ГЕОМЕТРИЯ КАСАТЕЛЬНОГО РАССЛОЕНИЯ РИМАНОВА ПРОСТРАНСТВА, ИНДУЦИРОВАНННАЯ ИНВАРИАНТНОЙ ТЕОРИЕЙ ПРИБЛИЖЕНИЙ БАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Е.Н. Синюкова[1]

1 *olachepok@ukr.net*; Южноукраинский национальный педагогический университет имени К. Д. Ушинского

На касательном расслоении риманова пространства рассмотрены специальные метрики, порожденные инвариантной теорией приближений базового пространства. Проведены исследования некоторых геометрий касательного расслоения, построенных на основе метрик, которые представляют собой определенные линейные комбинации вышеуказанных.

Ключевые слова: Касательное расслоение, риманово пространство, инвариантная теория приближений.

Исследования в рамках инвариантной теории приближений в римановой геометрии и различных её обобщениях позволили построить на касательном расслоении $T(V^n)$ риманова пространства V^n, $n \in N$, определенное количество различных метрик и объектов аффинной связности [1]. Здесь, в первую очередь, следует отметить метрики

$$d\underset{1}{s}^2 = g_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha \widetilde{D}y^\beta, \qquad d\underset{2}{s}^2 = \widetilde{g}_{\alpha\beta}(x;y)dx^\alpha Dy^\beta,$$

$$d\underset{3}{s}^2 = g_{\alpha\beta}(x)\widetilde{D}y^\alpha \widetilde{D}y^\beta, \qquad d\underset{4}{s}^2 = \widetilde{g}_{\alpha\beta}(x;y)\widetilde{D}y^\alpha \widetilde{D}y^\beta,$$

где $g_{\alpha\beta}(x)$ — компоненты метрического тензора базового риманова пространства V^n,

$$\widetilde{g}_{\alpha\beta}(x;y) = g_{\alpha\beta}(x) + \frac{1}{3}R_{i\alpha\beta j}(x)y^i y^j,$$

$$Dy^\alpha = dy^\alpha + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}(x)y^\beta dx^\gamma,$$

$$\widetilde{D}y^\alpha = dy^\alpha + \widetilde{\Gamma}^\alpha_{\beta\gamma}(x;y)y^\beta dx^\gamma,$$

$\Gamma^\alpha_{\beta\gamma}(x)$ — компоненты аффинной связности базового риманова пространства V^n,

$$\widetilde{\Gamma}^\alpha_{\beta\gamma}(x;y) = \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}(x) - \frac{1}{3}R^\alpha_{(\beta\gamma)\sigma}(x)y^\sigma,$$