

УДК 514.822

ИНДУКТИВНЫЙ ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ БАШЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ

Д.В. Тиньков¹¹ dvtinkov@yandex.ru; Национальный исследовательский университет «МЭИ»

В статье приводится решение методом индукции и системы компьютерной математики Maple задачи по определению прогиба плоской башенной конструкции в зависимости от числа однотипных панелей. Выводятся аналитические формулы для определения прогиба. Прогиб определяется для четырёх случаев горизонтального нагружения: распределенная нагрузка и точечная нагрузка на верхний узел по одной и второй стороне соответственно.

Ключевые слова: ферменная конструкция, прогиб, индукция, Maple.

Расчет и анализ периодических статически определимых систем (плоских и пространственных стержневых систем) представляет важную теоретическую и практическую задачу. Рассмотрим плоскую статически определимую ферменную башенную конструкцию – см. рисунок 1. Высота – $H = nb$, b – шаг вертикальных панелей, n – число панелей. a – шаг стоек. Конструкция закреплена на неподвижную шарнирную опору с одной стороны и на катковую с другой. Ферма состоит из N стержней и K шарнирных узлов. Длина двух типов диагональных стержней: c , $2c$, где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

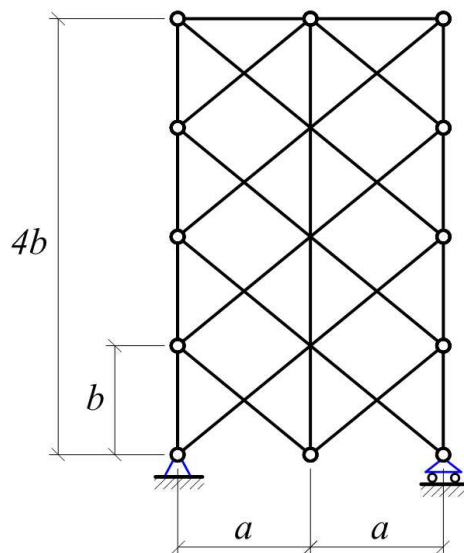


Рис. 1. Расчетная схема башни, $n = 4$

Рассмотрим четыре схемы нагружения (рис. 2, 3): равномерная нагрузка на вертикальную стойку (силы P в промежуточных узлах, в крайних узлах – $P/2$), нагрузка верхний узел (сила P_0).

Будем определять горизонтальные перемещения верхнего узла, который находится на нагруженной стойке.

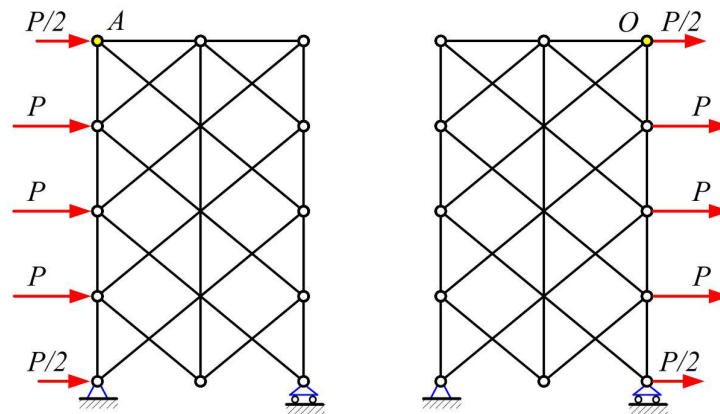


Рис. 2. Схемы нагружения равномерной нагрузкой, $n = 4$

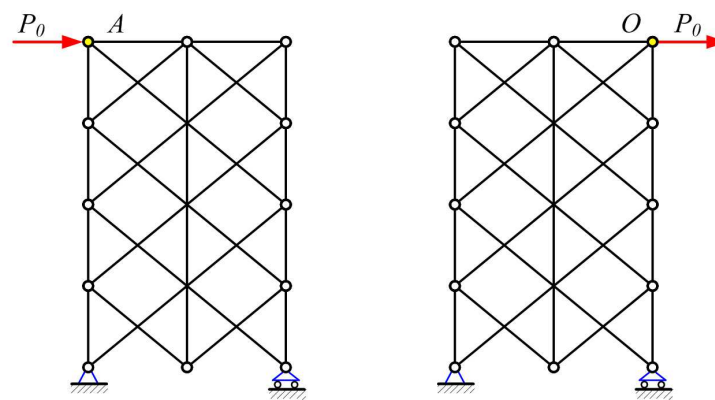


Рис. 3. Схемы нагружения одной силой, $n = 4$

Нумерацию узлов и элементов произведем по схеме представленной на рисунке 4.

Для определения усилий в стержнях фермы используем метод вырезания узлов. Задача определения усилий в стержнях фермы сводится к решению системы линейных уравнений, которую запишем в матричной форме:

$$G\bar{S} = \bar{B}. \quad (1)$$

Здесь G – матрица направляющих косинусов, \bar{S} – вектор неизвестных усилий, \bar{B} – вектор нагрузок. Горизонтальные нагрузки, приложенные к узлу i записываются в нечетные элементы B_{2i-1} , вертикальные – в четные B_{2i} .

Перемещение узла определяем по формуле Максвелла–Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^N S_i s_i \ell_i / (EF_i), \quad (2)$$

где S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешних нагрузок, s_i – усилия в элементах при единичной горизонтальной нагрузке, действующей на узел, перемещение которого требуется определить; ℓ_i – длины элементов. Последовательно решая задачу для ферм с $n = 1, 2, 3, \dots, 12$ панелями, получаем общие для всех случаев виды решения.

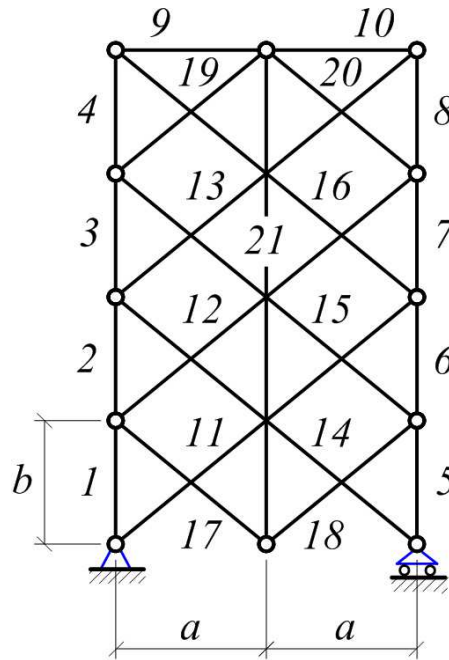


Рис. 4. Нумерация элементов, $n = 4$

Формула для перемещение по первой и второй схеме нагружения имеет вид:

$$\Delta = \frac{P}{EFa^2} [a^3 C_1 + b^3 C_2 + c^3 C_3] \quad (3)$$

Таблица 1. Коэффициенты для первой схемы

n	C_1	C_2	C_3
1,5,9,13...	$5n/4$	$n^4/16 + 5n^2/2 - 5n/4 - 9/16$	$11n^2/8 - 5/8$
2,6,10,14..	n	$n^4/16 + n^2/2 - 1/2$	$7n^2/8 - 1/2$
3,7,11,15..	$5n/4$	$n^4/16 + 5n^2/2 + 5n/4 - 9/16$	$11n^2/8 - 5/8$
4,8,12,16..	-	-	-

Таблица 2. Коэффициенты для второй схемы

n	C_1	C_2	C_3
1,5,9,13...	$n/4$	$n^4/16 + 5n^2/2 - 3n/4 + 7/16$	$11n^2/8 + 3/8$
2,6,10,14..	0	$n^4/16 + n^2/2 + 1/2$	$7n^2/8 + 1/2$
3,7,11,15..	$n/4$	$n^4/16 + 5n^2/2 + 3n/4 + 7/16$	$11n^2/8 + 3/8$
4,8,12,16..	-	-	-

Перемещение для третьей и четвертой схемы нагружения:

$$\Delta = \frac{P_0}{EFa^2} [a^3 C_1 + b^3 C_2 + c^3 C_3] \quad (4)$$

Таблица 3. Коэффициенты для третьей схемы

n	C_1	C_2	C_3
1,5,9,13...	5/2	$n^3/6+7n/3-1$	$3n/2$
2,6,10,14..	2	$n^3/6+n/3$	n
3,7,11,15..	5/2	$n^3/6+7n/3+1$	$3n/2$
4,8,12,16..	-	-	-

Таблица 4. Коэффициенты для четвертой схемы

n	C_1	C_2	C_3
1,5,9,13...	1/2	$n^3/6+7n/3-1$	$3n/2$
2,6,10,14..	0	$n^3/6+n/3$	n
3,7,11,15..	1/2	$n^3/6+7n/3+1$	$3n/2$
4,8,12,16..	-	-	-

Для получения коэффициентов при a^3, b^3, c^3 применялись операторы **rgf_findrecur** и **rsolve** системы Maple [1]. Так, для определения коэффициента C_3 по полученным коэффициентам $3/4, 39/8, 47/4, 171/8, 135/4, 391/8$ оператор **rgf_findrecur** возвратил следующее однородное рекуррентное уравнение $C_{3,n} = 3C_{3,n-1} - 3C_{3,n-2} + C_{3,n-3}$ степени 2, а оператор **rsolve** с начальными данными дал общий вид коэффициента $11n^2/8 - 5/8$

Найденные общие аналитические формулы перемещения стержневой фермы дают возможность оптимизировать конструкцию по размерам, площади элементов и по количеству панелей.

Кривые на рисунке 5, отображающие найденные зависимости, являются в некоторой степени условными, построенные в виде непрерывных кривых только для наглядности, так как все решения имеют смысл при целочисленных n (выделены точками на графиках). Введено обозначение для безразмерного прогиба $\Delta' = \Delta EF / (PH)$

Аналогичные решения для прогиба получены для плоских ферм [2-15] и пространственных ферм [16-19]. Примененный в этих работах метод индукции показал свою эффективность, а полученные формулы для прогиба позволили найти некоторые оптимальные по жесткости конструктивные решения и указали на особенности конструкции. В [20] дан обзор некоторых решений.

Литература

1. Кирсанов М.Н. Maple и MapleT. Решение задач механики / М.Н. Кирсанов. – СПб.: Изд-во Лань, 2012. – 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы / М.Н. Кирсанов // Строительство и реконструкция. – 2017. – № 1 (69). – С. 19–23.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей / М.Н. Кирсанов // Механизация строительства. – 2017. – № 3. – С. 26–29.
4. Voropai R.A. Analysis of the deflection of planar truss with double triangular lattice / R.A. Voropai, E.V. Domanov, M.N. Kirsanov // Science Almanac. – 2016. – № 12-2(26). – P. 208–211.

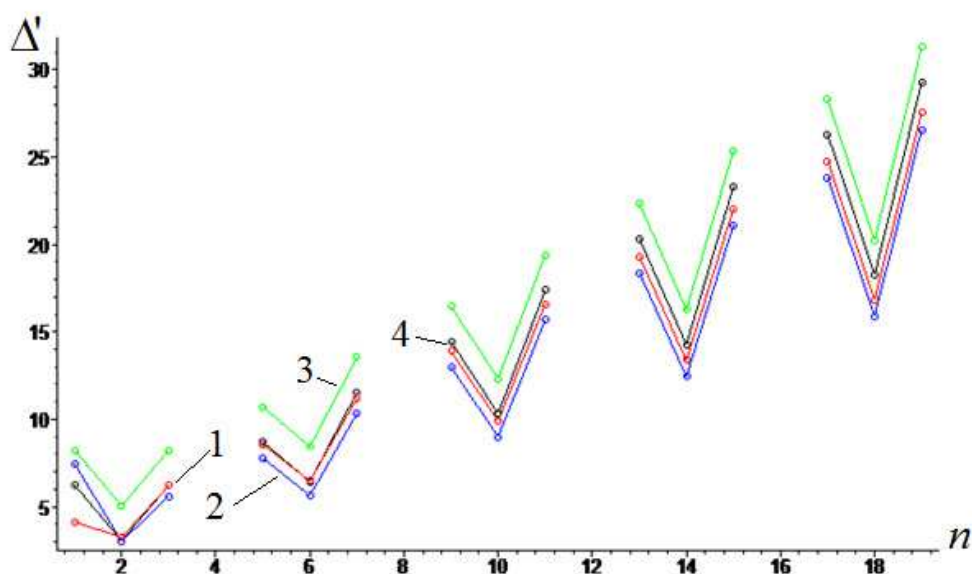


Рис. 5. Зависимость перемещения от числа панелей 1 – Δ_1 ; 2 – Δ_2 ; 3 – Δ_3 ; 4 – Δ_4

5. Ilin I.A. The deflection and displacement of the bearings of the truss with rhombic lattice / I.A. Ilin, M.N. Kirsanov // Science Almanac. – 2016. – № 12-2(26). – P. 216–219.
6. Voropai R.A., Kirsanov M.N. The formula for deflection of flat truss under the action of concentrated load / R.A. Voropai, M.N. Kirsanov // Science Almanac. – 2016. – № 11-2(25). – P. 305–307.
7. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба симметричной балочной фермы в аналитической форме / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и конструкции. – 2016. – № 2(13). – С. 5–9.
8. Kirsanov M.N. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type / M.N. Kirsanov // Architecture and Engineering. – 2016. – Vol. 1, № 3. – P. 14–17.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа “butterfly” форме / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – № 4. – С. 2–5.
10. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба впарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей / Д.В. Тиньков // Строительная механика и конструкции. – 2016. – Т. 2. – № 13 (13). – С. 10–14.
11. Ponamareva M.A. The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load / M.A. Ponamareva // Science Almanac. – 2016. – № 4-3(18). – С. 257–259.
12. Voropai R.A., Kazmiruk I.Yu. Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss / R.A. Voropai, I.Yu. Kazmiruk // Bulletin of Scientific Conferences – 2016. – № 2-1(6). – P. 10–12.
13. Voropai R.A. Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice / R.A. Voropai // Science Almanac. – 2016. – № 4-3(18). – С. 238–240.
14. Shipaeva A.S. Calculation of the deflection of girder beam loaded on the bottom flange in the system Maple / A.S. Shipaeva // Science Almanac. – 2016. – № 5-3(19). – P. 236–239.
15. Bolotina T.D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels / T.D. Bolotina // Bulletin of Scientific Conferences. – 2016. – № 4-3(8). – P. 7–8.
16. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple / П.Г. Леонов, М.Н. Кирсанов // Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014: труды международной научно-методической конференции. 2014. – С. 239–242.

17. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – № 5(268). – С. 19–22.
18. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой / М.Н. Кирсанов // Инженерно-строительный журнал. – 2016. – № 4(64). – С. 52–58.
19. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – № 2. – С. 2–6.
20. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций / Д.В. Тиньков // Инженерно-строительный журнал. – 2015. – № 5(57). – С. 66–73.

INDUCTIVE DERIVATION OF THE FORMULA FOR HORIZONTAL DISPLACEMENT OF A TOWER STRUCTURE

D.V. Tinkov

The paper presents a solution to the method of induction and the computer mathematics system Maple to determine the deflection of a flat tower structure, depending on the number of similar panels. Analytical formulas are derived for determining the deflection. The deflection is determined for four cases of horizontal loading: the distributed load and the point load on the top node on one and the second side, respectively.

Keywords: truss structure, deflection, induction, Maple.

УДК 004

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

Е.С. Ульянова¹

¹ ulyanovaese@mail.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет
Научный руководитель: Э.В. Чеботарева – кандидат физ.-мат. наук

Моделирование на сегодняшний день является главным методом исследования в различных областях знаний. При проектировании систем массового обслуживания возникают задачи, которые требуют оценки количественных и качественных характеристик, закономерностей процессов функционирования. Программа Anylogic наиболее подходит для построения имитационных моделей.

Ключевые слова: имитационное моделирование, Anylogic, дорожное движение.

При проектировании систем массового обслуживания возникают задачи, которые требуют оценки количественных и качественных характеристик, закономерностей процессов функционирования. Одним из методов решения таких задач является построение и исследование имитационных моделей.

Целью настоящей работы является построение имитационной модели движения на перекрестке Ямашева-Бондаренко г. Казань. Мы выбрали для построения данный перекресток в связи с тем, что именно он является (по мнению автомобилистов Казани) одним из «проблемных». При построении модели нами была использована система AnyLogic. Система AnyLogic обладает необходимым функционалом, который позволяет моделировать дорогу, дорожные разметки, автомобили,