

## НЕМЕЦКИЕ СТАНДАРТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Сафуанов И.С., доктор педагогических наук, профессор,  
Московский городской педагогический университет, г. Москва  
ngpis@rambler.ru**

*Аннотация.* Рассматриваются федеральные стандарты математического образования, введённые в Германии в 2003 году и обновлённые в 2012 году. Обсуждены также стандарты подготовки учителей математики в Германии.

*Ключевые слова:* образовательные стандарты, зарубежное математическое образование, образование в Германии, компетентностный подход

## GERMAN STANDARDS OF MATHEMATICAL EDUCATION

**I.S. Safuanov, doctor of pedagogical sciences, professor  
Moscow City University, Moscow  
ngpis@rambler.ru**

*Abstract.* Federal standards of mathematical education established in Germany in 21th century are considered. The standards of mathematics teacher preparation in Germany are discussed, too.

*Keywords:* educational standards, foreign mathematical education, Germany education, competency-based approach

На протяжении по меньшей мере двух столетий – девятнадцатого и двадцатого. немецкое образование вообще и математическое образование, в частности, считались едва ли не лучшими в мире и служили образцом для постановки систем образования в других странах. Например, именно из Германии в другие страны перенесены такие типы образовательных учреждений, как гимназии, реальные училища, которые позднее стали основой для современных общеобразовательных средних школ. В Германии были заложены основы и профессионально-технического образования для рабочих профессий.

Однако послевоенное развитие образования в немецких государствах (ФРГ и ГДР) по разным причинам (увеличение доли мигрантов среди учащихся в ФРГ, доли возрастных учителей и др.) привело к снижению уровня обучения, особенно математическим дисциплинам. Тем не менее, для немецкой общественности были шоком результаты международных исследований достижений учащихся по математике, особенно PISA 2000 года. Немецкие школьники показали результаты ниже среднего уровня, что вызвало дискуссии среди учёных, учителей, политиков, представителей общественных организаций и родителей. Исследование выявило недостатки немецкой системы образования, например, следующие.

Школы не обладали автономией и делились на три типа (школы общего типа, реальные школы и гимназии, причём только гимназии давали право поступления в университеты). Это усиливало различие в учебных достижениях учащихся и их социально-экономическое неравенство. Школьное образование в Германии находится в ведении федеральных земель, то есть управляется более чем полутора десятком разных, довольно независимых систем. Не было единых программ, требований к выпускникам. В результате, например, легче было поступить в ведущие университеты выпускникам гимназий из Баварии, чем из других земель [10].

После интенсивной работы специально созданных групп учёных и практиков образования, с учётом теории математического образования и опыта других стран (например, США) было начато реформирование математического (и не только) образования в Германии. В основу реформы и введения новых образовательных стандартов был положен ряд принципов, в числе которых:

1) В основе управления образовательным процессом должен лежать не *ввод* (информации для усвоения обучающимися), а *вывод* (результатов обучения). Важнее ставить цели и задачи, чем разрабатывать конкретные учебные материалы и программы.

2) Школам должна предоставляться более широкая *автономия* (ранее образовательные министерства органы не только диктовали учебные программы, но и назначали учителей в школы).

3) Нужна большая *прозрачность* и *ответственность* в образовательном процессе, для чего должны проводиться исследования и оценки достижений учащихся, необходимо участвовать в международных исследованиях PISA, TIMSS и т. п.

4) В основу стандартов необходимо положить *компетентностный подход* ([8], [9], [11]) и результаты исследований по методике, дидактике, психологии обучения,

Главным мероприятием в реформировании математического образования в Федеративной Республике Германии стало введение в 2003 году на конференции министров просвещения всех земель (КМК – Kultusministerkonferenz) единых федеральных стандартов обучения математике на всех школьных уровнях школьного обучения ([3], [4], [6]). Эти стандарты подвергались и дальнейшему критическому обсуждению и были обновлены на очередной конференции КМК в 2012 году. Структура компетенций в этих стандартах состоит из двух дополняющих друг друга наборов:

Общие:

- 1) Математически аргументировать
- 2) Математически решать задачи
- 3) Математически моделировать
- 4) Использовать математические представления
- 5) Обращаться с символическими, формальными и техническими элементами математики
- 6) Математически коммуницировать.

Второй набор компетенций составляют «ведущие идеи» (Leitideen):

- 1) Алгоритмы и числа
- 2) Измерения
- 3) Пространство и форма
- 4) Функциональная зависимость
- 5) Данные и случайность.

### **Образовательные стандарты по уровням образования.**

#### **Начальная школа.**

Выпускники 4 класса должны иметь знания по разделам:

**Числа и операции** (четыре основных арифметических операций, устный счет и письменные алгоритмы, уметь проверить результат на правдоподобие, решать текстовые задачи и т.п.);

простые комбинаторные задачи;

**Пространство и форма** (распознавать пространственные отношения, описывать и использовать узлы, маршруты, планы, двух- и трехмерные представления объектов, их взаимное расположение, простые чертежи, измерение площади и периметра, элементы симметрии, закономерности и узоры);

**Закономерности и структуры** (распознавать структурированные представления, таблицы, закономерности, простейшие функциональные зависимости в практических ситуациях знать, словесно описывать, представлять в таблицах, решать задачи на пропорции)

**Величины и измерение** (понятие о величине, стандартные денежные единицы, Длины, время и вес, объем, сравнение размеров, измерение и оценка, измерительные приборы)

**Данные, частота и вероятность** (собирать данные и представлять их в наблюдениях, исследованиях и экспериментах данные, структурировать в виде таблиц, графиков и диаграмм).

#### **Основная школа:**

Предполагаются следующие знания выпускников (по "ведущим идеям"):

##### **Числа:**

хорошее понимание рациональных чисел, особенно натуральных, целых и дробных чисел, вычислительные навыки, оценки и прикидки, округление, проценты и начисление процентов,

взаимосвязь между арифметическими операциями и их обратными, вычислительные алгоритмы,

проверка и интерпретация результатов в практических ситуациях.

### **Мера и измерения:**

использовать основные принципы измерения, особенно длин, площадей и объемов измерений, в т.ч. других предметах (физике и т.п.),

Выбор единиц измерения, соответствующих ситуации (времени, массы, денег, длины, площади, объема и угла)

вычисление площади и периметра прямоугольника, треугольника и круга, объема и площади поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и сферы, длины отрезка, величины углов, также используя тригонометрические отношения и соотношения подобия и т.п.

### **Пространство и форма.**

Выявление и описание геометрических структур в окружающей среде, - действовать осмысленно с линиями, поверхностями и телами,

Представление геометрических фигур в декартовой системе координат,

Анализ и классификация геометрических объектов на плоскости и в пространстве,

Особенности и отношения геометрических объектов (например, симметрия, конгруэнтность, подобие, взаимное расположение) и - Применение плоской геометрии в построениях, решениях и доказательствах, в частности, теорем Пифагора и Фалеса,

Построение геометрических фигуры, используя соответствующие инструменты, такие как циркуль, линейка, транспортир или с помощью программного обеспечения динамической геометрии и т.п.

### **Функциональная зависимость.**

Использование функции в качестве средства для описания количественных соотношений,

распознавание и описание функциональных отношений, представление в устной, табличной или графической форме, умение анализировать, интерпретировать и сравнивать различные представления функциональных зависимостей (например, линейной, пропорциональной и обратно пропорциональной);

решение практических проблем, связанных с линейными, пропорциональной функциями, умение

интерпретировать системы линейных уравнений графически,

решать уравнения и системы линейных уравнений, в том числе с использованием соответствующего программного обеспечения, вопросы разрешимости и решения различных линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и сформулировать этой связи заявления

исследование и графики функций (в частности, линейные и квадратичные функции и показательные функции) и т.п.

### **Данные и случайность.**

Анализ графиков и таблиц статистических обследований,

План статистических обследований;

Умение систематически собирать данные, которые отображаются в таблицах, и представить их в графическом виде, а также с помощью соответствующих инструментов (например, программного обеспечения), интерпретировать данные с помощью переменных,

оценивать аргументы на основе анализа данных,

описывать случайные явления в повседневных ситуациях,

определение вероятностей случайных экспериментов.

Таким образом, второй набор компетенций связан с предметными результатами обучения.

Кроме того, компетенции распределяются по 3 областям требований (различающимся глубиной овладения компетенцией). Хотя эти области охватывают и общие компетенции, и ведущие идеи, описываются также 2 уровня овладения математическим содержанием, распределённым в соответствии с «ведущими идеями»: базовый и повышенный.

Можно заметить, что общие компетенции в немецких стандартах отражают требования, в частности, и к метапредметным результатам обучения.

Касаясь подробнее предметного содержания, отметим, какие знания у выпускников гимназий (готовых к поступлению в университет) предполагают «ведущие идеи» (т.е. линии) школьной математики.

Например, в линии **«Алгоритмы и числа»** выпускники должны быть знакомы с основами математического анализа и линейной алгебры вплоть до умножения матриц и вычисления обратных матриц и применения этих операций для описания математических процессов. На повышенном уровне выпускники должны уметь применять степени матриц, вычислять собственные векторы.

В линии **«Измерения»** задействованы методы и анализа бесконечно малых, и аналитической геометрии и даже теории вероятностей. Сюда входят измерения длин и углов в трехмерном пространстве, в том числе с помощью скалярного произведения, измерения скоростей изменения величин, измерение площадей областей, ограниченных графиками функций, измерения математического ожидания и стандартного отклонения случайных величин и т.п.

На повышенном уровне учащиеся должны и уметь измерять расстояния между точками, прямыми и плоскостями, а также объемы тел вращения.

В линии **«Пространство и форма»** предлагается использовать также соответствующее программное обеспечение. Ученики должны владеть координатным методом, знать понятия коллинеарности, геометрического скалярного произведения векторов, уметь использовать векторы в работе с многогранниками, владеть методами аналитической геометрии.

На повышенном уровне должны уметь исследовать взаимное расположение прямых и плоскостей.

В линии **«Функциональная зависимость»** рассматриваются также вероятностные контексты, методы анализа бесконечно малых и соответствующее программное обеспечение.

На повышенном уровне учащиеся, например, должны понимать линейную интерполяцию, цепное правило, а также знать производную и обратную функции для логарифмической функции.

Довольно высоки требования и в линии **«Данные и случайность»**.

Таким образом, содержание обучения в старшей школе, а также планируемые результаты значительно объемнее и сложнее, чем в нашей стране.

В 2008 году приняты требования к компетенциям учителей математики (предметным и дидактическим, общепедагогическим):

*Общие компетенции математического профиля:*

Выпускники способны связывать математические и дидактические знания, что позволяет им целенаправленно руководить процессами обучения и воспитания в области математики и самостоятельно развивать и привносить инновации для обучения и развития школ.

Они

математические понятия могут адекватно письменно и передавать математическое предметное содержание структуры областей, структурировать математические темы с помощью наводящих вопросов, понимают связи математической науки с другими науками, а также со школьной математикой и её развитием,

могут при формулировке и доказательстве математических утверждений проверять аргументы собеседников, строить собственные линии рассуждений, применять математические способы мышления для решения внутриматематических и практических задач (математизировать), показывать решение задач с помощью информационных технологий, рефлексировать и коммуницировать

могут объяснить значение математического содержания и методов, обосновывать социальную важность математики и объяснять это в контексте целей и содержания преподавания математики,

могут использовать методические концепции и эмпирические данные, полученные в исследованиях теории математического образования, для анализа представлений, способов мышления и типичных ошибок учащихся, оценивания их успехов и способностей, для того, чтобы мотивировать учащихся к изучению математики, отслеживать их пути обучения, поощрять и оценивать продвижение,

на основе методических теорий могут анализировать и планировать дифференцированное обучение математике, на основе рефлексии своего опыта совершенствовать эту деятельность,

могут на основе их предметно-специфических знаний с точки зрения планирования и проектирования инклюзивное образование с учителями специального образования и других приемлемых сотрудничать педагогических кадров и вместе с ними профессиональные возможности для обучения развиваться.

Кроме того, скорректированы программы предметной подготовки по математическим дисциплинам для будущих учителей по уровням школьного обучения – отдельно для начальной, основной и старшей школы.

В результате проведённых реформ уже в 2006 году и поступательно в 2009, 2012, 2015 годах значительно улучшались результаты немецких учащихся в международных исследованиях PISA и TIMSS. Тем не менее, исследователи отмечают, что многие аспекты немецкого математического образования всё ещё требуют улучшения, например: требуют дальнейшей проработки компетентностные модели и способы оценки компетенций; есть тревоги из-за увеличения часов обучения при уменьшении лет обучения; есть также проблема развития креативности, обучения решению задач, в том числе нестандартных, связанных с реальной жизнью, задач открытого характера ([1], [2], [5], [7], [10]).

### Литература

1. Сафуанов И. С. Теория и практика преподавания математических дисциплин в педагогических институтах / И. С. Сафуанов // Уфа: Магрифат, 1999. – 107 с.
2. Сафуанов И.С. Открытый подход к обучению математике / И. С. Сафуанов // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи Материалы I Всероссийской научно-практической конференции. – 2015. – С. 126-130.
3. Blum W. Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen / Blum W., Drüke-Noe C., Hartung R., Köller O. (Hrsg.). – Berlin, 2006.
4. Klieme, E. Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards / Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M., Reiss, K., Riquarts, K., Rost, J., Tenorth, H.-E., Vollmer, H. – Eine Expertise // BMBF (Hrsg.): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. – Bonn, 2003. – S. 7–174.
5. Klieme, E. Introduction of educational standards in German-speaking countries / Klieme, E., & Maag-Merki, K. // J. Hartig, E. Klieme, & D. Leutner (Eds.). Assessment of Competencies in Educational Contexts. – Göttingen: Hogrefe & Huber Publishers, 2008. – P. 305-314.
6. KMK. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. – Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 04.12.2003. – Berlin, 2004.
7. Neumann, K. From PISA to educational standards: The impact of large-scale assessments on science education in Germany / Neumann, K., Fischer, H., & Kauertz, A. // International Journal of Science and Mathematics Education. – 2010. – V.8. – P.545-563.
8. Rychen, D. S. Defining and Selecting Key Competencies / Rychen, D. S., & Salganik, L. H. (eds.). – Seattle: Hogrefe & Huber Publishers, 2001.
9. Rychen, D. S. Key Competencies for a Successful Life and Well-Funktioning Society / Rychen, D. S., Salganik, L. H. (eds). – Seattle: Hogrefe & Huber Publishers 2003.
10. Tucker, M. Germany: Once Weak International Standing Prompts Nationwide Reforms for Rapid Improvement / Tucker, M., and Brown Ruzzi, B. // Lessons from PISA for the United States: Strong Performers and Successful Reformers in Education. – OECD Publishing, 2011. – P. 201–220.
11. Weinert, F. E. Concept of Competence: A Conceptual Clarification / F. E. Weinert // D. S. Rychen & L. H. Salganik (eds), Defining and Selecting Key Competencies. Seattle, Bern: Hogrefe & Huber Publishers, 2001, pp. 45-65.