

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МЕТОДИЧЕСКОГО НАСЛЕДИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО: АКТУАЛЬНОСТЬ И ЗНАЧИМОСТЬ

**Подходова Н.С., доктор педагогических наук, профессор,
РГПУ им. А.И.Герцена, г. Санкт-Петербург
podhodova@gmail.com**

Аннотация. В статье на основе рассмотрения исторического материала, современных исследований в области педагогической психологии и методики обучения математики обосновывается актуальность педагогических и методических идей Лобачевского, соответствие основным целям математического образования, связанным с развитием личности. На основе анализа диссертаций по методике обучения (преподавания) математике, теоретических выводов и идей, предложенных Н.И. Лобачевским, их реализации в учебниках и профессиональной деятельности, исторического опыта, запросов общества и государства предложены направления решения проблемы развития личности при обучении математике.

Ключевые слова: методика обучения математике, развитие личности ученика, субъектный опыт, идея фузионизма.

PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL ASPECTS OF METHODOICAL LOBACHEVSKY HERITAGE: THE VALIDITY AND RELEVANCE

**N.S. Podhodova, Dr. Ped. Sciences, professor,
The Herzen State Pedagogical University, St. Petersburg
podhodova@gmail.com**

Abstract. The article deals with historical material, modern research in the field of pedagogical psychology and the methodology of teaching mathematics. As a result we have substantiation of the relevance of Lobachevsky's pedagogical and methodological ideas the goals of the modern education system. Based on the analysis of dissertations on methodology of teaching (teaching) mathematics, theoretical conclusions and ideas proposed by N.i. Lobachevskim, implement them in textbooks and professional activity, historical experiences, queries, society and the State the directions of solutions to the problem of development of personality in teaching mathematics.

Keywords: methodology of teaching mathematics, development of student's personality, subject experience, idea of fusionism.

Одной из основных черт современной системы образования является направленность на развитие личности ученика на основе интеграции методики, психологии, педагогики и математики, в примерной программе, заданной ФГОС ОО, развитие личности через освоение универсальных действий при обучении математике является ведущей целью. Каковы пути достижения этой цели в методике обучения математике? Нова ли эта особенность системы образования в целом, и математического образования, в частности? Ретроспективный взгляд в историю методики преподавания (с 80-х г. – методики обучения) позволит ответить на этот вопрос и будет способствовать определению путей решения указанных проблем. Вопросы изменения преподавания математики ставились еще на рубеже XVIII- XIX в.в. И одним из первых, кто поставил эти вопросы, был Н.И. Лобачевский. Общеизвестно, что в открытии неевклидовой геометрии Лобачевский опередил своих современников, но на наш взгляд, и в методике преподавания (обучения) математики он предвосхитил многие подходы, актуальные в наше время. Одним из первых он выделил в качестве образовательной цели идею всестороннего развития личности ученика. На торжественном собрании Казанского Императорского университета 5 июля 1828 г., в 1-ую годовщину пребывания на посту ректора в речи «О важнейших предметах воспитания» Н.И. Лобачевский

высказал эту идею студентам. «...Одно образование умственное не довершает еще воспитание. Человек, обогащая свой ум познаниями, еще должен учиться уметь наслаждаться жизнью.» Согласно взглядам ученого, основную роль в формировании личности человека играет воспитание, раскрывающее заложенные в человеке возможности бесконечного самосовершенствования. Выдающийся математик подчеркивал значимость русского языка и литературы. «не знать или «не постигать духа в своем Отечественном языке – постыдно» [12, 111]. Ученый был противником чисто классического образования, считал необходимым усилить преподавание математики и естественных наук в школах. [3, 14]. Обучение Н.И. Лобачевский рассматривал как процесс одновременно нравственного и умственного развития. В процессе воспитания ученик становится «творением в совершенстве» [1, 17], «мудрость ... не дана ему от рождения: она приобретается учением» [1, 18]. Преподавателям необходимо «открыть Гения, обогатить его познаниями и дать свободу следовать его внушениям» [1, 18].

И еще одну важную образовательную цель выделял Н.И. Лобачевский, считая, что образование должно быть направлено на изучение реального мира, должно быть подчинено жизненным потребностям, диктующим его задачи и пути развития. «Здесь учат тому, что на самом деле существует; а не тому, что изобретено одним праздным умом» говорил Лобачевский в своей речи «О важнейших предметах воспитания» (1828). Аналогичная цель была сформулирована в философской концепции образования XXI века. Фактически Николай Иванович предвосхитил цели последующих и современного этапа развития методики обучения математике.

Так, в циркуляре 1834 года сообщалось, что главной целью обучения математике является не изучение теорем, а «упражнение рассудка ученика, приучение его к ясности и точности своих идей, к логичности в его мышлении» [8, 39]. На 1 съезде преподавателей математики также было обращено внимание на значимость развития и воспитания учеников. В своем докладе С.И. Шохор-Троцкий «Требования, предъявляемые психологией к математике как учебному предмету» призывал «больше учить, чем преподавать, а также не жалеть времени на воспитание. [14, 114]. В докладе он сослался на высказывание Ж.Ж. Руссо «Воспитание – есть искусство терять время для того, чтобы затем его выиграть». Д.Д. Мордухай-Болтовский, рассматривая вопросы о связи средней и высшей школы, выделил главенство целей: средняя готовит «ум ученика» высшая – юристов, инженеров, учителей. Но этих целей, он считал, что мало. Необходимо осуществлять всестороннее воспитание человека (научное, этическое, религиозное,...). Начало достижению этих целей было положено реформой образования 1915-1916 г.г., о которой редко упоминают в настоящее время. Это реформа реализовывалась на всех этапах образования: от начального до университетского. В ней участвовали почти все российские ведомства и общества. В министерство просвещения приходили письма с проектами от ведомств, от родителей, такими как «опыт образного эмоционального преподавания, развитие души, децентрализации и автономия школы»; с описанием методов, которые актуальны и сегодня. Во Франции распространялась «новая педагогика» С. Френе, основной целью которой было «максимальное развитие личности ребенка в разумно организованном обществе, которое будет служить ему, и которому он сам будет служить. Ребенок сам строит свою личность, а мы ему в этом помогаем» [15, 38-39]. Широкое распространение в школах преобразования реформы получили уже после 1918 года. Считалось престижным поехать в Россию изучать методический опыт. Так, например, С. Френе, основатель Международной Федерации сторонников «новой школы», посетив вместе с делегацией народных учителей Франции в 1925 году Советский Союз, высоко оценивал усилия, направленные на развитие просвещения в стране.

В программах по математике 1920 года отмечалось: «Необходимо помнить, что цель школы не в том, чтобы готовить будущих математиков, физиков, историков или других ученых; ее цель в том, чтобы развить всесторонне все элементы человеческого ума и его способностей, открыв юноше дорогу туда, куда его влечет» [11, 2-3]. Эти годы можно расценивать как попытку создания модели обучения, основанной на внедрении идеи приоритета развивающих целей личности по отношению к информативным.

5 сентября 1931 г. выходит постановление ЦК ВКП (б) «О начальной и средней школе», согласно которому с 1932 г. школы переходят на новые программы. В них предлагалось отразить «точно очерченный круг систематизированных знаний». Главной целью становится всестороннее гармоническое развитие личности» [6, 156].

В основу некоторых разработанных проектов того времени были положены принципы политехнического обучения. Указывалась связь применения математических знаний к решению задач физики, астрономии, химии, что помогало ученикам понять место математики в науке и ее ценность, что способствовало раскрытию аксиологического аспекта изучения математики, фактически, актуального сейчас действия «смыслообразования».

Цели преподавания математики предусматривали формирование умения применять теоретический материал на практике. Главная роль отводилась геодезическому практикуму. Происходило увлечение прикладной направленностью геометрии, причем, отражающей специфику того периода, изучение геометрии было связано с черчением, сохранялась идея фузионизма. Содержание курсов по темам немногим отличается от современного. Эта программа действовала до 1955 г. Как результат реализации постановления и программы – повсеместное резкое повышение качества образования, в частности, уровня математической грамотности. Престиж науки и образования в это время был высок, профессия учителя – значима. За 50-60 годы было сделано 80% научных открытий периода 1950-1990 г.г. Запуск первого спутника, полет человека в космос заставил американцев обратиться к русскому феномену. Они сделали вывод: «русские выиграла космос за ученической партией». Результаты достижения цели всестороннего развития ученика проявились и в экономике. Впервые и пока единственный раз СССР выиграл гонку за четвертый технологический уклад (1930-1990 г.г.), где ведущую роль играли машиностроение, тяжелая промышленность, энергетика. Это время как раз включает период стабильности школьного обучения. Достижения эти были обусловлены соответствующей системой образования и математической подготовкой.

Таблица 1

Доля (т.у.) в экономике стран [2]

Страна	III т.у.	IV т.у.	V т.у.	VI т.у.
США	-	20 %	60 %	5 %
Россия	30%	50%	10%	-
Украина	57,9 %	38 %	4 %	

Сейчас говорят о седьмом технологическом укладе. Его отличие в том, что человеческое сознание, мышление станет такой же производительной силой, какой в своё время стала наука, и тогда мы обретаем возможность изготавливать нужный нам продукт прямо из пустоты, не прибегая к предварительному изготовлению станка или иного оборудования. Такие технологии называют когнитивными. И здесь тоже велика роль математики. Именно ее изучение способствует развитию таких видов мышления как формально-логическое, алгоритмическое. Также освоение математики требует постоянной аналитической деятельности. Поэтому направленность на развитие мышления и умения анализировать имеющиеся модели и создавать новые должны быть одними из основных задач математического образования в школе как реализующие запросы государства. Но, кроме этого, важно понимать, что вырабатываемые человечеством знания, в конечном счете, есть результат **коллективной** деятельности людей и их совместного осознания действительности. Отсюда важность владения коммуникативными УУД. Но российским специалистам часто не хватает именно умения осуществлять социальную коммуникацию. И даже обладая высоким профессиональным уровнем, они могут не найти свое место в обществе в силу этого.

Такие периоды как середина XIX века, когда произошло зарождение систематического классического русского образования, начало XX века, когда происходит возврат к нему и активный поиск путей реализации, а также частичная реализация, и, наконец период стабильности и реализации такого образования в 30 – е и до середины 60 г.г. показали преимущество обучения математике, когда целью является всестороннее развитие личности ребенка, проводимое на основе освоения систематических математических курсов, взаимосвязи теории и практики, а также разумного внедрения идеи политехнизма как связи с жизнью.

В настоящее время в школьном математическом образовании одним из приоритетных направлений является подготовка учащихся к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном мире вне рамок образовательного процесса. Согласно положениям ФГОС ООО необходим переход от предметно-ориентированного обучения к обучению,

реализующему системно-деятельностный подход, предполагающий подготовку школьника к профессиональной и общественной жизни, развитие его личности. Конечно, современные достижения науки, преимущественно, педагогики и психологии, должны вносить коррективы современную методику обучения математике школьника, и их влияние должно, в первую очередь, отражаться в научных исследованиях по методике обучения математике. Поэтому мы обратились к исследованиям в области методики обучения математике, и попытались отследить их направленность. Были выделены группы целей, на поиск путей достижения которых направлены диссертационные исследования по методике обучения математике.

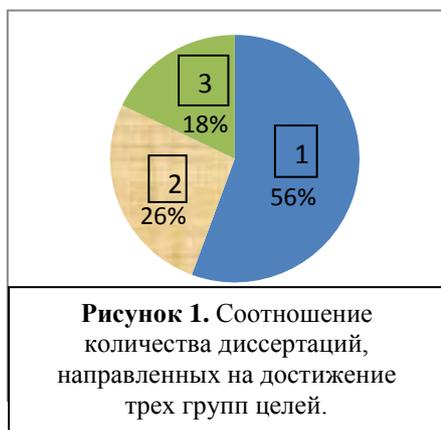


Рисунок 1. Соотношение количества диссертаций, направленных на достижение трех групп целей.

- цели, направленные на улучшение освоения математики учащимися за счет изменения структуры и конкретных изменений в математическом содержании; (1)

- цели, направленные на развитие психических процессов: памяти, восприятия, определенных качеств и сторон мышления, универсальных мыслительных операций, т.е. учебный материал по математике или организация его изучения выступает как средство достижения развития мышления; (2)

- цели, связанные с личностными качествами учеников, в частности, смыслообразованием, мотивацией, самоопределением, самосовершенствованием, развитием самостоятельности, т.е. учебный материал по математике или организация его изучения выступают как средство развития

личности. (3)

И хотя возможность выполнять исследовательские работы и защищаться в области методики преподавания математики, появилась в стране в 30-е годы прошлого века, первые защиты прошли только в 50-е. До 80-х г.г. количество выполненных исследований по методике обучения математике было незначительно (по 0-2 работы в год), поэтому ниже мы рассмотрим исследования за последние 30 лет. На основе анализа полученных данных были построены графики зависимости количества исследований от года для каждой группы целей, начиная с 1985 года и по 2015 год. В это время постоянно происходили реформы школьного математического образования, менялись и внедрялись новые учебники, причем, не всегда был реализован этап апробации этих учебников (количество исследований в определенный год изображено точкой). На диаграмме справа показано процентное соотношение количества диссертаций в выделенных группах за последние 30 лет, на графике ниже зависимость количества диссертаций третьей группы от года.

Как показали результаты исследования, несмотря на установку в различных документах, связанных с развитием системы математического образования, о приоритете развивающих целей, количество работ, направленных на развитие личности, значительно меньше, чем направленных на освоение математики. Возможно, это связано с трудностями реализации этих целей, с тем, что в современной школе все-таки учителям преимущественно при изучении математики приходится ориентироваться на государственную аттестацию, которая вряд ли соответствует образовательным результатам, выделенным в ФГОС ОО и целям Концепции развития математического образования в РФ.



Рисунок 2. Количество исследований в определенные годы, направленных на достижение третьей группы целей

Рассматривая цели математического образования Н.И. Лобачевский, он также разрабатывал пути достижения поставленных целей. В «Наставлениях учителям математики в гимназии» он писал, что в математике всего важнее способ преподавания. Сложилась удивительная ситуация. Решая проблемы преподавания и желая создать учебный предмет геометрии, совершенный в методическом смысле, математик пришел к созданию новой неевклидовой геометрии, отраженной в работах «О началах геометрии» (1829) и «Геометрические исследования по

теории параллельных линий» (1840). Фактически, его методические идеи можно рассматривать как первые попытки создания психолого-педагогических основ обучения геометрии, отвечающих на вопросы современной методической системы. В истории методики психолого-педагогические основы обучения математики были представлены явно значительно позже: на I Всероссийском съезде преподавателей математики, где участвовали психологи, и даже физиологи. А оформились в самостоятельный раздел методики обучения математики они уже на рубеже XX-XXI в.в. Одной из важнейших идей Н.И. Лобачевского была **идея учета возрастных особенностей учащихся**, которую он высказал первым, и которая сейчас отражена в учебниках по педагогической психологии.

Идея зависимости методов обучения от возраста учащихся постепенно переросла в понимание **необходимости разработки подготовительного курса** геометрии. Встал вопрос: «Как обучать ему?», на который ученый ответил в «Наставления учителям математики в гимназиях». В его ответе можно выделить несколько позиций. Одной из важнейших является **обеспечение мотивации**. Для обучения в школах, считал Лобачевский необходимо умение учителя «победить леность и рассеянность детского возраста». И необходимо думать над тем, «как возбудить внимание учеников, когда они заметно устали». «Преподавание математики бывает только тогда успешным, когда ученики вполне понимают учителя, а потому он должен приспособиться к понятию слушателей, присоединять занимательность к своему преподаванию и не спешить идти вперед, покуда ученики не будут в состоянии за ним следовать. Занимательность учения заключается в удовольствии понимать предмет и преподанное применять к решению вопросов», - писал он в своей работе «Наставления учителям математики в гимназиях». Н.И. Лобачевский предлагал приучать учащихся думать и действовать самостоятельно, что, по его мнению, в значительной мере зависит от таланта преподавателя вызвать интерес к учению. Он справедливо считал, что "охота в ученике чему-нибудь учиться всегда более происходит от его собственных успехов, и, следовательно, от способа преподавания". [1] Фактически сейчас мы эту идею можем трактовать как создание условий для формирования смыслообразования при изучении учебного материала через формирование познавательного интереса и понимание учебного материала. Заботясь о понимании, он выдвигал еще идею **учета опыта ученика**, говоря современным языком методики, - субъектного опыта ученика, включающего содержательную составляющую (образы, представления, понятия), процессуальную, эмоционально-нравственную и коммуникативную. Эта идея лежит в основе личностно ориентированного подхода, на котором базируется ФГОС ОО. «Что же надобно сказать о дарованиях умственных, врожденных побуждениях, свойственных человеку желаниях? Все должно остаться при нем; иначе исказим его природу, будем ее насиловать и повредим его благополучию». [1]

Рассматривая содержательную составляющую методики преподавания математики, ученый четко выделял **специфику геометрии** и ее изучения, особенно его начального этапа. «Способ преподавания в чисто геометрическом учении должен быть всегда весьма отличный от способа алгебраического, покуда геометрия не будет доведена до того, чтобы могла соединиться с алгеброй, что и называется применением алгебры к геометрии». «При вступлении в геометрию надобно довольствоваться теми понятиями, которые получаем о них прямо с помощью чувств без всяких дальнейших исследований и постороннего пособия. Способность составлять отвлеченные понятия, которые позволяют множество различных предметов соединять в одном представлении, приобретает постепенно и может усовершенствоваться непрестанно для развития ума, а в постепенном развитии понятий и в умении не допускать, чтобы одно изучение на память общих правил и механическое исчисление заменяли суждение, заключается искусство преподавания и успех его». [1]

Фактически речь идет о чувственных или житейских понятиях (предпонятиях), которые позднее выделили педолог Л.С. Выготский, психолог Ж.Пиаже и др., а в наши дни рассматривает И.С. Якиманская. **Важность чувственных образов, представлений для изучения геометрии** была выделена ученым одним из первых. И в **наглядности** он видел общедидактический принцип, представленный как в содержании обучения, так и в его методах. Этот принцип лежит в основе популярного в настоящее время в методике обучения математике визуально-когнитивного подхода.

Психолого-педагогические исследования XX и XXI в.в. подтвердили правомерность взглядов Н.И. Лобачевского. Приведем некоторые обоснования. Существуют различные периодизации

психического развития. Но преимущественно психологи (П.П. Блонский, Л.С. Выготский М.Н. Шардаков и др.) отмечают, что только после 10 лет начинает активизироваться левое полушарие, регулирующее преимущественно деятельность словесно-логических компонентов мышления и формируется оно до 22 лет [13].

Но в онтогенезе развитие каждой генетической ступени мышления (наглядно-действенной, наглядно-образной, словесно-логической или понятийной) базируется на деятельности предыдущей (Л.С. Выготский). Поэтому Н.И. Лобачевский совершенно правомерно определяет процесс формирования понятий от образов к собственно понятиям и их систематизации. Это подтверждают и исследования Ж.Пиаже, согласно которым подростковый возраст (12-14 лет) есть период рождения гипотетико-дедуктивного мышления, способности абстрагировать понятие от действительности, формулировать и перебирать альтернативные гипотезы и делать предметом анализа собственную мысль является. К концу подросткового возраста ребенок уже способен отделять логические операции от тех объектов, над которыми они производятся, и классифицировать высказывания независимо от их содержания. [9]

Понятие “вырастает” из предпонятия, которое базируется на образах, представлениях. У учащихся при переходе на понятийный уровень уже должен быть сформирован достаточно полный объем понятия, что невозможно при традиционном подходе. Поэтому мы часто имеем в традиционном курсе математики “повисшие в воздухе” определения, неоперативные понятия, которые учащиеся не могут применять. [10] Согласно концепции Э. Эриксона с точки зрения осознания себя (рефлексивные способности) возраст 6 - 11 лет образует единую стадию. Это подтверждает целесообразность выделения при изучении геометрии периода с 1 по 6 класс для организации подготовительного курса изучения геометрии на основе активизации образных компонентов мышления.

Отметим объективные трудности реализации такого курса в силу определенных свойств образов, и отчасти объясняющие предпочтительное внимание в процессе изучения математики в традиционной школе к развитию понятийной составляющей мышления. Образ - субъективное образование, в то время как понятие, – исторически сложившееся объективное образование. В образе представлены не только перцептивные свойства объекта, но и личностное отношение к нему. В нем отражаются как постоянные, так и подвижные, изменчивые свойства объекта, что, с одной стороны, создает трудности для фиксации образа, а с другой – позволяет избежать жестких границ при оперировании образом (И.С. Якиманская). Создавая образ, ученик как бы вычерпывает из объекта только значимое для себя содержание. Через него общественно значимое приобретает личностный смысл. Понятия же задаются определениями или описываются аксиомами, что позволяет их алгоритмизировать, а, значит, облегчает овладение ими в процессе обучения. Поэтому управление формированием образов оказывается значительно сложнее управления формированием понятий, если вообще возможно. Но использование образов в обучение – основа личностной заинтересованности учеников и развития его творческих способностей, за которые преимущественно отвечает образное мышление. Учет субъектного опыта, обращение к образам и окружающему ученика миру логично требуют использования в процессе обучения объемных фигур как наиболее адекватных моделей реального мира. И в написанной Н. И. Лобачевским в 1823 г. книге «Геометрия» была впервые предпринята попытка нарушить школьную последовательность изложения геометрии по Евклиду – от планиметрии к стереометрии и реализована идея слитного изучения планиметрии и стереометрии, т.е. реализована **идея фузионизма**.

С самого начала своей работы автор объединяет измерение прямых и кривых линий; далее линейных, двугранные и телесные углы и рассматривает окружность и шаровую поверхность и т.д. В начале 20 века появились учебники, учитывающие разработки физиологов и психологов, в которых фактически были реализованы идеи, описанные Н.И. Лобачевским. Геометрический материал был выделен в самостоятельный предмет. Выделяли три концентрa: 1-ый - подготовительный предлагался в школе первой ступени (8-12 лет), 2-ой и 3-ий – систематический курс соответственно планиметрии и стереометрии изучался в школах второй ступени. Геометрию начинали изучать как отдельный предмет с 3-его по 5-ый классы с целью ознакомления с геометрическими свойствами окружающего мира. Курс был построен на идеи фузионизма, наглядности, учете опыта ребенка, практических и лабораторных работ, причем этот курс представлял систему и изучение строилось концентрически

(в противоположность отрывочного изучения элементов геометрии, чаще плоскостной, в современных учебниках начальной школы). И такой курс был обоснован и с педагогических, и с психологических позиций. Еще Юнг говорил, что человеку для жизни нужна арифметика и геометрия. Изучение такого курса наглядной геометрии соответствуют возрастным особенностям учеников. Ведь у школьников до 11-12 лет преобладают пространственные, а не плоскостные представления, как показали исследования психологов [6]. Реализация идеи фузионизма необходима и для осуществления связи с окружающей жизни. В повседневной жизни ребенок имеет дело с трехмерными предметами (материальные модели геометрических фигур), и с их поверхностями (наиболее адекватные модели плоских фигур и поверхностей). Кроме того, выделяя объемные фигуры, необходимо сравнивать их с плоскими, чтобы показать специфику каждого. Это позволяет отработать с учащимися такие существенные свойства объемных и плоских фигур, как часть пространства и часть плоскости соответственно, а также позволяет учитывать особенности процессов создания обобщенных представлений, связанных с такими умственными действиями как сравнение, классификация и др. Реализация идеи позволяет показать ценность геометрии в окружающем мире, способствует формированию умения анализировать и объяснять явления окружающей жизни, конструировать модели, и, конечно, «работает» на развитие пространственного мышления. Последнее как разновидность образного способствует развитию творческих способностей ребенка, а значит, и развитию личности. В настоящее время фузионизм реализован в некоторых пропедевтических курсах геометрии в 1-6 классах (Н.С. Подходова), а также в учебниках геометрии для основной школы (И.Ф. Шарыгина и Л.Н. Ерганжиевой, В.А. Гусева и др.).

Что же касается достижения цели развития личности ученика при изучении математики, то методическое наследие Н.И. Лобачевского, исторический опыт достижения указанной цели в разные периоды развития методики обучения математике, современные психолого-педагогические и методические исследования, запрос государства и общества позволяют выделить несколько основных направлений ее реализации в методике обучения математике:

- разработка средств для осознания учеником ценности математического знания для своего развития, для жизни, для овладения математикой, понимания места математики в мире, в системе наук. Но при этом необходимо показать математику не только как царицу, но и как служанку других наук и всего человечества. Как говорил Галилей, на ее языке пишутся законы Природы. Она является основой инженерии, она часть общей культуры;

- формирование умения «математически» ориентироваться в окружающем мире, как умения понимать, с каким математическим понятием связан процесс или явление в окружающем мире, а также умения объяснить или обосновать этот процесс или явление с точки зрения науки;

- разработка средств для овладения математическими методами, способами преобразования окружающего мира на определенном уровне, полученными при изучении математики, развития умения анализировать существующие модели и создавать новые; понимания, что математика представляет собой способ формализованного отражения рассматриваемых ситуаций;

- создание условий и средств, способствующих развитию мышления ученика (логического, пространственного, абстрактного, гибкого, вариативного, ...); для этого необходимо уделять внимание логике построения самой математики, введению заданий с неоднозначным ответом, на несуществование, на раскрытие целенаправленной последовательности мыслей и действий при решении задач, фактически, на развитие рефлексии и т.п.;

- учет особенностей ученика в процессе обучения, должно уделяться внимание созданию условий для самопознания учеником самого себя, как отправной точки самоопределения личности;

- обеспечение условий для самостоятельной подготовки учеников, включающей как поиск материалов для выполнения заданий по изучаемому разделу, так и самостоятельное освоение нового материала; должно уделяться внимание развитию коммуникативных умений как необходимому условию создания конечного продукта;

- разработка средств для применения учениками знаний и умений из других областей при решении математических сюжетных задач. При решении задач на разные процессы необходимо учитывать знания и умения учащихся, освоенные при изучении других областей, либо в самом решении, либо добавляя в решение задачи этап абстрагирования (выделение свойств объекта,

которые не учитываем при составлении математической модели). Например, на уроках химии ученики узнают, что железо в чистом виде в природе не встречается, чаще применяются сплавы железа с углеродом. И когда рассматривается процесс плавления стали и чугуна, то учитывается, что углерод, входящий в состав сплавов, при плавлении частично преобразуется в углекислый газ, который отводится. В математике же в такой ситуации, мы потерю массы не учитываем;

- разработка средств для владения учениками разными способами представления математической информации. Чаще используется визуальный, но более действенным для понимания является тактильно-кинестетический. Так, можно при изучении функций в старшей школе, предложить учащимся изобразить прямолинейное движение точки, траектория которой описывается заданным законом, например, определенной квадратичной функцией;

- отбор математического содержания, необходимого для обладания каждым учеником знаниями, обеспечивающими ему достаточный уровень способности «ориентироваться» в современной жизни, в частности, выделения качественных и количественных категорий, дискретности и непрерывности, единства математики (например, с акцентом на связь алгебраического и геометрического представления связей между математическими объектами), углубленное изучение понятий отношений, соответствий и функций, владение языком математики; представление о порядке величин и оценки погрешностей в расчетах.

Литература

1. Александров П.С., Бронштейн И.Н., Лаптев Б.Л. Научно-педагогическое наследие.
2. Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 664 с.
3. Василенко В. Технологические уклады в контексте стремления экономических систем к идеальности // Соціально-економічні проблеми і держава : журнал. – Тернополь, 2013. – Т. 8, № 1. – С. 65-72.
4. Каган В.Ф. Лобачевский и его геометрия: общедоступ. очерки / В. Ф. Каган. – М.: Гостехтеориздат, 1955. – 304 с.
5. Колягин Ю.М. Русская школа и математическое образование: Наша гордость наша боль. М.: Просвещение, 2001. – 318 с.
6. Комарова Е.А. Преемственность в обучении математике: Методическое пособие. – Вологда: Издательский центр ВИРО, 2007. – 108 с.
7. Корнеева Е.И. Некоторые особенности оперирования представлениями плоскостных и объемных геометрических фигур: Автореф. дис. ... канд. психол. наук. – М., 1983.
8. Лобачевский Н.И. Наставления учителям математики в гимназиях // Труды института естествознания. – Вып. 2. – 1948. – С. 554-560.
9. Мрочек В.Р., Филиппович Ф. Педагогика математики. – СПб., 1910.
10. Пиаже Ж., Инельдер Б. Генезис элементарных логических структур. Классификация и сериация / Пер. с фр. Э.М. Пчелкиной. – М.: Изд-во ИЛ, 1963. – 448 с.
11. Подходова Н.С. Теоретические основы построения курса геометрии 1-6 классов. (Целостный подход в обучении геометрии) // Наука и школа. – 1999. – №1. – С. 20-26.
12. Примерные программы по математике. Вып. 1. – М.: Гиз, 1920.
13. Синдаловский Б.Г. Очерки о русской науке / М.: Тип. К. Нестеренко, 1902. – С. 239.
14. Соуза Д. Как мозг осваивает математику. – М.: Издательство: "Ломоносовъ", 2010. – 237 с.
15. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики. 27.12.1911-3.01.1912. – Том 1. – СПб.: «Север», 1913.
16. Френе С. Избранные педагогические сочинения: Пер. с франц. / Сост., общ. Ред. И вступ. Ст. Б.Л. Вульфсона. – М.: Прогресс, 1990.