

На правах рукописи

Абзалилов Дамир Фаридович

АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ И
ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ КРЫЛОВЫХ
ПРОФИЛЕЙ ПРИ УСЛОЖНЕННЫХ СХЕМАХ
ТЕЧЕНИЯ

01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2008

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте математики и механики им. Н. Г. Чеботарева Казанского государственного университета им. В. И. Ульянова-Ленина.

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
профессор, заслуженный деятель
науки России и Татарстана
Ильинский Николай Борисович.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
доцент
Аульченко Сергей Михайлович,

доктор физико-математических наук,
профессор
Маклаков Дмитрий Владимирович,

доктор физико-математических наук,
профессор
Молочников Валерий Михайлович.

Ведущая организация: Центральный аэрогидродинамический институт
им. Н. Е. Жуковского, г. Жуковский.

Защита состоится 30 октября 2008 г. в 14 часов 30 минут в аудитории мех. 2 на заседании диссертационного совета Д 212.081.11 при Казанском государственном университете им. В. И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н. И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан “__” сентября 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук, доцент

А.А.Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена решению задач аэродинамического проектирования крыловых профилей при усложненных схемах течения на основе теории обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА); исследованию различных способов моделирования устройств управления потоком; оптимизации параметров этих устройств и геометрии крылового профиля с целью улучшения аэродинамических характеристик.

Актуальность темы. Использование устройств управления потоком является одним из перспективных способов, позволяющих влиять на аэродинамические свойства крыла, улучшения которых можно достичь, в частности, за счет увеличения коэффициентов подъемной силы при безотрывном обтекании, уменьшения профильного сопротивления. К устройствам управления потоком относятся устройства для отбора внешнего потока, отсоса пограничного слоя (ПС), выдува реактивной струи, закрылки и предкрылки. При их неудачном исполнении возможны нежелательные явления: отсос ПС может привести к сильному возмущению течения, выдуваемая струя может мгновенно распасться на вихри. Кроме того, может оказаться, что энергия, требуемая на работу устройства, больше, чем полная сэкономленная. Эффективным способом проектирования крыловых профилей с заданными свойствами является способ, основанный на теории ОКЗА.

Целью настоящей диссертации является:

- * Развитие численно-аналитических методов решения ОКЗА при усложненных схемах течения при задании исходных данных как для одного режима обтекания, так и в заданном диапазоне.
- * Анализ влияния усложненных схем течения на геометрические и аэродинамические характеристики крыловых профилей. Оценка эффективности использования устройств управления потоком с учетом энергетических затрат и получаемой выгоды.
- * Поиск рационального задания исходных данных задач, обеспечивающих получение максимального эффекта от устройств управления потоком.
- * Проведение и анализ числовых расчетов по поиску оптимальных форм дозвуковых крыловых профилей.

Теоретическое значение и научная новизна работы определяются следующим:

1. Даны постановки и решения ОКЗА в диапазоне режимов обтекания для крыловых профилей с отбором внешнего потока через щель, моделируемую кольцевым каналом.
2. Предложена итерационная схема решения ОКЗА в диапазоне режимов обтекания для крылового профиля с выдувом реактивной струи, т. е. струи с учетом разных плотностей и полных давлений струи и внешнего потока.
3. Решена ОКЗА для двухэлементного крылового профиля с использованием аппарата эллиптических функций. Дано обобщение на случай задания распределения скорости в диапазоне углов атаки.
4. Разработаны метод построения квазирешения ОКЗА с учетом условия продольной устойчивости и метод построения устойчивого крылового профиля вблизи экрана в диапазоне режимов обтекания.
5. Предложен метод определения распределений давления на искомом контуре крылового профиля, положения проницаемого участка и скорости отсоса на нем, обеспечивающих достижение максимального эффекта от устройств распределенного отсоса ПС.
6. На основе решения модельных задач получены верхние оценки коэффициента подъемной силы контуров при усложненных схемах течения: при наличии отбора и выдува, при наличии экрана, в случае двухэлементного контура.

Методика исследований. Проведенные исследования опираются на теорию ОКЗА и на метод квазирешений некорректных задач математической физики. Для расчета двухэлементных крыловых профилей использован аппарат эллиптических функций. В работе используются методы оптимального управления для безусловной и условной численной оптимизации функционалов.

Обоснованность и достоверность полученных результатов и вытекающих из них выводов обеспечены в рамках принятых математических моделей применением строгих методов при построении решений и анализе расчетов. Математическое моделирование опирается на известные модели механики жидкости и газа в теории крыла и физических предпосыл-

ках, отражающие реальный характер исследуемых процессов. Кроме того, спроектированные в диссертации крыловые профили были рассчитаны в вычислительном пакете Fluent, результаты сравнения даны в диссертации.

Практическая значимость. В диссертации разработаны быстродействующие методы решения ОКЗА, позволяющие находить формы профилей крыльев с заданными свойствами; обеспечивать заданные характеристики профилей в диапазоне углов атаки; проектировать профили с устройствами отбора или выдува потока, двухэлементные профили или профили вблизи прямолинейного экрана. Полученные результаты решения оптимизационных задач позволяют теоретически оценить максимальную величину коэффициента подъемной силы контуров в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости (ИНЖ) для различных схем течения и устройств управления потоком.

Эти результаты были получены при выполнении грантов Российского фонда фундаментальных исследований (1998–2007 гг.), гранта Президента РФ “Молодые кандидаты наук” (2005–2006 гг.), грантов НИОКР Республики Татарстан (2000–2006 гг.) и др.

Апробация работы. Результаты работы по мере их получения были доложены на научных семинарах Отдела краевых задач НИИММ им. Н. Г. Чеботарева (1998–2008 гг.), на Итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (1998–2008 гг.), Двустороннем немецко-российском симпозиуме “Airfoil design for wings with boundary-layer control” (Штутгарт, 1998 г.), Всероссийской молодежной школе-конференции по теории функций (Казань, 1998 г.), Международной научно-технической конференции “Нелинейные науки на рубеже тысячелетий” (Санкт-Петербург, 1999 г.), Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и их приложения” (Казань, 1999 г.), Двусторонних немецко-российских семинарах “Airfoil Design for Wings with Boundary-Layer Control” в рамках проектов РФФИ–ННИО (Штутгарт, Казань, 2000–2003 гг.), I и II международных научно-технических конференциях молодых ученых и специалистов “Современные проблемы аэрокосмической науки и техники” (Жуковский, 2000, 2002 гг.), Всероссийской научной конференции “Актуальные проблемы математики и механики” (Казань, 2000 г.), Международной научной конференции, посвященной 90-летию Г. Г. Тумашева

“Краевые задачи аэрогидромеханики и их приложения” (Казань, 2000 г.), V казанской международной летней школе-конференции “Теория функций, ее приложения и смежные вопросы” (Казань, 2001 г.), VIII и IX всероссийских съездах механиков (Пермь, 2001 г.; Нижний Новгород, 2006 г.), VIII Четаевской международной научно-технической конференции “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением” (Казань, 2002 г.), I и II международных летних научных школах “Гидродинамика больших скоростей” (Чебоксары, 2002, 2004 гг.), I и II научно-практических конференциях молодых ученых и специалистов “Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности” (Москва, 2002, 2004 гг.), III, IV, VII международных школах-семинарах “Модели и методы аэродинамики” (Евпатория, 2003, 2004, 2007 гг.), XVII сессии международной школы по моделям механики сплошной среды (Казань, 2004 г.), Международной конференции ICCES-05 (Индия, Мадрас, 2005 г.).

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в работах [1–33]. При выполнении совместных работ автор диссертации принимал непосредственное участие на всех этапах исследования. Автор выражает искреннюю благодарность всем своим соавторам.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, объединяющих 15 параграфов, заключения, списка цитированной литературы из 137 наименований. Общий объем работы – 226 страниц, включая 21 таблицу и 80 фигур.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отмечены цели, характер и методика исследований. Их главным содержанием является развитие численно-аналитических методов решения ОКЗА для профилей при усложненных схемах течения: наличии отбора или выдува потока, обтекании многоэлементных профилей, профилей вблизи экрана.

Суть ОКЗА заключается в определении формы крылового профиля по заданному на его контуре распределению давления, обеспечивающему требуемые аэрогидродинамические характеристики. В дальнейшем, вместо задания давления, будем говорить о задании скорости внешнего течения,

связанной с давлением интегралом Бернулли.

Первые постановки и решения таких задач появились независимо друг от друга в 20-х – 30-х годах прошлого столетия в работах ученых разных стран (Ф. Вейниг, А. Бетц, В. Манглер, М. Дж. Лайтхилл, М. Б. Глауэрт, Р. Эплер и др.). В нашей стране первые решения ОКЗА с доведением до практических результатов получены Л. А. Симоновым, Г. Ю. Степановым. Существенное продвижение в исследовании ОКЗА достигнуто Г. Г. Тумашевым, рассмотревшим ОКЗА с использованием плоскости комплексного потенциала, что позволило получить решения многих задач аэрогидродинамики. Общую постановку обратной краевой задачи, сформулированную как задачу для аналитических функций, дал М. Т. Нужин. Им составлена классификация обратных задач, разработаны методы их решения, рассмотрены вопросы единственности и устойчивости.

С течением времени интерес к ОКЗА увеличивался. Применение современной вычислительной техники позволило почти мгновенно получать результаты в виде профилей, обладающих заданными свойствами. Среди последних работ по теории ОКЗА отметим монографии А. М. Елизарова, Н. Б. Ильинского, А. В. Поташева, Г. Ю. Степанова и Р. Эплера.

При решении ОКЗА используется модель ИНЖ. Эта модель совместно с моделью ПС является довольно хорошим приближением для описания безотрывного течения вокруг профиля крыла особенно при больших числах Рейнольдса ($Re \gtrsim 10^6$). Обобщение на случай учета сжимаемости для дозвуковых течений может быть проведено с использованием формул Кармана – Цзяна или модели газа Чаплыгина.

Использование теории ОКЗА при проектировании новых и модификации старых форм крыловых профилей обладает очевидными преимуществами по сравнению с методами, основанными на решении прямых задач. Однако в связи с тем, что исходные данные в ОКЗА в значительной степени произвольны, обратные задачи являются некорректными, их решение существует лишь при выполнении определенных условий разрешимости. К ним относятся условия замкнутости искомого контура крылового профиля, условие совпадения заданной скорости набегающего потока с определяемой в процессе решения, а также условие однолиственности искомого крылового профиля.

Далее приводятся **основные результаты, выносимые на защиту:**

1. Решение обратной краевой задачи аэродинамики в диапазоне режимов обтекания для крыловых профилей с отбором внешнего потока через щель, моделируемую кольцевым каналом. Способ задания исходных данных, обеспечивающих отсутствие на искомом контуре крылового профиля диффузорных участков для двух расчетных режимов обтекания.
2. Решение задачи нахождения формы крылового профиля с выдувом реактивной струи, т. е. с учетом разных плотностей и полных давлений струи и внешнего потока при задании исходных данных в диапазоне углов атаки. Анализ влияния энергии выдуваемой струи на характеристики крылового профиля.
3. Постановка и решение задачи построения двухэлементного крылового профиля в диапазоне углов атаки. Способ задания исходных данных, обеспечивающий безотрывность обтекания в заданном диапазоне в рамках модели ПС.
4. Метод построения квазирешения ОКЗА с учетом условия продольной статической устойчивости. Методы решения задач построения и минимальной модификации крыловых профилей как в безграничном потоке, так и вблизи экрана с учетом условий устойчивости.
5. Способы выбора положения пронизаемого участка на поверхности крылового профиля, обеспечивающие достижение максимального эффекта от устройств распределенного отсоса ПС с учетом энергетических затрат. Постановка и решение задачи оптимального управления по нахождению распределения давления и скорости отсоса на диффузорном участке крылового профиля из условия минимальности суммы коэффициентов вязкого сопротивления и энергетических затрат.
6. Численно-аналитические решения модельных задач по максимизации подъемной силы контуров в потоке ИНЖ при усложненных схемах течения: при наличии отбора и выдува, при наличии экрана, в случае двухэлементного контура. Верхние оценки коэффициентов подъемной силы для рассмотренных схем течения.

Первая глава является вводной и содержит результаты, полученные

в кандидатской диссертации¹. В ней рассмотрены задачи построения профилей с устройствами отбора и выдува при определенном угле атаки.

В § 1 дан строгий вывод формул расчета аэродинамических сил, действующих на крыловой профиль с проницаемым участком при отборе через него части внешнего потока ИНЖ и на крыловой профиль с выдувом струи, полное давление и плотность которой отличны от этих же характеристик внешнего потока. Приведены формулы расчета энергетических затрат для профиля с одновременным отбором части внешнего потока и выдувом реактивной струи.

В § 2 предложен метод численно-аналитического построения крылового профиля со щелевым отбором воздуха из внешнего потока в модели ИНЖ. Щель отбора представляет канал с постоянными скоростями на стенках. Построены контуры крыловых профилей, на которых отсутствуют диффузорные участки.

В § 3 поставлена и решена задача нахождения формы крылового профиля с выдувом реактивной струи через щель конечных размеров. Как и в § 2, щель моделируется круговым каналом с постоянными скоростями на стенках. Плотности и полные давления выдуваемой струи и внешнего потока различны, вследствие чего на линиях схода потока возникает разрыв касательных составляющих скорости. Эта задача относится к классу задач взаимодействия потоков с разными параметрами. При ее решении использован метод Д. В. Маклакова², заключающийся в том, что область течения отображается на одну каноническую область, в которой рассматривается кусочно-аналитическая функция, терпящая разрыв на линии раздела сред. Эта линия и величина скачка на ней находятся в результате итераций. Этот же метод использовался при решении задач §§5, 9, 13. Приведены примеры построения крыловых профилей для разных параметров выдуваемой струи в предположении их безотрывного обтекания.

Во **второй главе** дана постановка и решение ОКЗ построения крыловых профилей с отбором и выдувом потока в диапазоне режимов обтекания. Режим обтекания таких профилей определяется не только величиной

¹Абзалилов Д.Ф. Аэродинамическое проектирование и оптимизация проницаемых крыловых профилей численно-аналитическими методами: Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. – Казань, 1998.

²Маклаков Д.В. Нелинейные задачи гидродинамики потенциальных течений с неизвестными границами. – М.: Янус-К, 1997.

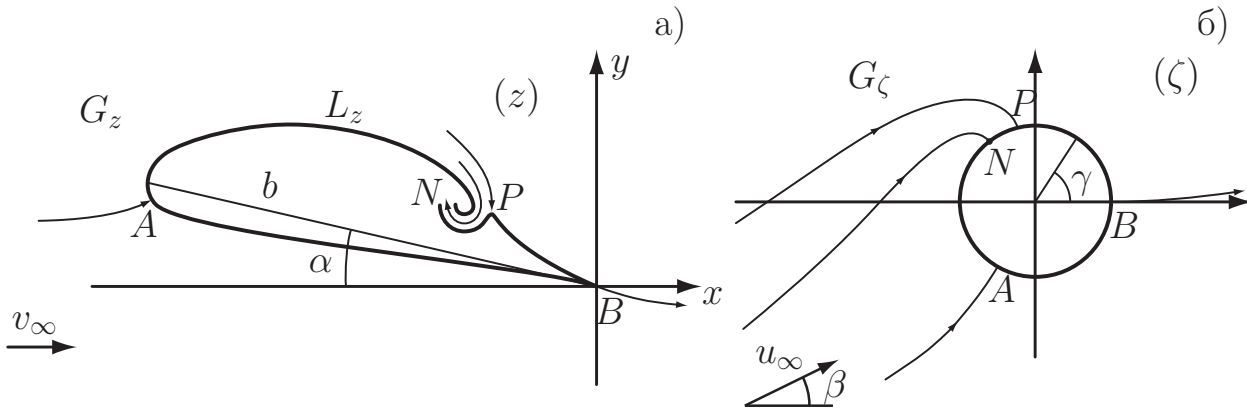


Рис. 1. Течение в физической (а) и канонической (б) плоскостях.

угла α атаки, как в случае непроницаемого профиля, но и величиной расхода q через щель, характеристиками выдуваемой струи.

В § 4 поставлена и решена задача построения крылового профиля со щелевым отбором воздуха из внешнего потока (рис. 1, а) по заданным на контуре профиля распределениям скорости, не содержащим диффузорные участки в диапазоне $\Delta = \alpha_2 - \alpha_1$ изменения режимов обтекания. Отсутствие участков падения скорости гарантирует безотрывность обтекания искомого профиля. Формула пересчета распределения $v(\gamma)$ скорости с одного режима обтекания на другой имеет вид

$$v_2(\gamma) = v_1(\gamma)\Phi(\gamma), \quad \Phi(\gamma) = \frac{\sin \frac{\gamma - \gamma_{p2}}{2} \sin \frac{\gamma - \gamma_{a2}}{2}}{\sin \frac{\gamma - \gamma_{p1}}{2} \sin \frac{\gamma - \gamma_{a1}}{2}},$$

где γ – полярная координата в канонической области $|\zeta| > 1$ плоскости ζ (рис. 1, б), γ_a, γ_p – координаты точек A, P разветвления потока.

Разобьем точками $\gamma_k, k = \overline{1, n}$, отрезок $\gamma \in [0, 2\pi]$ на участки, на каждом из которых скорость будем считать постоянной либо для первого, либо для второго режимов обтекания:

$$v_1(\gamma) = \begin{cases} C_1, \\ C_2/\Phi(\gamma), \\ C_3, \\ C_4/\Phi(\gamma), \\ \dots, \end{cases} \quad v_2(\gamma) = \begin{cases} C_1\Phi(\gamma), & \gamma \in [0, \gamma_1], \\ C_2, & \gamma \in [\gamma_1, \gamma_2], \\ C_3\Phi(\gamma), & \gamma \in [\gamma_2, \gamma_3], \\ C_4, & \gamma \in [\gamma_3, \gamma_4], \\ \dots, & \dots \end{cases}$$

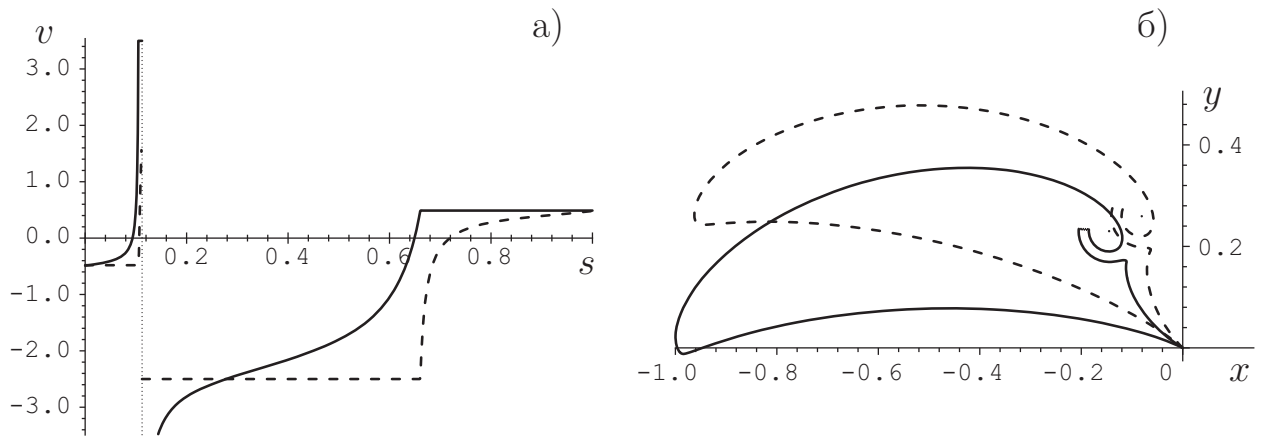


Рис. 2. Пример построения профиля для первого случая при $\Delta = 15^\circ$.

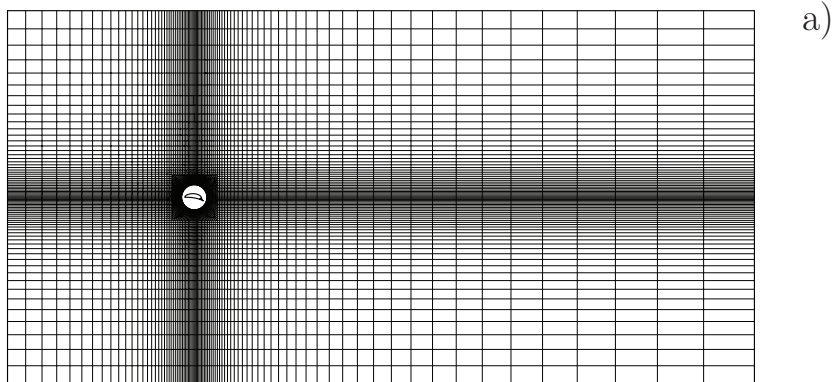
Границы участков, как и число n , находились из условия неубывания скорости при другом расчетном режиме. Возможны два различных случая взаимного расположения критических точек для каждого из двух режимов обтекания. Пусть для первого режима угловая координата γ_a критической точки A меньше, чем для второго, т. е. $\gamma_{a1} \leq \gamma_{a2}$. Первым случаем будем считать вариант, когда $\gamma_{p1} \leq \gamma_{p2}$, а вторым – когда $\gamma_{p1} > \gamma_{p2}$.

Установлено, что существует некоторое критическое значение Δ^* , такое что при $\Delta > \Delta^*$ имеется решение для первого случая, а при $\Delta < \Delta^*$ – для второго. При $\Delta = \Delta^*$ получается предельная ситуация, когда точки γ_{p1} и γ_{p2} сливаются в одну, причем контур профиля в этой точке имеет точку возврата – аналог бесконечно-тонкой кромки. Для первого случая распределение скорости и соответствующий ему контур крылового профиля изображены на рис. 2.

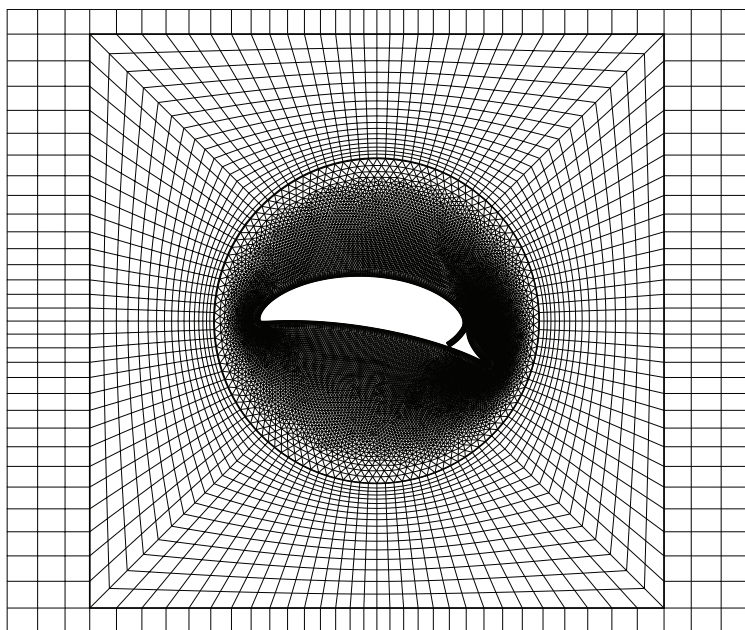
Построенные вышеизложенным методом крыловые профили были рассчитаны в вычислительном пакете Fluent. Для расчета был взят профиль, изображенный на рис. 3, диапазон $\Delta = 10^\circ$, расчетные углы атаки $\alpha_1 = 1.8^\circ$, $\alpha_2 = 11.8^\circ$.

Расчет в пакете Fluent проводился для трех различных моделей течения: ламинарного, турбулентного по модели Спаларта – Аллмараса (SA), турбулентного по модели SST $k - \omega$ (SST). Жидкость считалась несжимаемой, скорость набегающего потока выбрана равной $v_\infty = 100 \text{ м/с}$, хорда профиля $b = 1 \text{ м}$ (что соответствует числу Рейнольдса $\text{Re} = 5 \cdot 10^6$).

Расчетная сетка, содержащая около 50 тыс. ячеек, показана на рис. 3. Она строилась следующим образом: вокруг крылового профиля была опи-



а)



б)

Рис. 3. Расчетная сетка: общий вид и вид вблизи контура профиля.

сана окружность, вне этой окружности выбрана регулярная четырехугольная сетка. Внутри окружности (за исключением входного канала для отбора потока, сетка которого была также четырехугольной) использовалась треугольная сетка. Получение нужного угла атаки достигалось поворотом окружности.

Граничные условия были следующие:

- * на входе в расчетную область задавалась скорость потока,
- * на выходе – условие выхода,
- * на боковых гранях – условие симметрии или гладкой стенки (вектор скорости параллелен боковой границе расчетной области),
- * на крыловом профиле – условие прилипания,
- * на границе щели задавалась скорость отбора потока.

В табл. 1 приведены коэффициенты c_x сопротивления и c_y подъемной силы для двух расчетных режимов. Результаты расчетов показали хорошее совпадение с результатами численно-аналитического решения, отрыва потока для обоих углов атаки и для всех моделей течений не наблюдалось. Небольшое расхождение наблюдается лишь в районе щели вследствие наличия вязких эффектов.

Табл. 1. Сравнение характеристик крыловых профилей с отбором.

№	Течение	c_{x1}	c_{y1}	c_{x2}	c_{y2}
1	Числ.-аналит. решение	0.118	2.96	0.085	4.10
2	Ламинарное	0.129	2.94	0.112	4.08
3	Турбулентное (SA)	0.127	2.94	0.102	4.08
4	Турбулентное (SST)	0.128	2.94	0.105	4.07

В § 5 решена ОКЗА для крылового профиля с выдувом реактивной струи в диапазоне режимов обтекания. Приведем постановку задачи. В физической плоскости $z = x + iy$ искомый крыловой профиль L_z с хордой b плавно обтекается плоским установившимся потоком ИНЖ под углами атаки α_1 и α_2 ($\alpha_2 > \alpha_1$), задан диапазон $\Delta = \alpha_2 - \alpha_1$. Полное давление внешнего потока определяется по формуле $p_0 = p_\infty + \rho v_\infty^2/2$, где ρ – плотность потока, v_∞ , p_∞ – скорость и давление на бесконечности. На поверхности профиля имеется щель, которая моделируется завитком, асимптотически переходящим в бесконечнолистный круговой канал с постоянными скоростями. Из этой щели выдувается струя ИНЖ с другой плотностью и полным давлением (при угле атаки α_k они равны ρ_{jk} и p_{j0k} , $k = 1, 2$). Заметим, что в случае равных скоростей стенки канала асимптотически стремятся к прямым. Заданы радиусы r_1 и r_2 закругления канала отбора. Контур профиля предполагается гладким, кроме точек B и P схода потока, внутренние к области течения углы в которых приняты равными 2π . В дальнейшем рассмотрим случай $\rho_{jk} = \rho$, струю будем характеризовать скоростью на бесконечности $v_{j\infty k} = \sqrt{v_\infty^2 + 2(p_{j0k} - p_0)/\rho}$.

На верхней поверхности ($\gamma < \gamma_c$) задано распределение $v_2(\gamma)$ скорости для угла α_2 , а на нижней ($\gamma > \gamma_c$) задано $v_1(\gamma)$ для α_1 . Связь между распределениями $v_1(\gamma)$ и $v_2(\gamma)$ скоростей в этой задаче имеет вид

$$v_2(\gamma) = v_1(\gamma) \sin \frac{\gamma - \gamma_{a2}}{2} \sin^{-1} \frac{\gamma - \gamma_{a1}}{2} e^{T_1(\gamma) - T_2(\gamma)}. \quad (1)$$

В формулу (1) входят неизвестные функции $T_k(\gamma)$, $k = 1, 2$, где индекс k обозначает режим обтекания. Функция $T_k(\gamma)$ представляет собой действительную часть вспомогательной кусочно-аналитической функции, терпящей скачок на линиях раздела сред. Для ее нахождения надо знать соответствующее этому режиму распределение скорости $v_k(\gamma)$ на всей окружности, поэтому непосредственно воспользоваться формулой (1) можно лишь для простейшего случая неактивной струи (в этом случае $T_1(\gamma) = T_2(\gamma) \equiv 0$). Разработан итерационный процесс нахождения функций $T_k(\gamma)$ для реактивной струи.

Табл. 2. Характеристики крыловых профилей с выдувом струи.

$v_{j\infty 2}/v_\infty$	α_1°	c_{xj1}	c_{y1}	α_2°	c_{xj2}	c_{y2}
1	3.9	-0.093	0.90	13.9	-0.127	2.09
1.5	4.1	-0.099	1.30	14.1	-0.222	2.62
2	4.3	-0.106	1.75	14.3	-0.352	3.25

Табл. 3. Сравнение характеристик крыловых профилей с выдувом.

№	Течение	c_{x1}	c_{y1}	c_{x2}	c_{y2}
1	Числ.-аналит. решение	-0.106	1.75	-0.352	3.25
2	Турбулентное (SA)	-0.179	1.88	-0.346	3.53
2	Турбулентное (SST)	-0.176	1.88	-0.344	3.52

В табл. 2 представлены характеристики построенных крыловых профилей с выдувом в диапазоне режимов обтекания (каждый из которых характеризуется углом атаки, расходом через щель и параметрами струи). Исходные данные для этих профилей были следующие: $r_1 = 12\%$, $r_2 = 9\%$, $\Delta = 10^\circ$, $v_{j\infty 1} = v_\infty$. Отличие примеров лишь в энергии выдуваемой струи при большем угле атаки: $v_{j\infty 2}/v_\infty = 1, 1.5, 2$. Отметим рост c_y при увеличении полного давления выдуваемой струи. Также при увеличении $v_{j\infty 2}$ падают градиенты скорости на диффузорном участке (эффект Коанда).

На рис. 4 представлены распределение скорости и форма крылового профиля в случае $v_{j\infty 2}/v_\infty = 2$. Этот профиль был также рассчитан в вычислительном пакете Fluent, расчет проводился для двух моделей турбулентного течения: Спаларта – Аллмараса (SA) и модели SST. Модель жидкости, вид сетки, начальные и граничные условия выбраны такими же, как в § 4. На границе щели скорость выдува задавалась из условия

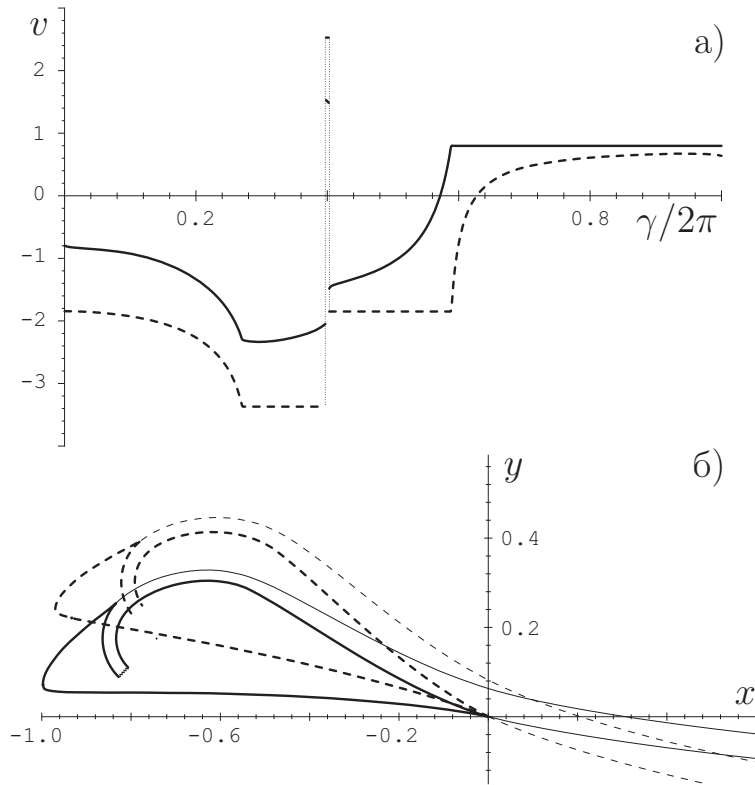


Рис. 4. Крыловой профиль с выдувом струи при $v_{j\infty 2}/v_\infty = 2$.

получения заданной $v_{j\infty}$: для первого режима $v_{j\infty} = v_\infty$, для второго – $v_{j\infty} = 2v_\infty$). В табл. 3 приведено сравнение коэффициентов c_x и c_y для расчетных режимов.

Заметим, что результаты численно-аналитического метода и пакета Fluent для профиля с выдувом получились не такими близкими, как это было для контура с отбором. По-видимому, это связано с тем, что высокоэнергетическая струя в турбулентном потоке размывается. Кроме того, на контуре имеется диффузорный участок с положительным градиентом давления, что также вносит некоторые погрешности в расчет. Но в то же время течение остается безотрывным для обоих расчетных режимов.

В **третьей главе** дана постановка и решение ОКЗА для двухэлементных крыловых профилей.

В § 6 приведено численно-аналитическое решение ОКЗА для двухэлементного крылового профиля. В физической плоскости z (рис. 5, а) искомые непроницаемые крыловые профили $A_k B_k$ ($k = 1, 2$) обтекаются установившимся безвихревым потоком ИНЖ; контуры L_{zk} профилей считаются гладкими за исключением задних кромок B_k , где внутренний к

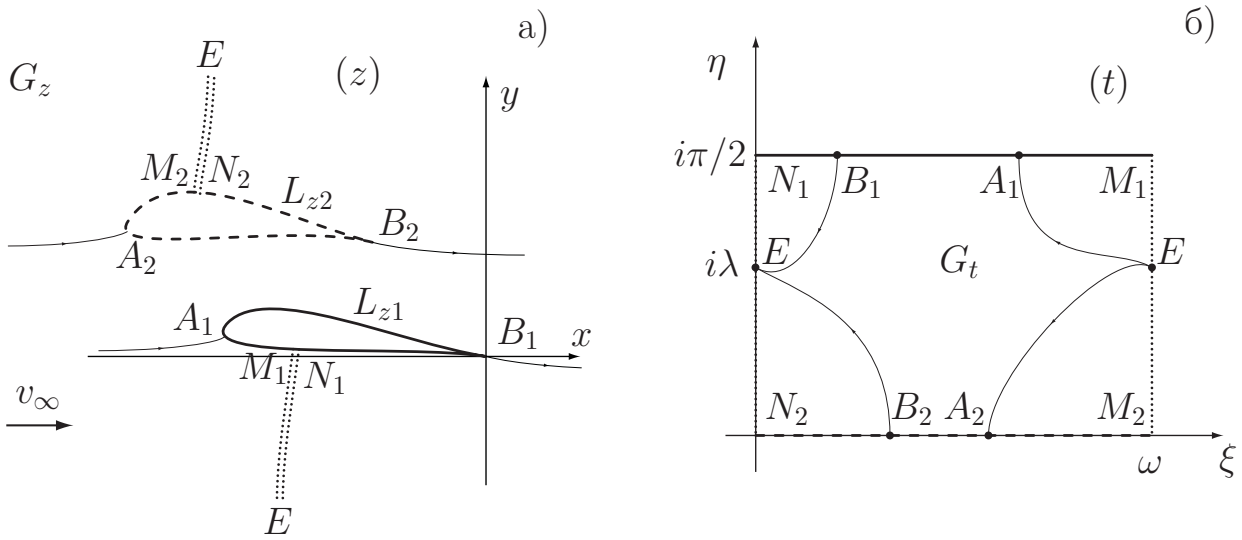


Рис. 5. Область течения в физической и канонической плоскости.

области течения угол равен 2π .

Начало системы координат выбрано в задней кромке B_1 профиля L_{z1} , а ось абсцисс параллельна направлению заданного вектора скорости v_∞ набегающего потока. Периметры профилей известны и равны ℓ_k . Дуговые абсциссы s_k контуров профилей отсчитываются от 0 до ℓ_k по часовой стрелке, причем значения 0 и ℓ_k соответствуют точке B_k . Распределение скорости по профилям L_{zk} в параметрическом виде есть

$$v_k = v_k(s_k, d_{jk}), \quad s_k \in [0, \ell_k], \quad k = 1, 2, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где d_{jk} – свободные параметры. В дальнейшем d_{jk} в записи функции v_k будем опускать. Функции $v_k(s_k)$ – кусочно-гладкие, обращающиеся в нуль в точках A_k разветвления потока s_{ak} и непрерывно дифференцируемы в них. Для получения высоких c_y при сохранении безотрывности обтекания эти распределения следует брать из класса гидродинамически целесообразных распределений.

Введем в рассмотрение комплексный потенциал $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$. Он определяется с точностью до комплексной постоянной. Будем считать, что в точке разветвления потока на первом контуре $w(z_{a1}) = 0$. Для фиксирования взаимного расположения контуров друг относительно друга зададим комплексный потенциал в точке A_2 $w(z_{a2}) = \varphi_{a2} + i\psi_{a2}$.

Требуется найти форму профилей и их аэродинамические характеристики.

Значения $\varphi_k = \varphi(s_k)$ вдоль профилей определяются формулами

$$\varphi_1(s_1) = \int_{s_{a1}}^{s_1} v_1(s) ds, \quad s_1 \in [0, \ell_1], \quad \varphi_2(s_2) = \varphi_{a2} + \int_{s_{a2}}^{s_2} v_2(s) ds, \quad s_2 \in [0, \ell_2].$$

Циркуляции скорости по каждому контуру L_{zk} равны $\Gamma_k = \varphi_k(\ell_k) - \varphi_k(0)$. Пусть также $\varphi_{bk} = \varphi_k(0)$.

Двухсвязную область G_z в плоскости z конформно отображим на прямоугольник G_t со сторонами $\omega_1 = \omega$ и $\omega_2 = i\pi/2$ в плоскости $t = \xi + i\eta$. При этом контуру L_{z1} в плоскости t соответствует сторона N_1M_1 прямоугольника G_t , а контуру L_{z2} – сторона N_2M_2 (рис. 5, б), бесконечно удаленная точка в плоскости z переходит в точку E ($t = i\lambda$) на мнимой оси, а на боковых гранях прямоугольника выполняется условие периодичности.

Согласно решению прямой задачи о биплане³ можно записать

$$w(t) = \varphi(\xi, \eta) + i\psi(\xi, \eta) = u_\infty [e^{i\beta} \zeta(t - i\lambda) + e^{-i\beta} \zeta(t + i\lambda)] + \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2\pi i} \ln \frac{\sigma(t - i\lambda)}{\sigma(t + i\lambda)} + Kt + C,$$

$$u(t) \equiv \frac{dw}{dt}(t) = -u_\infty [e^{i\beta} \wp(t - i\lambda) + e^{-i\beta} \wp(t + i\lambda)] + \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2\pi i} [\zeta(t - i\lambda) - \zeta(t + i\lambda)] + K,$$

$$K = \frac{1}{\omega} \left[-\Gamma_1 + (\Gamma_1 + \Gamma_2) \frac{\lambda \eta_1}{\pi} - 2u_\infty \eta_1 \cos \beta \right] = \text{const},$$

где u_∞ , β , λ , $C = C_1 + iC_2$ – неизвестные постоянные; $\wp(t)$, $\zeta(t)$, $\sigma(t)$ – функции Вейерштрасса с полупериодами $\omega/2$ и $i\pi/2$; $\eta_1 = \zeta(t + \omega) - \zeta(t)$ – постоянная, зависящая от ω . Пусть

$$\varphi_1(\xi) = \varphi(\xi, \pi/2), \quad \psi_1(\xi) = \psi(\xi, \pi/2), \quad \varphi_2(\xi) = \varphi(\xi, 0), \quad \psi_2(\xi) = \psi(\xi, 0).$$

Для определения u_∞ , β , λ и ω служит система из четырех уравнений

$$\varphi_2(\xi_{a2}) = \varphi_{a2}, \quad \psi_2(\xi_{a2}) = \psi_{a2}, \quad \varphi_2(\xi_{b2}) = \varphi_{b2}, \quad \varphi_1(\xi_{b1}) = \varphi_{b1} + \Gamma_1.$$

³Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – М.: Наука, 1966.

Для ее решения использован метод Ньютона решения системы нелинейных уравнений. Постоянная C находится из условия $w(\xi_{a1}) = 0$.

Определив параметры, найдем функции $\varphi_k(\xi)$ на отрезках $N_k M_k$. Сопоставив значения потенциалов скорости в первоначальном и преобразованном потоках, взятых в соответствующих друг другу точках, установим связь $s_k = s_k(\xi)$ между точками контуров L_{zk} и отрезков $N_k M_k$ прямоугольника G_t . Функция Жуковского – Мичела

$$\chi(t) = \ln \left(\frac{1}{v_\infty} \frac{dw}{dz} \right) = \ln \left| \frac{v}{v_\infty} \right| - i\theta,$$

где θ – аргумент вектора скорости, имеет логарифмические особенности в точках A_k обращения скорости v в нуль. Поэтому введем в рассмотрение модифицированную функцию $\tilde{\chi}(t)$ в виде

$$\tilde{\chi}(t) = \chi(t) - \chi_0(t), \quad \chi_0(t) = \ln \left[\sin \frac{\pi(t - t_{a1})}{\omega} \sin \frac{\pi(t - t_{a2})}{\omega} \right].$$

Заметим, что функция $\chi_0(t)$ – периодическая в плоскости t и имеет такой же характер поведения в точках A_k , что и функция $\chi(t)$. Следовательно, $\tilde{\chi}(t) = \tilde{S}(\xi, \eta) + i\tilde{\theta}(\xi, \eta)$ будет периодической и не имеет особенностей во всем прямоугольнике G_t . Действительная часть этой функции на верхней и нижней сторонах прямоугольника G_t известна

$$\tilde{S}_1(\xi) = \ln \left| \frac{v_1(s_1(\xi))}{v_\infty} \right| - \ln \left| \sin \frac{\pi(\xi - \xi_{a1})}{\omega} \sin \frac{\pi(\xi - \xi_{a2} + i\pi/2)}{\omega} \right|,$$

$$\tilde{S}_2(\xi) = \ln \left| \frac{v_2(s_2(\xi))}{v_\infty} \right| - \ln \left| \sin \frac{\pi(\xi - \xi_{a2})}{\omega} \sin \frac{\pi(\xi - \xi_{a1} - i\pi/2)}{\omega} \right|,$$

где $\tilde{S}_1(\xi) = \tilde{S}(\xi, \pi/2)$, $\tilde{S}_2(\xi) = \tilde{S}(\xi, 0)$.

Функцию $\tilde{\chi}$ восстановим по формуле Вилля

$$\tilde{\chi}(t) = \frac{1}{i\pi} \int_0^\omega \left[\tilde{S}_1(\xi) \zeta(t - \xi - \frac{i\pi}{2}) - \tilde{S}_2(\xi) \zeta(t - \xi) \right] d\xi + \frac{\eta_1 - 2}{2\omega} P_1 + iP_2,$$

где P_2 – произвольная вещественная постоянная, а для P_1 имеем условие

$$P_1 = \int_0^\omega \tilde{S}_1(\xi) d\xi = \int_0^\omega \tilde{S}_2(\xi) d\xi, \quad (3)$$

которое является условием однозначности функции $\tilde{\chi}(t)$. По известной $\tilde{\chi}(t)$ определим ее мнимую часть на верхней и нижней сторонах прямоугольника G_t : $\tilde{\theta}_1(\xi) = \text{Im } \tilde{\chi}(\xi + i\pi/2)$, $\tilde{\theta}_2(\xi) = \text{Im } \tilde{\chi}(\xi)$.

Производную dz/dt определим по формуле

$$\frac{dz}{dt}(t) = \frac{dw/dt}{dw/dz} = \frac{u(t)}{v_\infty e^{\tilde{\chi}(t)} \sin \frac{\pi(t-t_{a1})}{\omega} \sin \frac{\pi(t-t_{a2})}{\omega}}.$$

Проинтегрировав это соотношение по верхней и нижней сторонам прямоугольника G_t , найдем параметрические уравнения контуров профилей.

В ОКЗА для двухэлементного крылового профиля, как и для изолированного, имеются условия разрешимости. К ним относятся четыре условия замкнутости, условие совпадения заданной скорости набегающего потока с определяемой в процессе решения. Последним, шестым условием разрешимости, является упомянутое выше условие (3). Для удовлетворения этих условий воспользуемся введенными в распределения скорости (2) свободными параметрами.

В § 7 метод предыдущего параграфа обобщен на случай задания исходных данных в диапазоне углов атаки. Каждый контур разделен на две части (верхнюю и нижнюю поверхности) точкой C_k ($s = s_{ck}$). На нижних поверхностях задано распределение скорости по профилям L_{zk} при угле атаки α , а на верхних – при угле $\alpha^* > \alpha$:

$$v = v_k(s_k), \quad s_k \in [0, s_{ck}], \quad v = v_k^*(s_k), \quad s_k \in [s_{ck}, \ell_k], \quad k = 1, 2.$$

Показано⁴, что отрыва потока не будет во всем диапазоне при задании безотрывного распределения скорости на верхних поверхностях контуров профилей при угле атаки α^* и на нижних поверхностях – при угле α .

Отметим, что для решения этой задачи необходимо выполнение 16-ти ограничений, для удовлетворения которых используются свободные параметры в исходных распределениях скорости.

На рис. 6 приведены исходные распределения скорости и соответствующий им двухэлементный крыловой профиль. При первом расчетном угле атаки $\alpha_1 = 5.3^\circ$ он имеет коэффициент $c_{y1} = 0.32$, при угле $\alpha_2 = 20.3^\circ$ – $c_{y2} = 1.69$.

⁴Для изолированного крылового профиля этот факт был высказан Г. Ю. Степановым и строго обоснован А. М. Елизаровым.

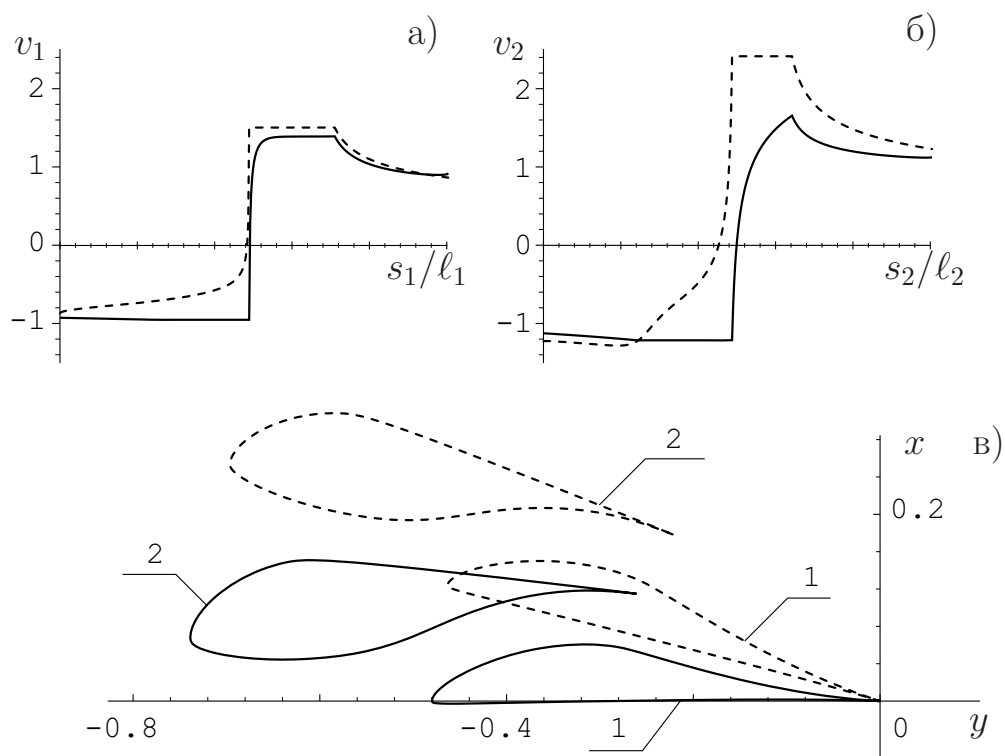


Рис. 6. Пример построения двухэлементного профиля в диапазоне.

В **четвертой главе** предложен численно-аналитический метод построения устойчивых крыловых профилей.

В § 8 в рамках модели ИНЖ рассмотрена задача построения крылового профиля, обладающего продольной устойчивостью. Искомый крыловой профиль L_z с бесконечно тонкой кромкой в точке B схода потока обтекается плоским установившимся потоком ИНЖ с заданной на бесконечности скоростью v_∞ . Заданы периметр ℓ контура профиля и распределение скорости v как функция дуговой абсциссы s .

Известно, что критерий устойчивости имеет вид $x_\alpha - x_m > 0$, где x_α – положение аэродинамического фокуса по углу атаки, x_m – положение центра масс. Поэтому для учета условия устойчивости требуется определить форму L_z крылового профиля, фокус x_α которого находился бы в заданной точке $x_\alpha^* > x_m$, а распределение скорости на его поверхности минимально отличалось от заданного.

Введем в рассмотрение каноническую область G_ζ : внешность единичного круга $|\zeta| > 1$ в плоскости ζ . Для взаимно-однозначного конформного отображения областей G_z и G_ζ предполагается соответствие бесконечно удаленных точек, а также условие, что задняя кромка B ($z = 0$) переходит

в точку $\zeta = 1$.

Введем в рассмотрение аналитическую в G_ζ функцию

$$\tilde{\chi}(\zeta) = \tilde{S} + i\tilde{\theta} = \ln \left(\frac{1}{v_\infty} \frac{dw}{dz} \right) - \ln \left(1 - \frac{\zeta_a}{\zeta} \right),$$

представляющую собой функцию Жуковского – Мичела $\chi = S - i\theta$ с исключенной особенностью в точке A . Действительная часть этой функции $\tilde{S}(\gamma) = \operatorname{Re} \tilde{\chi}(e^{i\gamma})$ на границе круга $\zeta = e^{i\gamma}$ определится по формуле

$$\tilde{S}(\gamma) = \ln \frac{v[s(\gamma)]}{2 \cos(\gamma/2 - \beta)}, \quad \gamma \in [0, 2\pi].$$

Для получения условий разрешимости разложим 2π -периодическую функцию $\tilde{S}(\gamma)$ в ряд Фурье

$$\tilde{S}(\gamma) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\gamma + b_k \sin k\gamma),$$

где

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\gamma) d\gamma, \quad a_1 + ib_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\gamma) e^{i\gamma} d\gamma.$$

Условие совпадения заданной скорости v_∞ с определяемой в процессе решения и условия замкнутости имеют вид⁵ $a_0 = 0$, $a_1 = -1$, $b_1 = 0$. Аэродинамический фокус также выражается через функцию $\tilde{S}(\gamma)$.

Пусть

$$\mathbb{K} = \left\{ \tilde{S}(\gamma) \in \mathbb{H}(A, \sigma) : \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\gamma) d\gamma = 0, \quad \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\gamma) \cos \gamma d\gamma = -\pi, \right. \\ \left. \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 0, \quad x_\alpha(\tilde{S}) = x_\alpha^* \right\},$$

где $\mathbb{H}(A, \sigma)$ – класс гельдеровских функций с фиксированными постоянными $A \in (0, \infty)$, $\sigma \in (0, 1]$. Требуется найти такую функцию $\tilde{S}^*(\gamma) \in \mathbb{K}$, что

$$\|\tilde{S}^*(\gamma) - \tilde{S}(\gamma)\|_{L_2[0, 2\pi]} = \inf_{F(\gamma) \in \mathbb{K}} \|F(\gamma) - \tilde{S}(\gamma)\|_{L_2[0, 2\pi]}.$$

⁵Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. – М.: Наука, 1994.

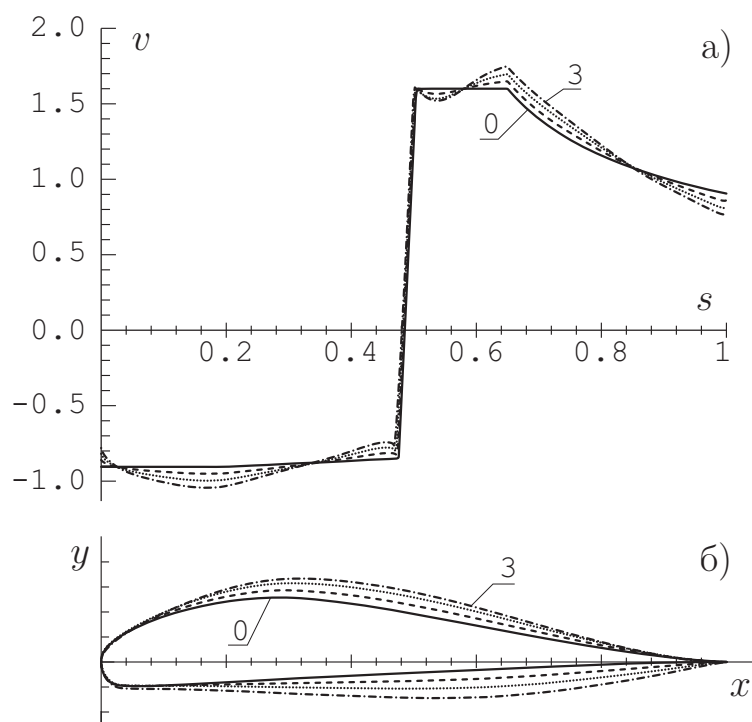


Рис. 7. Зависимость решения от положения x_α .

Задача была решена численно. На рис. 7 показан пример, демонстрирующий характер изменения распределения скорости и формы профиля при смещении x_α^* вправо. Разница между исходным и полученным распределениями скоростей при этом увеличивается, а профили приобретают S-образную форму, характерную для устойчивых профилей. Кривая 0 соответствует случаю без учета ограничения на положение фокуса, кривые 1–3 – случаям, когда фокус сдвинут вправо на 1 – 3% хорды.

В § 9 рассмотрена ОКЗА для крылового профиля над экраном в диапазоне режимов обтекания. Задаются отстояния h_1 и h_2 задней кромки от экрана для двух заданных режимов и угол $\delta = \alpha_1 - \alpha_2$, где α_1 , α_2 – углы атаки расчетных режимов. Вдоль контура профиля на верхней и нижней поверхности задаются распределения скорости $v_1(\gamma)$ и $v_2(\gamma)$ соответственно для заданных режимов. Для решения задачи использован метод⁶ построения профиля для одного режима обтекания и на его основе разработан способ обобщения этого метода для диапазона режимов обтекания. На рис. 8 штриховой линией изображены распределение скорости и

⁶Ильинский Н.Б., Лотфуллин М.В., Маклаков Д.В., Поташев А.В. Определение формы крылового профиля, обтекаемого вблизи границы раздела двух сред, по заданной эпюре скорости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1992. – № 6.

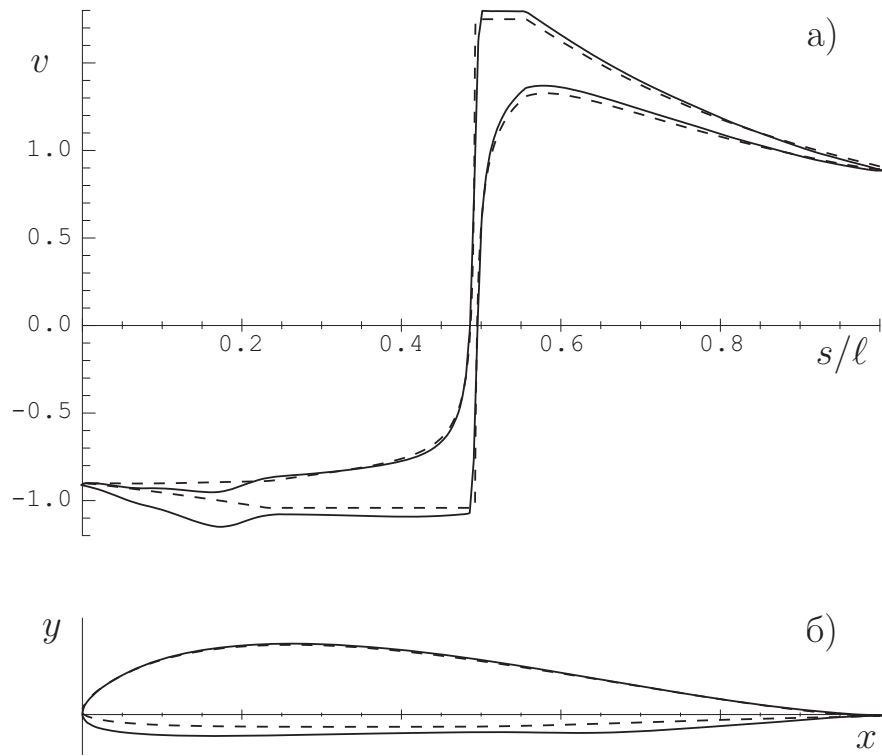


Рис. 8. Пример построения профиля крыла экраноплана.

контур крылового профиля, построенные для случая $h_1 = 25$ (численный аналог бесконечности), $h_2 = 0.1$, $\delta = 7^\circ$. Заданные распределения скорости выбраны из условия гидродинамической целесообразности в виде полочных распределений, причем на диффузорных участках закон падения скорости гарантировал в рамках принятой модели безотрывность обтекания (расчет ПС проводился при числе $Re = 10^6$).

При построении крыловых профилей летательных аппаратов, и особенно экранопланов, большую роль играет расчет их устойчивости. Для статической устойчивости вблизи экрана необходимо выполнение следующих четырех неравенств⁷:

$$\frac{\partial c_y}{\partial \alpha} > 0, \quad \frac{\partial c_y}{\partial h} < 0, \quad x_\alpha > x_m, \quad x_\alpha > x_h,$$

где x_h – положение фокуса по высоте.

Для выполнения условий устойчивости использован метод § 8, основанный на минимальной модификации распределения скорости при условии

⁷Жуков В.И. Особенности аэродинамики, устойчивости и управляемости экраноплана. – М.: ЦАГИ, 1997.

перемещения фокуса x_α в заданную точку. С целью сохранения безотрывного режима обтекания модификация скорости для получения нужного x_α проведена лишь по нижней поверхности. После чего была проведена последующая модификация распределения скорости с целью выполнения условий разрешимости, результирующее распределение скорости и соответствующий ему крыловой профиль показаны на рис. 8 сплошной линией.

В пятой главе рассмотрены задачи проектирования крыловых профилей с устройствами отсоса ПС. Для расчета ПС с отсосом использован интегральный метод Эпплера⁸.

В § 10 исследована задача усовершенствования аэродинамических характеристик крылового профиля путем введения на нем проницаемого участка, через который осуществляется распределенный отсос ПС. Предполагается, что имеется одна камера отсоса с давлением p_c в ней, отсос ПС происходит по закону Дарси $v_0(s) = K(s)[p(s) - p_c]$, где $v_0(s)$ – скорость отсоса ПС, $K(s)$ – распределение пористости проницаемого участка, $p(s)$ – давление на внешней поверхности крылового профиля. Задача сформулирована следующим образом. Требуется найти: положение граничных точек s_m и s_n проницаемого участка, распределение $K(s)$ пористости и давления p_{c1} , p_{c2} в камере отсоса (для углов атаки α_1 и α_2 соответственно), чтобы сумма коэффициентов сопротивления

$$c_x = c_{x1} + c_{x2} \quad (4)$$

принимала минимальное значение при условии отсутствия отрыва ПС. Коэффициент c_{xi} сопротивления при угле атаки α_i вычислялся по формуле

$$c_{xi} = c_{vi} + c_{si}, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Здесь c_{vi} – коэффициент сопротивления за счет трения, а c_{si} – коэффициент сопротивления, эквивалентный энергетическим затратам и потерям в устройстве отсоса. Далее индекс i опускаем, имея в виду, что все величины в формуле относятся к одному режиму. Для вычисления c_s использована формула, учитывающая по максимуму потери в ПС при прохождении

⁸Eppler R. Airfoil design and data. – Berlin: Springer-Verlag, 1990.

проницаемой поверхности и каналов

$$c_s = \frac{v_c^2}{v_\infty^3 b} \int_{s_m}^{s_n} v_0(s) ds,$$

где $v_c = \sqrt{v_\infty^2 - 2(p_c - p_\infty)/\rho}$. При вычислении c_v применена формула Сквайра – Юнга

$$c_v = 2 \frac{\delta_2(\ell)}{b} \left[\frac{v(\ell)}{v_\infty} \right]^{\frac{5+H_{12}(\ell)}{2}},$$

где $s = \ell$ соответствует задней кромке, толщина $\delta_2(s)$ потери импульса и формпараметр $H_{12}(s)$ – интегральные характеристики ПС в задней кромке.

Для оптимизации функции (4) использован генетический метод численной многомерной оптимизации. В табл. 4 приведен пример оптимизации профиля НАСА–0012 в диапазоне углов атаки от -9° до 9° для турбулентного ПС при $Re = 10^6$.

Табл. 4. Параметры проницаемого участка для профиля НАСА–0012.

s_m	s_n	$K_0 \cdot 10^2$	α_1	c_{y1}	p_{c1}	$(c_{x1} = c_{v1} + c_{s1}) \cdot 10^3$
			α_2	c_{y2}	p_{c2}	$(c_{x2} = c_{v2} + c_{s2}) \cdot 10^3$
0.655	1.041	2.696	-9°	-1.073	0.146	2.703 = 2.459 + 0.244
			9°	1.073	-0.374	11.371 = 7.63 + 3.731

В § 11 рассмотрена задача построения крылового профиля по распределению скорости на его поверхности, заданному в многопараметрическом виде. На диффузорном участке закон падения скорости определяется из условия минимальности сопротивления при безотрывном обтекании.

В физической плоскости искомый крыловой профиль AB с бесконечно тонкой задней кромкой B обтекается плоским установившимся потоком вязкой несжимаемой жидкости. Задана скорость v_∞ на бесконечности, дуговая абсцисса s отсчитывается по часовой стрелке от $s = 0$ в точке B до $s = \ell$ в ней же, где ℓ – периметр контура профиля. На участке $s \in L_1 = [s_l, s_u]$ задано распределение скорости $v(s)$, зависящее от $n \geq 3$ свободных параметров, также задана скорость v_b в точке B . Заданы максимальная скорость $v_{0\max}$ отсоса (случаю профиля без отсоса соответствует $v_{0\max} = 0$), число Рейнольдса $Re = v_\infty(\ell/2)/\nu$. Требуется определить распределение скорости $v(s)$ на участке $L_2 = (0, s_l) \cup (s_u, \ell)$, положения $(s_{mk}, s_{nk}) \subset L_2$ проницаемых участков, функцию скорости отсоса $v_0(s)$ на

них и форму крылового профиля, имеющего минимальный коэффициент сопротивления при условии безотрывного обтекания.

Метод Эйлера расчета ПС заключается в совместном интегрировании уравнений импульса и энергии:

$$\begin{aligned}\delta_2' &= c_f - (\delta_1 + 2\delta_2)\frac{v'}{v} - \frac{v_0}{v}, \\ \delta_3' &= c_d - 3\delta_3\frac{v'}{v} - \frac{v_0}{v}.\end{aligned}\quad (6)$$

Здесь $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ – соответственно толщины вытеснения, потери импульса и потери энергии, c_f, c_d – коэффициенты трения и диссипации энергии.

Введем в рассмотрение функцию

$$c_x(s) = 2\delta_2(s) \left(\frac{v_b}{v_\infty}\right)^{\frac{5+H_{12}(s)}{2}} + \left(\frac{v_c}{v_\infty}\right)^2 \int_{s_u}^s \frac{v_0(s)}{v_\infty} ds + g(s). \quad (7)$$

Заметим, что при $g(\ell) = 0$ значение $c_x(\ell)$ с точностью до множителя $1/b$ совпадает с коэффициентом сопротивления верхней поверхности (5). Продифференцировав (7), получим

$$c_x'(s) = \left[2\delta_2'(s) + \delta_2(s) \ln \frac{v_b}{v_\infty} H'_{12}(s)\right] \left(\frac{v_b}{v_\infty}\right)^{\frac{5+H_{12}(s)}{2}} + \left(\frac{v_c}{v_\infty}\right)^2 \frac{v_0(s)}{v_\infty} + g'(s). \quad (8)$$

Введем вспомогательные функции

$$\sigma(s) = \frac{v_0(s)}{v(s)}, \quad \lambda(s) = \ln \frac{v(s)}{v_\infty}, \quad \mu(s) = \lambda'(s) = \frac{v'(s)}{v(s)}. \quad (9)$$

Добавим уравнения (8) и (9) к системе (6). Полученную систему схематично запишем как

$$\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \sigma, \mu),$$

где четырехкомпонентный вектор-функция \mathbf{x} и начальные условия для него в точке s_u имеют вид

$$\mathbf{x}(s) = \left(c_x(s), \lambda(s), \delta_2(s), \delta_3(s)\right)^T, \quad \mathbf{x}(s_u) = \left(c_{x0}, \ln \frac{v_1}{v_\infty}, \delta_{20}, \delta_{30}\right)^T.$$

Ограничение на безотрывность обтекания и условие $\lambda(\ell) = \ln \frac{v_b}{v_\infty}$ учтем в виде штрафной функции $g(s)$

$$g(s) = A_s \int_{s_u}^s \ln \left\{ 1 + \exp \left[A_h \left(H^* - \frac{\delta_3(s)}{\delta_2(s)} \right) \right] \right\} ds + A_u [\lambda(s) - \ln v_b]^2,$$

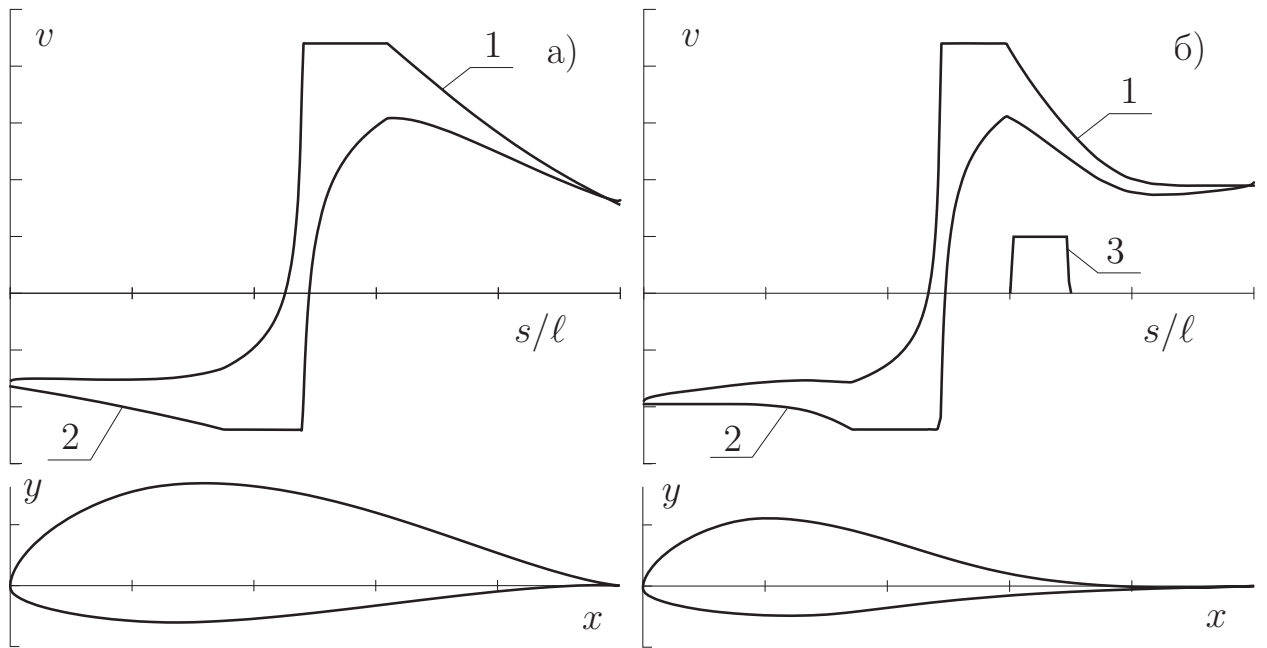


Рис. 9. Распределения скорости и контуры профилей при решении задачи минимизации c_x .

где $A_s, A_h, A_u \gg 1$.

В терминах задач оптимального управления функции $\sigma(s)$ и $\mu(s)$ являются управляющими. Для решения поставленной задачи использован принцип максимума Понтрягина.

Начальное распределение скорости и соответствующий ему контур профиля изображены на рис. 9, а. Для достижения большого коэффициента подъемной силы максимальная скорость на верхней поверхности на полке в задаваемом распределении $v(s)$ выбрана равной 2.2. На диффузорном участке возникал отрыв потока ($Re = 10^6$, полностью турбулентный ПС), для его предотвращения введен проницаемый участок на верхней поверхности. Значение максимальной скорости отсоса выбрано $v_{0\max} = 5 \cdot 10^{-3}$. В ходе оптимизации искались распределения скорости внешнего течения и отсоса на диффузорных участках: $v(s)$ и $v_0(s)$ – на верхней поверхности из условия минимальности c_x при угле атаки α_2 ; $v(s)$ – на нижней поверхности из условия минимальности c_x при α_1 . Полученное распределение $v(s)$ и контур профиля изображены на рис. 9, б.

В **шестой главе** рассмотрены модельные задачи нахождения форм контуров с максимальной величиной коэффициента подъемной силы. Задача определения формы гладкого замкнутого контура, на котором дости-

гается наибольшее значение циркуляции скорости при обтекании потоком ИНЖ, исследовалась в ряде работ. Из формул М.А. Лаврентьева для вариаций конформных отображений следует, что таким контуром является окружность при режиме обтекания с совпадающими точками торможения и схода потока. Коэффициент подъемной силы, отнесенный к периметру контура и скорости набегающего потока, в этом случае равен четырем. Результаты, полученные в этой главе, позволяют теоретически оценить максимальную величину коэффициента подъемной силы контуров в рамках модели ИНЖ для разных схем течения и устройств управления потоком.

В § 12 исследована задача нахождения гладкого замкнутого контура заданной длины, обладающего максимальной подъемной силой при плавном обтекании потоком ИНЖ при наличии на контуре точечных особенностей – источников и стоков и при условии расположения критических точек (точек, в которых скорость обращается в нуль) на этом контуре.

В плоскости z искомый замкнутый гладкий контур L_z фиксированного периметра ℓ обтекается потоком ИНЖ с заданной скоростью v_∞ набегающего потока. На контуре в точках M_j располагаются m источников и в точках N_k – n стоков. Величины безразмерных расходов через них обозначим через $q_{mj} = Q_{mj}/(v_\infty \ell)$, ($j = \overline{1, m}$) и $q_{nk} = Q_{nk}/(v_\infty \ell)$, ($k = \overline{1, n}$) соответственно. Суммарные безразмерные расходы через все источники $q_m = \sum_{j=1}^m q_{mj}$ и стоки $q_n = \sum_{k=1}^n q_{nk}$ заданы. Считается, что выдуваемая через источники жидкость и внешний поток имеют одинаковые плотность и полное давление и предполагается, что все критические точки располагаются только на контуре: A_k , ($k = \overline{0, n}$) – точки разветвления потока, B_j , ($j = \overline{0, m}$) – точки схода потока. Требуется определить форму контура, найти расположение на нем источников и стоков и величины расходов через них такие, чтобы коэффициент подъемной силы $c_y = 2\Gamma/(v_\infty \ell)$ был максимальным.

Дана математическая формулировка соответствующей оптимизационной задачи. Аналитическое решение сведено к двум более простым задачам, исследование которых в общем случае проведено численно. Показано, что наибольшая циркуляция достигается на круге при слиянии всех стоков в один сток, а всех источников в один источник, причем их расположение должно быть таково, чтобы все критические точки слились в одну.

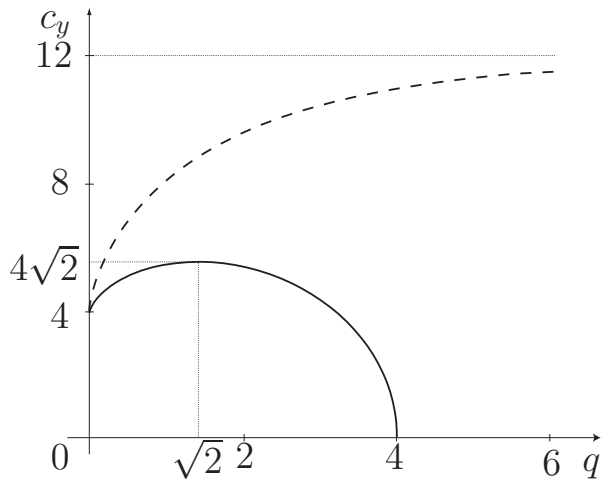


Рис. 10. Зависимость c_y от расхода.

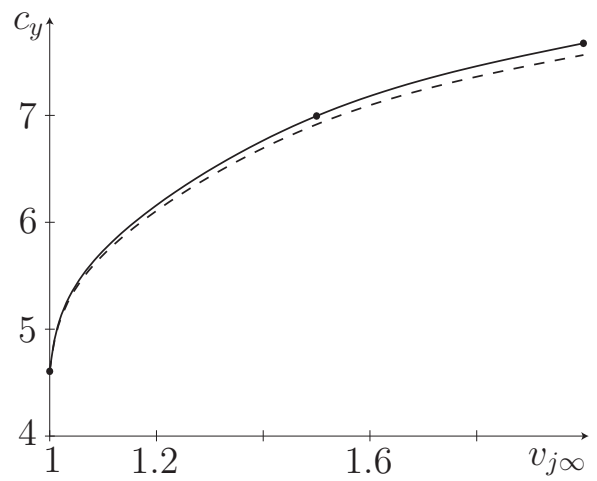


Рис. 11. Зависимость c_y от $v_{j\infty}$.

На рис. 10 сплошной линией показана зависимость коэффициента подъемной силы от расхода при расположении на контуре либо одного источника, либо одного стока, штриховой линией – при расположении источника и стока одинаковой интенсивности.

В § 13 рассмотрена задача максимизации коэффициента подъемной силы контура с выдувом реактивной струи через точечный источник. Заданы периметр ℓ контура, интенсивность q источника, параметры выдуваемой струи (скорость струи на бесконечности равна $v_{j\infty}$). Задача сведена к изопериметрической вариационной задаче, решение которой получено численно. Показано, что в случае $v_{j\infty} > v_\infty$ максимум c_y достигается на контурах, отличных от окружности.

Зависимость c_y от скорости $v_{j\infty}$ выдуваемой струи на бесконечности приведена на рис. 11. Сплошной линией показана зависимость для оптимального контура, форма которого менялась в зависимости от $v_{j\infty}$, а штриховой – зависимость, полученная для окружности. Величина расхода была выбрана $q = 0.3$. Из графика видно, что наибольший рост c_y наблюдается при $v_{j\infty}$, чуть больших 1. Это можно объяснить перестройкой картины течения, которое наиболее заметно в окрестностях точек B и P . В дальнейшем при увеличении скорости $v_{j\infty}$ коэффициент c_y растет, но темп роста падает. Также заметим, что график c_y для оптимального контура лежит лишь незначительно выше графика c_y для окружности, откуда можно сделать вывод, что форма контура при больших скоростях $v_{j\infty}$ выдуваемой струи мало влияет на результирующий c_y и зависит в основном от расхода

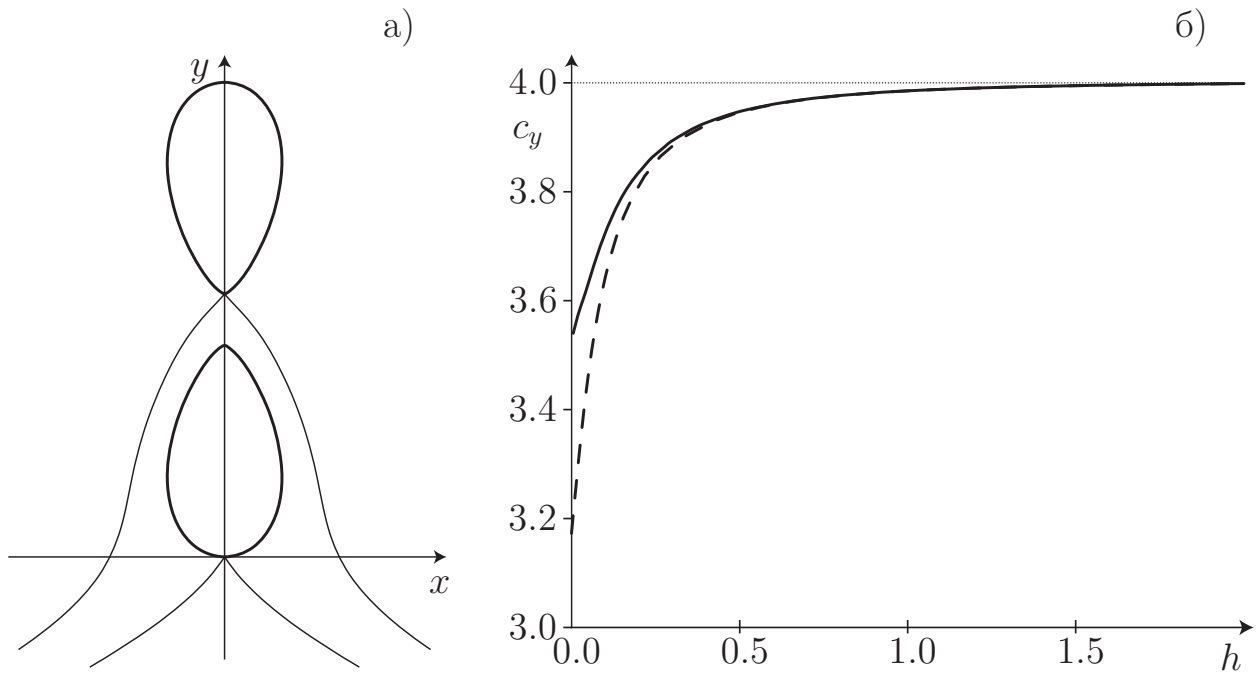


Рис. 12. Оптимальные контуры (а) и зависимость c_y от h (б).

q и числа $v_{j\infty}$.

В § 14 рассмотрена модельная задача максимизации коэффициента подъемной силы при обтекании системы двух гладких контуров.

Система из двух гладких контуров L_{zk} , $k = 1, 2$, с заданными длинами l_k ($l_1 + l_2 = \ell$) обтекается потоком ИНЖ с заданной скоростью набегающего потока v_∞ . Также задано безразмерное расстояние $h = H/\ell$ между контурами. Предполагается, что критические точки, т. е. точки, в которых скорость обращается в нуль, располагаются только на контурах: A_k – точки разветвления, B_k – точки схода потока. Точка B_1 принята за начало координат, ось абсцисс выбрана параллельно скорости набегающего потока на бесконечности. Циркуляции скорости вокруг контуров обозначим через Γ_k . Требуется найти максимально возможный коэффициент $c_y = 2(\Gamma_1 + \Gamma_2)/(v_\infty \ell)$ подъемной силы обтекания такой системы и определить, при какой схеме обтекания он достигается, т. е. определить формы контуров, их взаимное расположение и положение точек A_k , B_k на них.

Задача сведена к изопериметрической вариационной задаче. Показано, что оптимум всегда достигается в случае, когда точки A_k разветвления потока совпадают с точками B_k схода потока.

На рис. 12, а приведены оптимальные контуры для случая $l_1 = l_2$,

Табл. 5. Зависимость c_y контура
вблизи экрана от отстояния h .

№	h	c_y
1	∞	4
2	2	3.4758
3	1	3.1180
4	0.5	2.6875
5	0.2	2.1990
6	0.1	1.9627
7	0.01	1.7021
8	0	1.6702

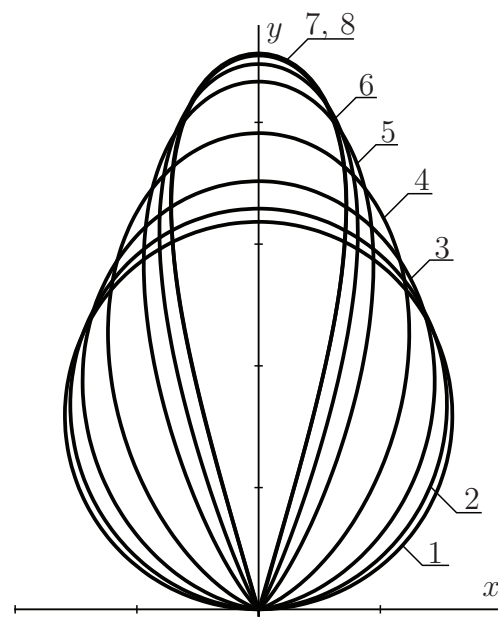


Рис. 13. Оптимальные контуры для
различных h .

$h = 0.05$. Значения максимального коэффициента подъемной силы $c_y = 3.6195$. Зависимость $c_{y \max}$ от h для контуров с одинаковыми длинами $\ell_1 = \ell_2$ изображена на рис. 12, б сплошной линией, а штриховой линией показана зависимость c_y для системы из двух одинаковых окружностей (оптимальное решение при $h = \infty$).

В § 15 исследована задача нахождения максимально возможного коэффициента c_y гладкого контура при его обтекании вблизи экрана при заданном периметре контура и его отстояния от экрана. Показано, что максимальный коэффициент подъемной силы будет достигаться при режиме обтекания с совпадающими точками разветвления и схода потока.

Значения максимального коэффициента подъемной силы приведены в табл. 5, соответствующие им оптимальные контуры – на рис. 13. Контур 1 и 8 являются предельными, в первом предельном случае ($h = \infty$) контур представляет собой окружность; второй предельный случай ($h = 0$) соответствует скользящему вдоль экрана контуру.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Абзалилов, Д. Ф. Минимизация сопротивления путем распределенного отсоса пограничного слоя / Д. Ф. Абзалилов // Тр. Матем. центра им.

- Н.И.Лобачевского. Актуальные проблемы математики и механики: Матер. межд. науч. конф. — Т. 5. — Казань: УНИПРЕСС, 2000. — С. 4–6.
2. Абзалилов, Д. Ф. Оптимизация распределенного отсоса турбулентного пограничного слоя / Д. Ф. Абзалилов // Матер. 1-й науч.-практ. конф. молодых ученых и специалистов “Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности”. — М.: ОАО “ОКБ Сухого”, 2002. — С. 6–13.
 3. Абзалилов, Д. Ф. Проектирование крылового профиля экраноплана с заданными характеристиками в диапазоне режимов обтекания / Д. Ф. Абзалилов // Тез. докл. II межд. науч.-техн. конф. молодых ученых и специалистов “Современные проблемы аэрокосмической науки и техники”. — ЦАГИ: Изд-во “Авиационный печатный двор”, 2002. — С. 7–8.
 4. Абзалилов, Д. Ф. О максимизации подъемной силы при обтекании системы двух гладких контуров / Д. Ф. Абзалилов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 2004. — Т. 44, № 3. — С. 528–535.
 5. Абзалилов, Д. Ф. Минимизация коэффициента сопротивления крылового профиля методами оптимального управления / Д. Ф. Абзалилов // Матер. 2-й науч.-практ. конф. молодых ученых и специалистов “Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности”. — М.: Изд-во МАИ, 2004. — С. 7–11.
 6. Абзалилов, Д. Ф. Проектирование оптимальных по аэродинамическим характеристикам крыловых профилей методами задач оптимального управления / Д. Ф. Абзалилов // Матер. 4-й межд. шк.-семина. “Модели и методы аэродинамики”. — М.: МЦНМО, 2004. — С. 5–6.
 7. Абзалилов, Д. Ф. Минимизация коэффициента сопротивления крылового профиля методом оптимального управления / Д. Ф. Абзалилов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. — 2005. — № 6. — С. 173–179.
 8. Абзалилов, Д. Ф. Модельные задачи максимизации коэффициента подъемной силы для контуров с устройствами управления потоком / Д. Ф. Абзалилов // XI всерос. съезд по теор. и прикл. механике. Аннотации докл. — Т. 2. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та,

2006. — С. 8.

9. Абзалилов, Д. Ф. Проектирование крылового профиля экраноплана в диапазоне режимов обтекания / Д. Ф. Абзалилов // *Изв. вузов. Авиационная техника*. — 2006. — № 4. — С. 22–25.
10. Абзалилов, Д. Ф. Максимизация коэффициента подъемной силы контура над экраном / Д. Ф. Абзалилов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 2007. — Т. 47, № 2. — С. 302–309.
11. Абзалилов, Д. Ф. Максимизация коэффициента подъемной силы контура с выдувом реактивной струи / Д. Ф. Абзалилов // *Доклады Академии наук России*. — 2007. — Т. 412, № 3. — С. 339–342.
12. Абзалилов, Д. Ф. Проектирование крыловых профилей с устройствами управления потоком в диапазоне режимов обтекания / Д. Ф. Абзалилов // Матер. 7-й межд. шк.-семина. “Модели и методы аэродинамики”. — М.: МЦНМО, 2007. — С. 119–120.
13. Абзалилов, Д. Ф. Проектирование двухэлементного крылового профиля в диапазоне углов атаки / Д. Ф. Абзалилов // *Прикладная механика и техническая физика*. — 2008. — № 5.
14. Абзалилов, Д. Ф. Решение обратной краевой задачи для двухэлементного крылового профиля / Д. Ф. Абзалилов, П. А. Волков // Тез. докл. II межд. науч.-техн. конф. молодых ученых и специалистов “Современные проблемы аэрокосмической науки и техники”. — ЦАГИ: Изд-во “Авиационный печатный двор”, 2002. — С. 8–9.
15. Абзалилов, Д. Ф. Решение обратной краевой задачи аэрогидродинамики для двухэлементного крылового профиля / Д. Ф. Абзалилов, П. А. Волков, Н. Б. Ильинский // Сб. тр. XI всерос. науч.-техн. семина. по управлению движением и навигации летательных аппаратов. — Самара: Изд-во СГАУ, 2003. — С. 234–237.
16. Абзалилов, Д. Ф. Решение обратной краевой задачи аэрогидродинамики для двухэлементного крылового профиля / Д. Ф. Абзалилов, П. А. Волков, Н. Б. Ильинский // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. — 2004. — № 3. — С. 16–24.
17. Абзалилов, Д. Ф. Построение и оптимизация высоконесущих крыловых профилей с отбором внешнего потока / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильин-

- ский // *Ученые записки ЦАГИ*. — 1998. — Т. 29, № 3–4. — С. 52–60.
18. Абзалилов, Д. Ф. Построение крыловых профилей с выдувом реактивной струи / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. — 1999. — № 1. — С. 134–143.
19. Абзалилов, Д. Ф. Расчет и оптимизация аэродинамических сил, действующих на проницаемый крыловой профиль / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский // Матер. 3-й межд. шк.-семина. “Модели и методы аэродинамики”. — М.: МЦНМО, 2003. — С. 5–6.
20. Абзалилов, Д. Ф. Построение устойчивого крылового профиля / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский // *Доклады Академии наук России*. — 2004. — Т. 397, № 4. — С. 481–485.
21. Абзалилов, Д. Ф. Расчет и оптимизация аэродинамических сил, действующих на проницаемый крыловой профиль / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский // Тр. Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. Модели механики сплошной среды: Материалы XVII сессии Межд. школы по моделям механики сплошной среды. — Т. 27. — Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2004. — С. 7–14.
22. Абзалилов, Д. Ф. Об аэродинамических силах, действующих на крыловой профиль с проницаемым участком / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский // *Инженерно-физический журнал*. — 2006. — Т. 79, № 2. — С. 126–130.
23. Абзалилов, Д. Ф. Усовершенствование аэродинамических характеристик крылового профиля путем введения распределенного отсоса пограничного слоя / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Р. Марданов // *Изв. вузов. Авиационная техника*. — 2004. — № 2. — С. 34–38.
24. Абзалилов, Д. Ф. Оптимизация распределения скорости отсасывания пограничного слоя на проницаемых крыловых профилях / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Р. Ф. Марданов // Тр. Матем. центра им. Н.И.Лобачевского. — Т. 1. — Казань: УНИПРЕСС, 1998. — С. 154–159.
25. Абзалилов, Д. Ф. Задача максимизации циркуляции скорости при обтекании гладкого контура с источниками и стоками / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Р. Ф. Марданов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 2000. — Т. 40, № 1. — С. 82–90.

26. *Абзалилов, Д. Ф.* Оптимизация распределенного отсоса пограничного слоя с целью улучшения аэродинамических характеристик крылового профиля / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Р. Ф. Марданов // Тез. докл. межд. науч.-техн. конф. молодых ученых и специалистов “Современные проблемы аэрокосмической науки и техники”. — ЦАГИ: Изд-во “Авиационный печатный двор”, 2000. — С. 30–31.
27. *Абзалилов, Д. Ф.* Построение крылового профиля с отбором внешнего потока / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Г. Ю. Степанов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* — 1996. — № 6. — С. 23–28.
28. *Абзалилов, Д. Ф.* К проблеме проектирования высоконесущих крыловых профилей со щелевым отбором внешнего потока / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Г. Ю. Степанов // Тр. Матем. центра им. Н.И.Лобачевского. Краевые задачи и их приложения: Матер. всерос. науч. конф. — Т. 3. — Казань: УНИПРЕСС, 1999. — С. 206–216.
29. *Абзалилов, Д. Ф.* Построение безотрывно обтекаемого крылового профиля со щелевым отбором внешнего потока в диапазоне углов атаки / Д. Ф. Абзалилов, Н. Б. Ильинский, Г. Ю. Степанов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* — 2000. — № 4. — С. 185–191.
30. *Абзалилов, Д. Ф.* О максимизации подъемной силы гладкого контура с источником и стоком / Д. Ф. Абзалилов, Р. Ф. Марданов // Матер. всерос. молодеж. науч. шк.-конф. по матем. моделированию, геометрии и алгебре. — Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 1998. — С. 9–15.
31. *Абзалилов, Д. Ф.* Минимизация коэффициента аэродинамического сопротивления профилей с распределенным отсосом пограничного слоя / Д. Ф. Абзалилов, Р. Ф. Марданов // VIII всерос. съезд по теор. и прикл. механике. Аннотации докл. — Пермь: Издательский Дом “Типография купца Тарасова”, 2001. — С. 17.
32. *Abzalilov, D. F.* Minimization of an airfoil drag coefficient using optimum control methods / D. F. Abzalilov // Тез. докл. 2-й межд. летней науч. шк. “Гидродинамика больших скоростей”. — Чебоксары: 2004. — С. 12–14.
33. *Abzalilov, D. F.* Minimization of an airfoil drag coefficient using optimum control methods / D. F. Abzalilov // Proceeding of ICCES’05. — India, Chennai: ИТ, 2005. — С. 805–810.