

На правах рукописи



КАЛИНИН Евгений Игоревич

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ПЕРИОДИЧЕСКИХ И СТАЦИОНАРНЫХ
ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2011

Работа выполнена на кафедре аэрогидромеханики
Казанского (Приволжского) федерального университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
доцент,
Мазо Александр Бенцианович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор,
Аганин Александр Алексеевич

доктор физико-математических наук,
профессор,
Исаев Сергей Александрович

Ведущая организация: Институт механики Московского
государственного университета

Защита состоится 29 декабря 2011 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета 212.081.11 при Казанском (Приволжском) федеральном университете, расположенном по адресу: 420008, Казань ул. Кремлевская, 18

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского (Приволжского) федерального университета.

Автореферат разослан 28 ноября 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент



А. А. Саченков

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации. Исследование взаимодействия потока вязкой жидкости с твердыми телами является одной из центральных проблем механики. Известно, что режим таких течений может существенно зависеть от параметров и геометрии задачи. Выделение точек бифуркации (условий, при которых происходит смена режима течения) важно для понимания природы гидродинамических явлений и анализа возникающих неустойчивостей, которые необходимо учитывать при проектировании инженерных конструкций.

Одной из модельных задач, для которой в зависимости от параметров течения существуют как периодические, так и стационарные решения, является задача об обтекании цилиндра, вращающегося вокруг своей оси с постоянной скоростью. Многочисленные эксперименты показывают, что для умеренных чисел Рейнольдса в случае, когда линейная скорость вращения цилиндра превышает скорость набегающего потока более чем в два раза, течение в следе за цилиндром стационарно. Однако, в недавних численных исследованиях этой задачи в двумерной постановке были получены устойчивые периодические решения и для больших скоростей вращения. Детального параметрического анализа таких решений до сих пор проведено не было.

Особый теоретический и практический интерес представляют задачи о термоконвективных течениях. Исследование режимов конвекции вязкой теплопроводной жидкости около нагревателей в каналах и трубах вкупе с изучением поведения локальных характеристик потока позволило бы существенно продвинуться в понимании термогидродинамических процессов, а также выявить новые возможности для интенсификации теплообмена.

Решение названных задач гидродинамики предполагает численное интегрирование уравнений Навье-Стокса. В настоящее время для этого широко используются универсальные коммерческие пакеты программ, такие как FLUENT, CFX, StarCD и др. Унифицированные подходы к построению рас-

четных алгоритмов, применяемые в этих пакетах, наряду с очевидными преимуществами содержат и недостаток, связанный с относительно невысокой скоростью расчетов. К тому же, выявление специфических гидродинамических взаимодействий зачастую требует тонкой настройки решателя, что бывает затруднительно из-за закрытости программного кода. Поэтому построение и тестирование новых экономичных численных алгоритмов для конкретных задач гидродинамики остается актуальной проблемой.

Цель диссертационной работы состоит в разработке метода численного решения уравнений Навье-Стокса и исследовании на его основе стационарных и периодических эффектов, возникающих в течениях вязкой теплопроводной жидкости при обтекании твердых препятствий.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- разработан алгоритм численного решения задач внешнего обтекания системы тел потоком несжимаемой теплопроводной жидкости;
- произведено детальное тестирование предложенного метода на репрезентативных задачах;
- исследовано вынужденное течение около вращающегося кругового цилиндра в широком диапазоне чисел Рейнольдса и скоростей вращения; построена параметрическая карта режимов течения;
- выполнено математическое моделирование естественной конвекции в вертикальном канале около системы нагревателей; исследовано влияние формы и компоновки нагревателей на режим течения и интенсивность теплообмена.

Научная новизна.

- Предложен новый метод численного решения системы уравнений Навье-Стокса в терминах функция тока – завихренность в областях с многосвязной границей.

- По результатам численного моделирования обтекания вращающегося цилиндра безграничным потоком вязкой жидкости впервые построена карта стационарных и периодических режимов течения в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса и скорости вращения; обнаружена область отрицательных значений коэффициента сопротивления.
- Изучены стационарные и периодические режимы естественной конвекции в канале с системой нагревателей различных форм и компоновок.

Практическая значимость. Предложенный численный метод решения системы уравнений Навье-Стокса может быть использован для решения широкого класса задач вычислительной гидродинамики, включая расчет обтекания крыловых профилей, решеток нагревателей и пакетов труб. Результаты моделирования естественной конвекции и теплообмена в каналах с системой нагревателей различных форм и компоновок могут быть применены при проектировании теплообменных аппаратов.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Метод решения системы уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока-завихренность с произвольными числами Рейнольдса для двумерных задач внешнего обтекания системы тел, позволяющий моделировать как вынужденные течения, так и естественную конвекцию в каналах.
2. Детальное тестирование метода на репрезентативных задачах: развитие течения Пуазейля в канале, вязкое безграничное обтекание цилиндра, эллипса и крылового профиля при числах Рейнольдса $Re < 10^6$, естественная конвекция в вертикальном канале около квадратного нагревателя.
3. Параметрическая карта режимов обтекания вращающегося цилиндра в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса и скорости вращения,

включающая два периодических и два стационарных течения, а также течения с отрицательным коэффициентом сопротивления.

4. Закономерности влияния форм и компоновок нагревателей на интенсивность теплообмена, скорость и режим течения при естественной конвекции в вертикальном канале.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: Итоговая научно-образовательная конференция студентов КГУ, 2007, 2008; Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях, г. Алушта, 2010 г.; Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики», г. Евпатория, 2008–2011 гг., Пятая Российская национальная конференция по теплообмену, г. Москва, 2010 г.; Всероссийская молодежная конференция-школа «Современные проблемы математического моделирования», п. Абрау-Дюрсо, 2009 г.; Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, г. Алушта, 2009, 2011 гг.; Всероссийская конференция «Сеточные методы для краевых задач и приложения», г. Казань, 2009 г.; Итоговая научная конференция КФУ 2008–2011 гг.

Достоверность представленных результатов обеспечивается использованием классических уравнений гидромеханики при математической постановке задач, применением апробированных методик к построению вычислительных схем и алгоритмов, тестированием предложенных алгоритмов на репрезентативных задачах, а также хорошим согласованием полученных результатов с известными численными, аналитическими и экспериментальными данными.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 19 печатных работах, из них 4 статьи в изданиях, рекомендуемых ВАК.

Личный вклад автора. Автор диссертации участвовал в постановке задач и обсуждении результатов исследования. Им разработан и запрограммирован экономичный конечноэлементный алгоритм расчета двумерных за-

дач обтекания в переменных функция тока – завихренность. Все расчеты и обработка их результатов выполнены лично автором.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 4 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации составляет 142 страницы, включая 64 рисунка. Библиография включает 147 наименований на 17 страницах.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, отмечена научная новизна и практическая значимость полученных результатов; представлены положения, выносимые на защиту. Далее приводится **обзор литературы** для задач о вязком обтекании вращающегося цилиндра и естественной конвекции в вертикальном канале, а также обзор существующих методов расчета течений вязкой несжимаемой жидкости.

В **первой главе** представлен метод расчета нестационарных задач обтекания системы тел потоком вязкой несжимаемой жидкости.

В **п. 1.1** рассмотрена дифференциальная постановка плоских задач о течении вязкой жидкости в переменных функция тока ψ – завихренность ω . Система определяющих уравнений в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega + \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y}, \quad (1)$$

$$-\Delta \psi = \omega. \quad (2)$$

На обтекаемых контурах γ_i используются условия прилипания

$$\gamma_i: \quad \psi = C_i(t), \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = -V_i, \quad i = \overline{1, N},$$

где V_i – заданная касательная скорость жидкости на контуре γ_i , а $C_i(t)$ – неизвестные функции, для определения которых постановка задачи дополняется

нелокальными условиями

$$\int_{\gamma_i} \left(\frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial n} + f_s \right) ds = 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

На боковых стенках γ_0, γ_{N+1} используются либо условия прилипания

$$\gamma_0 : \quad \psi = C_0(t), \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad \gamma_{N+1} : \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$$

для задач о течении в канале, либо условия идеального скольжения

$$\gamma_0 : \quad \psi = C_0(t), \quad \omega = 0, \quad \gamma_{N+1} : \quad \psi = 0, \quad \omega = 0$$

для задач о безграничном течении.

В задачах с неизвестным расходом $C_0(t)$ и заданным перепадом давления $[p]_0$ между входным и выходным сечениями канала для определения C_0 записывается нелокальное условие

$$\int_{\gamma_0} \left(\frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial n} + f_s \right) ds = [p]_0. \quad (4)$$

Во входном сечении γ_{in} используются однородные граничные условия второго рода

$$\gamma_{in} : \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0.$$

На выходной границе γ_{out} в задачах о течении в канале также применяются "мягкие" условия

$$\gamma_{out} : \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0;$$

при рассмотрении безграничных течений на γ_{out} используются неотражающие конвективные условия

$$\gamma_{out} : \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0.$$

В п. 1.2 проводится дискретизация по времени определяющей системы (1), (2) с использованием двухслойной линеаризованной схемы; приводится

алгоритм решения полудискретизованной системы уравнений с нелокальными граничными условиями (3), (4).

В п. 1.3 строится пространственная аппроксимация определяющих дифференциальных соотношений методом конечных элементов на сетке билинейных четырехугольных элементов. Для подавления нефизичных осцилляций в численном решении уравнения (1) при $Re \gg 1$ аппроксимация конвективного слагаемого осуществляется с применением TVD-подхода. Система сеточных уравнений решается итерационным многосеточным алгебраическим методом (AMG). Параллельная программная реализация вычислительного алгоритма производится на платформе NVIDIA CUDA.

Во второй главе проводится тестирование предложенного метода решения уравнений Навье-Стокса в терминах $\psi - \omega$ на репрезентативных задачах.

В п. 2.1 представлены результаты тестирования алгоритма на двух задачах с известным точным решением. Решение первой задачи описывает периодическое во времени течение в области с многосвязной границей¹. Вторая тестовая задача — установление из состояния покоя течения Пуазейля с числом $Re = 100$ в канале с заданным перепадом давления. Для обеих задач показана сходимость численного решения к точному с уменьшением пространственного шага сетки.

Тестирование алгоритма на известных приближенных решениях и сравнение с известными численными и экспериментальными результатами других авторов проводится в п. 2.2. В качестве тестовых выбраны три задачи.

- 1). Обтекание неподвижного кругового цилиндра при $Re < 500$.
- 2). Обтекание эллипса и крылового профиля с большими Re .
- 3). Обтекание кругового цилиндра при $Re > 10^4$; моделирование турбулентности и кризиса сопротивления.

В задаче 1 подсчитаны распределения давления и касательных напряжений по границе цилиндра, а также коэффициенты сопротивления и числа

¹ Liu J. G., Wang C. High order finite difference methods for unsteady incompressible flows in multi-connected domains//Comp. & Fluids. 2003. №33. Pp. 223-255

Струхалия в зависимости от числа Re ; полученные результаты хорошо согласуются с численными и экспериментальными данными других авторов.

Полученные при решении задачи 2 в диапазоне $10^4 < Re < 10^6$ осредненные по времени распределения коэффициентов давления и касательного напряжения по поверхности обтекаемого тела хорошо согласуются с решением² для эллипса (с отношением полуосей 6:1) и крылового профиля НАСА 64A015 в указанном диапазоне чисел Рейнольдса.

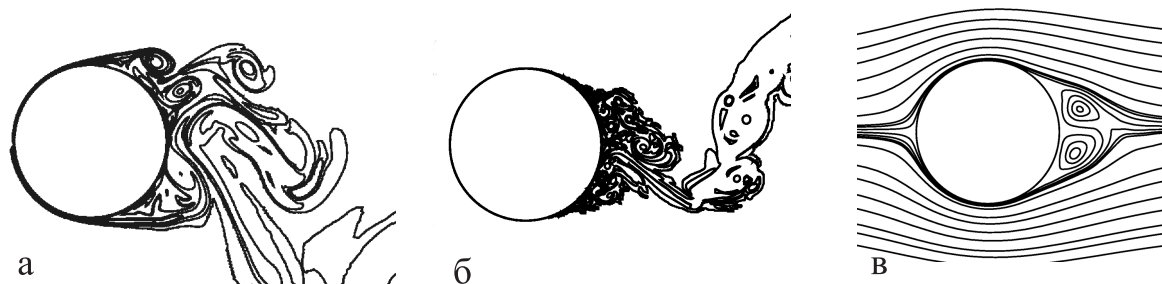


Рис. 1. Поле ω при $Re = 10^4$ (а), $Re = 10^6$ (б); осредненное поле ψ при $Re = 10^6$ (в)

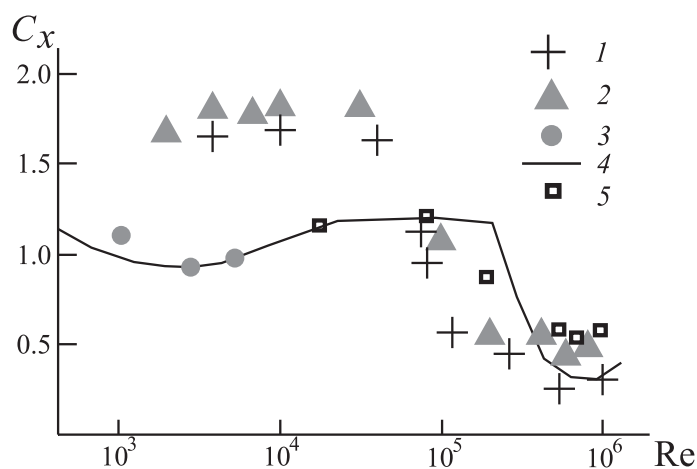


Рис. 2. Кризис сопротивления по расчетным и экспериментальным данным. 1 – наш расчет, 2 – расчет³, 3 – 3D расчет в пакете Fluent, 4 – эксперимент А. Рошко, 5 – расчет⁴

² Петров А. Г. Аналитическая гидродинамика // М.:ФИЗМАТЛИТ, 2009

³ Singh S.P., Mittal S. Flow Past a Cylinder: Shear Layer Instability and Drag Crisis // Int. J. for Num. Meth. in Fl. 2005. v.47. Pp. 75–98

⁴ Dynnikova G.Ya. The Viscous Vortex Domains (VVD) method for non-stationary viscous incompressible flow simulation // Proc. of the IV European Conference on Computational Mechanics, Paris, May 16-21, 2010. http://www.eccm2010.org/complet/fullpaper_193.pdf

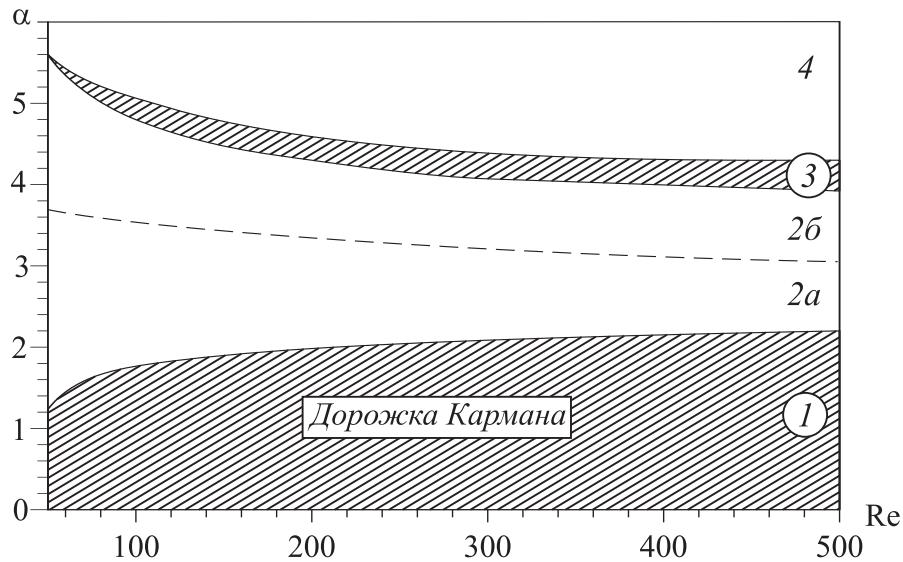


Рис. 3. Параметрическая карта режимов течения (периодические зоны заштрихованы)

Численное решение тестовой задачи 3 воспроизводит известные особенности качественной перестройки течения при увеличении числа Рейнольдса. На рис. 1 показаны мгновенные поля завихренности для ламинарного при $Re = 10^4$ (а) и турбулентного при $Re = 10^6$ (б) режима течения, а также осредненные по времени линии тока (в). Хорошо видно смещение линий отрыва потока вниз по течению и сужение турбулентного следа за телом.

Осредненные коэффициенты сопротивления (рис. 2) отражают эффект кризиса сопротивления при $Re \approx 10^5$ и удовлетворительно согласуются с альтернативными результатами прямого численного решения двумерной системы Навье-Стокса. С помощью решения задачи в трехмерной постановке с применением пакета FLUENT показано, что причиной отклонения полученных C_x при $Re < 10^5$ от экспериментальных данных является применение двумерной постановки.

В **третье главе** проводится детальное параметрическое исследование задачи об обтекании кругового цилиндра, вращающегося с безразмерной скоростью α в диапазоне $50 \leq Re \leq 500$, $0 \leq \alpha \leq 7$. На основе проведенных расчетов построена параметрическая карта режимов течения (рис. 3), на которой выделена область периодического течения с образованием дорожки Кармана в следе за цилиндром (зона 1), области стационарного течения с по-

ложительным (зона 2а) и отрицательным (зона 2б) коэффициентом сопротивления, область периодического течения со срывом крупных вихрей с верхней кромки цилиндра (зона 3) и область стационарного течения при больших скоростях вращения (зона 4). Мгновенное поле завихренности для второго периодического режима представлено на рис. 4.

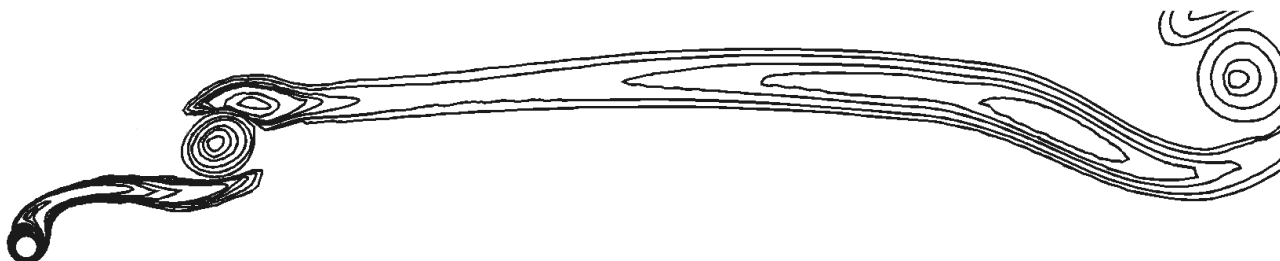


Рис. 4. Поле ω при $Re = 200$, $\alpha = 4.5$

На рис. 5 показано, что для больших скоростей вращения коэффициент сопротивления стремится к нулю, а подъемная сила неограниченно возрастает по закону, близкому к линейному $C_y = 2\pi\alpha$, что подтверждает асимптотическое решение задачи при $\alpha \rightarrow \infty$ ⁵.

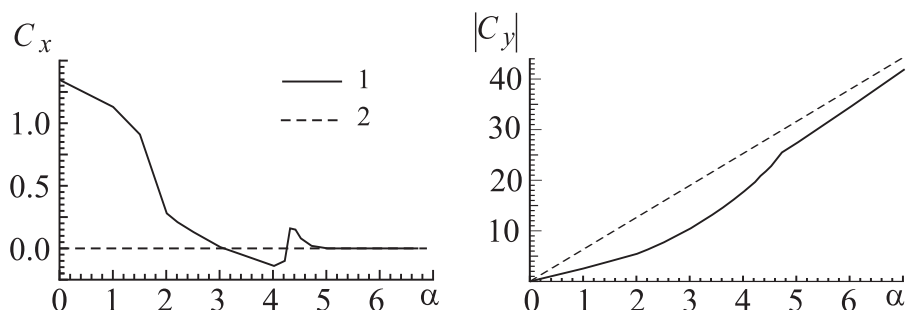


Рис. 5. Зависимость коэффициентов C_x и C_y от скорости вращения α для $Re = 200$.

1 – наш расчет; 2 – решение задачи о циркуляционном обтекании

Рассчитанные линии тока вязкого течения при больших α близки к линиям тока потенциального течения (рис. 6).

В **четвертой главе** рассматривается задача о естественной конвекции в вертикальном канале с теплоизолированными стенками и помещенными

⁵ Moore D. W. The flow past a rapidly rotating circular cylinder in a uniform stream // J. Fluid Mech. 1957. №2. Pp. 541–550

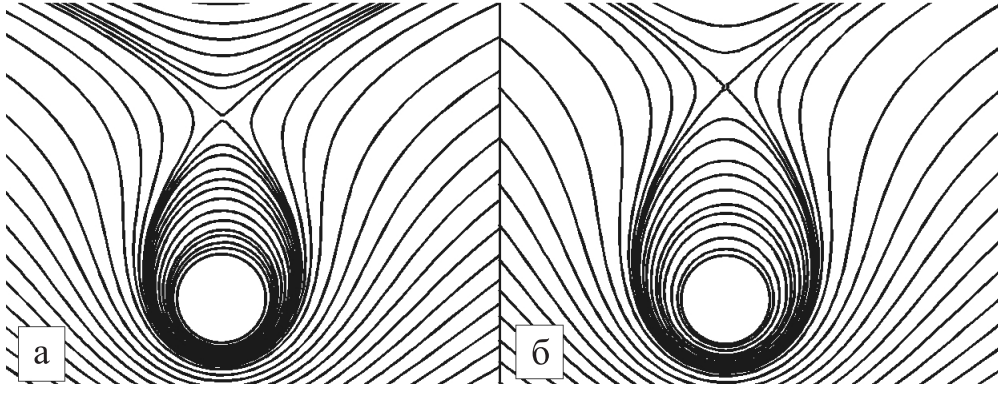


Рис. 6. Линии тока при вязком ($Re = 200$) (а) и потенциальном (б) обтекании вращающегося со скоростью $\alpha = 5$ цилиндра

в него нагревателями. Температурное расширение жидкости учитывается в рамках приближения Буссинеска. В декартовой системе координат с осью x , направленной против силы тяжести, ускорение массовых сил в безразмерном виде записывается как $\mathbf{f} = (T, 0)$. Для расчета температурного поля постановка задачи (1), (2) дополняется уравнением конвективной теплопроводности

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{1}{Re} \Delta T, \\ \gamma_{in} : \quad \frac{\partial T}{\partial n} &= 0, \quad \gamma_{out} : \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \\ \gamma_0, \gamma_{N+1} : \quad \frac{\partial T}{\partial n} &= 0, \quad \gamma_i : \quad T = 1, \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (5)$$

В рассматриваемой задаче безразмерные числа Re и Pe определены через характерную скорость естественной конвекции $u_0 = \sqrt{\beta(T_1 - T_0)Dg}$.

Сеточная схема для задачи (5) строится по аналогии со схемой для уравнения переноса завихренности (1): используется метод конечных элементов и TVD-подход для аппроксимации конвективной производной.

Для тестирования метода численного решения задач о естественной конвекции в вертикальном канале производится расчет течения около квадратного нагревателя. Полученные картины и скорости течения, а также интегральные числа Нуссельта Nu при $Gr = Re^2 < 10^5$, $Pr = Pe/Re = 0.72$ хорошо совпадают с известными численными и экспериментальными данны-

ми⁶.

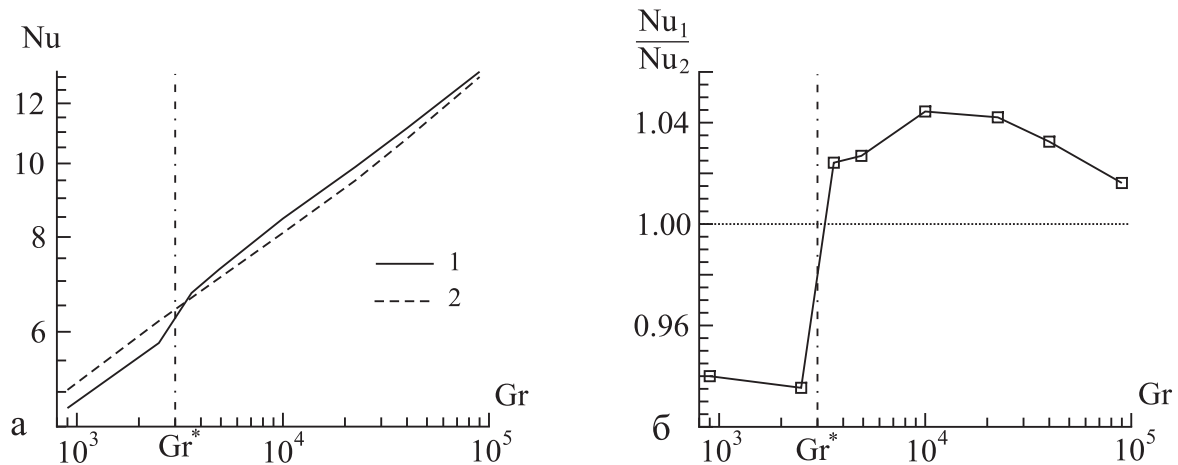


Рис. 7. Интегральное число Nu в зависимости от чисел Gr при конвекции около кругового (кривая 1) и профилированного (2) нагревателей (а); отношение чисел Нуссельта для кругового Nu_1 и профилированного Nu_2 нагревателей (б)

В п. 4.2 рассматривается задача о конвекции около одиночных изопериметрических нагревателей круговой (с диаметром D) и профилированной (NASA 0040) формы при $Pr = 0.72$, $10^3 < Gr < 10^5$. Нагреватели расположены в канале длины $60D$ ширины $5D$ на расстоянии $15D$ от входного сечения. Показано, что для кругового нагревателя в зависимости от числа Gr наблюдается стационарное ($Gr < Gr^* \approx 3 \cdot 10^3$) либо периодическое ($Gr > Gr^*$) течение. При смене режима происходит заметное увеличение интенсивности теплообмена. Для профилированного нагревателя в указанном диапазоне параметров течение стационарно. Установлено, что в стационарном режиме обтекания теплоотдача кругового цилиндра ниже, чем профилированного; однако при $Gr > Gr^*$ сравнительные показатели интенсивности теплообмена меняются (рис. 7).

В п. 4.3 проведено моделирование естественной конвекции около системы нагревателей различных компоновок при $Gr = 10^4$, $Pr = 0.72$.

Показано, что расположение нагревателей на линии поперек потока оказывается более эффективным по скорости конвективного течения и по тепло-

⁶ Khodary K., Bhattacharyya T. K. Optimum natural convection from square cylinder in vertical channel // Int. J. of Heat and Fluid Flow. 2006. №27. Pp. 167–180.

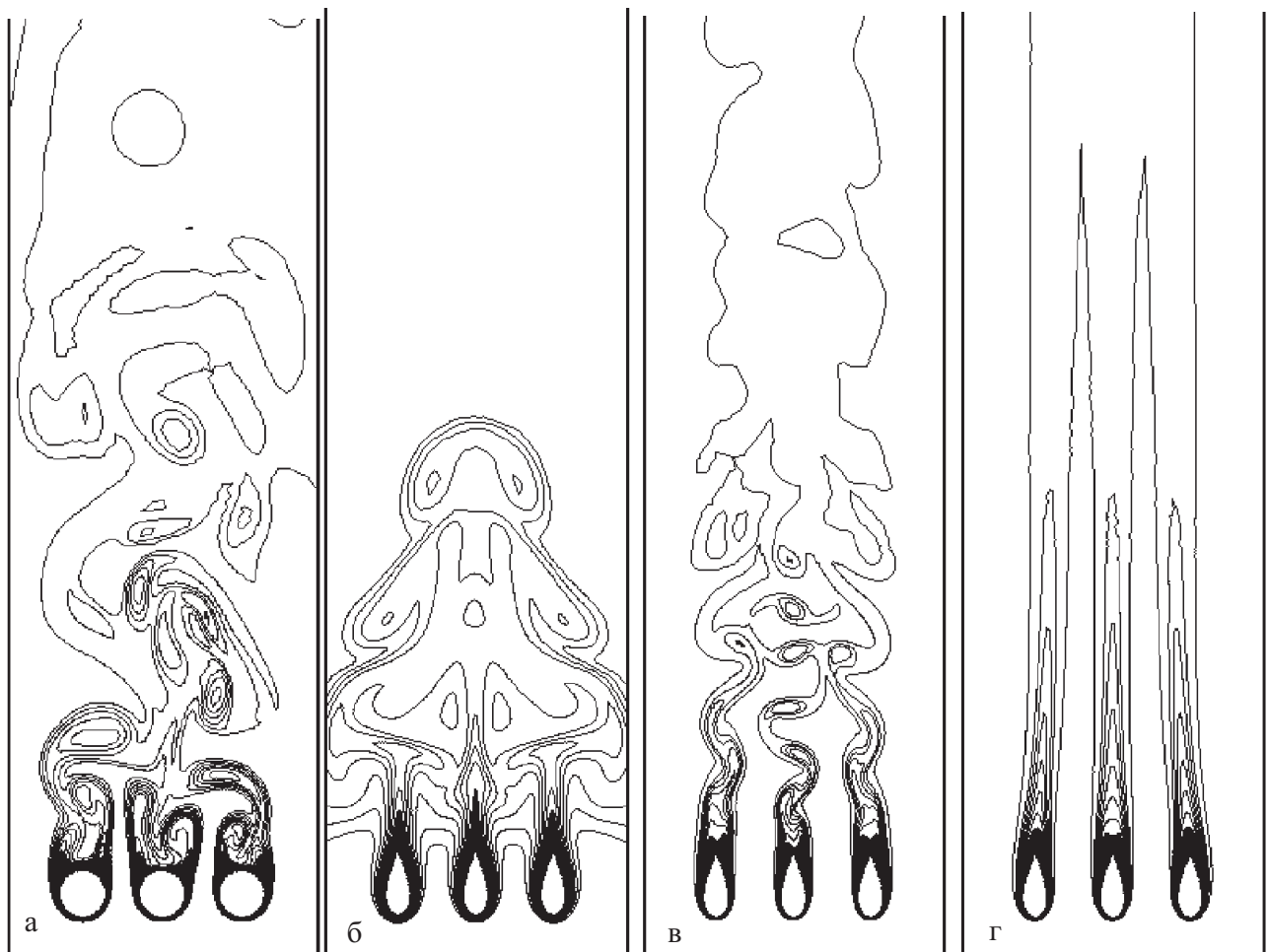


Рис. 8. Поле температур при конвекции около круговых и профилированных нагревателей на моменты времени $t = 130$ (а), $t = 20$ (б), $t = 80$ (в), $t = 360$ (г)

съему с поверхности нагревателей, по сравнению с расположением на линии вдоль потока. При конвекции около четырех цилиндрических нагревателей, расположенных квадратом, скорость течения оказывается большей, а интенсивность теплообмена – меньшей, по сравнению с шахматным расположением.

В п. 4.3.3 изучается развитие конвективного течения в канале из состояния покоя. Рассмотрены случаи трех изопериметрических нагревателей круговой и профилированной формы, расположенных поперек потока. Течение около круговых цилиндров оказывается квазипериодическим (рис. 8, а), а около профилированных – развивается в несколько этапов. Сначала над нагревателями образуются грибовидные температурные факелы, которые с

продвижением по каналу объединяются в один (рис. 8, б). При достижении скорости в канале критического значения $u \approx 3$ в следе над нагревателями образуется вихревая дорожка Кармана (рис. 8, в). Когда факел покидает верхнюю границу канала, скорость конвекции уменьшается, и дорожки Кармана в следе за нагревателями затухают. Окончательно устанавливается стационарный режим конвекции (рис. 8, г). В итоге профилированные нагреватели обеспечивают больший расход жидкости, а круговые – бóльшую интенсивность теплообмена.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

Список публикаций по теме диссертации

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. *Калинин Е.И.* Численное решение задач обтекания системы тел в переменных «функция тока-завихренность» / Калинин Е.И., Мазо А.Б. // Ученые записки КазГУ. Серия физ.–мат. науки. 2009. – т.151, кн.3. С. 149–159.
2. *Калинин Е.И.* Численное моделирование естественной конвекции в вертикальном канале с системой нагревателей / Калинин Е.И., Мазо А.Б. // Изв. высших уч. заведений. Сев.–Кав. регион. Серия естественные науки. 2010. – №6. С. 19–23.
3. *Калинин Е.И.* Стационарные и периодические режимы обтекания вращающегося цилиндра / Калинин Е.И., Мазо А.Б. // Ученые записки ЦАГИ. 2011. – т.42, №5. С. 59–71.
4. *Калинин Е.И.* Влияние формы нагревателей на теплообмен при естественной термоконвекции в вертикальном канале / Калинин Е.И., Мазо А.Б. // Тепловые процессы в технике. 2011. – №4. С. 159–164.

Работы, опубликованные в других изданиях:

5. *Гарнышев М.Ю.* Численное моделирование естественной конвекции вязкой жидкости в канале с несколькими нагревателями / Гарнышев М.Ю.,

- Калинин Е.И., Мазо А.Б. // Тр. Мат. центра им. Н.И. Лобачевского. 2006. – т.34. С. 51–54.
6. *Калинин Е.И.* Стационарные и периодические режимы естественной конвекции около горизонтальной решетки цилиндрических нагревателей / Калинин Е.И.// Сборник статей итоговой научно – образовательной конференции студентов КГУ 2007. – С. 48–51.
 7. *Мазо А.Б.* Решение задач обтекания в переменных «функция тока - вихрь» методом конечных элементов с применением TVD-подхода / Мазо А.Б., Калинин Е.И.// Модели и методы аэродинамики. Материалы VIII Международной школы-семинара. г. Евпатория, 4-13 июня, 2008. – С. 100–101.
 8. *Калинин Е.И.* Численное моделирование сложных термоконвективных течений / Калинин Е.И.// Сборник статей итоговой научно – образовательной конференции студентов КГУ. 2008. – С. 68–70.
 9. *Калинин Е.И.* Численное решение задачи об обтекании системы тел в переменных «функция тока – завихренность» / Калинин Е.И.// Тр. Мат. Центра им. Н.И. Лобачевского. 2008. – №37. С. 67–69.
 10. *Калинин Е.И.* Математическое моделирование термоконвективных процессов в переменных функция тока-завихренность / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Сборник трудов XIII Всероссийской молодежной конференции-школы «Современные проблемы математического моделирования», п. Абрау-Дюрсо, 2009 г. – С. 252–258.
 11. *Калинин Е.И.* Метод расчета сложных термоконвективных течений на основе уравнений Навье-Стокса в преобразованных переменных / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, г. Алушта, 2009 г. – С. 368–370.
 12. *Калинин Е.И.* Алгоритмы расчета давления при решении уравнений Навье-Стокса в преобразованных переменных / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Модели и методы аэродинамики. Материалы IX Международной школы-

- семинара, г. Евпатория, 2009 г. – С. 100–101.
13. *Калинин Е.И.* Расчет вязкого обтекания тела при больших числах Рейнольдса при помощи МКЭ / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Материалы VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях, г. Алушта, 2010 г. – С. 303–306.
 14. *Калинин Е.И.* Расчет вязких отрывных течений на основе МКЭ с помощью технологии CUDA / Калинин Е.И.// Материалы VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях, г. Алушта, 2010 г. – С. 371–373.
 15. *Калинин Е.И.* Расчет вязкого обтекания вращающегося цилиндра в до- и закритических режимах / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Модели и методы аэродинамики. Материалы X Международной школы-семинара, г. Евпатория, 2010 г. – С. 78–79.
 16. *Калинин Е.И.* Теплообмен при свободной конвекции в канале с нагревателями различной формы / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену. т.3, Свободная конвекция. Теплообмен при химических превращениях. 2010. – С. 82–85.
 17. *Калинин Е.И.* Численное моделирование ламинарного обтекания вращающегося цилиндра / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Материалы VIII Всероссийской конференции «Сеточные методы для краевых задач и приложения». 2010. – С. 228–233.
 18. *Калинин Е.И.* Численное моделирование развития турбулентности в отрывных течениях / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Модели и методы аэродинамики. Материалы XI Международной школы-семинара, г. Евпатория, 2011 г. – С. 78–79.
 19. *Калинин Е.И.* Прямое численное моделирование кризиса сопротивления при обтекании кругового цилиндра / Калинин Е.И., Мазо А.Б.// Материалы XVII Международной конференции по выч. механике и современным прикладным программным системам, г. Алушта, 2011 г. – С. 368–370.