

*Солн*

*Соловьёв Сергей Анатольевич*

**КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФОРМЫ  
ОБТЕКАЕМЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ  
БЕЗ ВЫДУВА И С ВЫДУВОМ СТРУЙ**

01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**КАЗАНЬ – 2011**

Работа выполнена в Отделе краевых задач Научно-исследовательского института математики и механики им Н.Г. Чеботарева Казанского (Приволжского) федерального университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор, заслуженный деятель науки  
России и Татарстана  
*Ильинский Николай Борисович*

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
*Кусюмов Александр Николаевич*

доктор физико-математических наук,  
профессор, заслуженный деятель  
науки Татарстана  
*Салимов Расих Бахтигареевич*

Ведущая организация: НИУ Самарский государственный  
аэрокосмический университет  
им. С.П. Королева

Защита состоится 29 сентября 2011г. в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.081.11 при Казанском (Приволжском) федеральном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Казанского (Приволжского) федерального университета.

Автореферат разослан “\_\_” июня 2011г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физ.-мат. наук, доцент



А.А. Саченков

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена разработке численно-аналитических методов расчета и проектирования непроницаемых осесимметричных тел и тел, обтекаемых с выдувом реактивных струй.

**Актуальность работы.** Использование методов обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА) наиболее эффективно при проектировании формы контуров летательных аппаратов обладающих необходимыми аэродинамическими характеристиками, чем методы, заключающиеся в подборе формы контура с многократным решением прямых задач. При рассмотрении пространственных течений часто приходится иметь дело с задачами обтекания осесимметричных тел, например, проектирование фюзеляжей самолетов и дирижаблей, проектирование подводных аппаратов. Применение устройств активного управления потоком является одним из способов улучшения аэродинамических характеристик профилей крыльев. Для осесимметричных тел также могут использоваться устройства, снижающие сопротивление трения, а выдув струи во внешний поток также может моделировать истечение газовых струй из сопла двигателя.

**Целью настоящей диссертации** является развитие итерационных методов определения форм непроницаемых осесимметричных тел и тел, обтекаемых с выдувом реактивных струй; развитие методов построения симметричных профилей и расчета осесимметричных тел с устройствами выдува во внешний поток в том числе с выдувом навстречу потоку; составление на основе разработанных методов алгоритмов вычисления и их программная реализация; проведение числовых расчетов; исследование влияния расположения устройств выдува и параметров выдуваемой струи на аэродинамические характеристики тел.

**Научная новизна.** В диссертации в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости (ИНЖ) разработан комбинированный метод решения задачи построения формы обтекаемого непроницаемого осесимметричного тела. Учтены условия замкнутости

контура меридионального сечения тела, при этом не требуется задание начального приближение геометрии тела вращения. Решены задачи определения форм тел вращения, обтекаемых с выдувом реактивных струй из кормовой части тела и из кольцевого канала. Проведены расчеты для разных положений канала на теле и вычислены аэродинамические силы, действующие на тела. Поставлена и решена задача построения форм осесимметричных тел, обтекаемых с выдувом реактивной струи навстречу дозвуковому потоку. Решена задача построения обтекаемого тела вращения с учетом вязкости по модели пограничного слоя (ПС).

**Достоверность полученных результатов** и сделанные на их основе выводы обеспечены в рамках принятых моделей применением строгих математических методов при построении решений и численных расчетов. Подтверждением сходимости разработанного комбинированного метода к верным результатам служат проведенные многочисленные тестовые расчеты, когда решение строилось по распределенным аэродинамическим характеристикам для известных тел вращения. Кроме того, для сопоставления результатов с учетом вязкости проведены расчеты в пакете Fluent, которые показали хорошее совпадение.

**Практическая ценность.** Разработанные в диссертации методы, полученные решения задач, алгоритмы численной реализации и построенные профили могут быть использованы при проектировании дозвуковых летательных аппаратов, а также подводных аппаратов.

**Апробация работы.** Результаты диссертации по мере их получения были доложены на семинарах Отдела краевых задач (руководитель Н.Б. Ильинский); на итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (секция аэрогидромеханики) за 2007-2011 гг.; 5-й международной конференции "Авиация и космонавтика" (г. Москва, МАИ, 2006); Молодежной научной школе-конференции "Лобачевские чтения" за 2006, 2009, 2010 гг. (г. Казань); 4-й научно-практической конферен-

ции молодых ученых и специалистов "Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности" (г. Москва, ОКБ Сухого, 2007); Научно практической конференции студентов и аспирантов "Актуальные проблемы городского хозяйства и социальной сферы города" (г. Казань, 2007); Международной школы-семинара "Модели и методы аэродинамики" за 2009, 2010 гг. (г. Евпатория); XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2009); XXI научно-технической конференции по аэродинамике (г. Москва, ЦАГИ, 2010); "Современные проблемы механики сплошных сред", посвященной 75-летию проф. А.Г. Терентьева (г. Чебоксары, 2011).

**Публикации.** Основное содержание диссертации опубликовано в 5 статьях и 9 тезисах. Список основных публикаций приведен в конце автореферата.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, содержащих пятнадцать параграфов, заключения и списка литературы. Содержит 123 страницы, 4 таблицы и 41 рисунок. Библиографический список состоит из 84 наименований работ отечественных и зарубежных авторов.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** дан обзор литературы по развитию методов расчета и проектирования непроницаемых профилей крыльев и осесимметричных тел, а также профилей и тел с устройствами управления потоком, улучшающими аэродинамические характеристики.

ОКЗА составляют часть общей теории обратных краевых задач (ОКЗ) для аналитических функций. Первые постановки этих задач связаны с такими именами как F. Weining, A. Betz, W. Mangler, R. Eppler, Г.Г. Тумашев, М.Т. Нужин, Г.Ю. Степанов и др. Основной целью ОКЗА является определение формы крылового профиля по заданному на его поверхности распре-

лению скорости или давления.

Одними из первых, посвященных расчету осесимметричных тел, явились работы Т. von Karman'a для проектирования дирижаблей с размещением по оси симметрии тела распределенных источников и стоков. Развитие панельного метода позволило рассчитывать тела произвольной формы, располагая гидродинамические особенности на поверхности тела. Такой подход использован в работах J.L. Hess'a, A.M.O. Smith'a, Л.А. Маслова, W.L. Oberkampf'a, L.E. Watson'a, С.М. Белоцерковского и др.

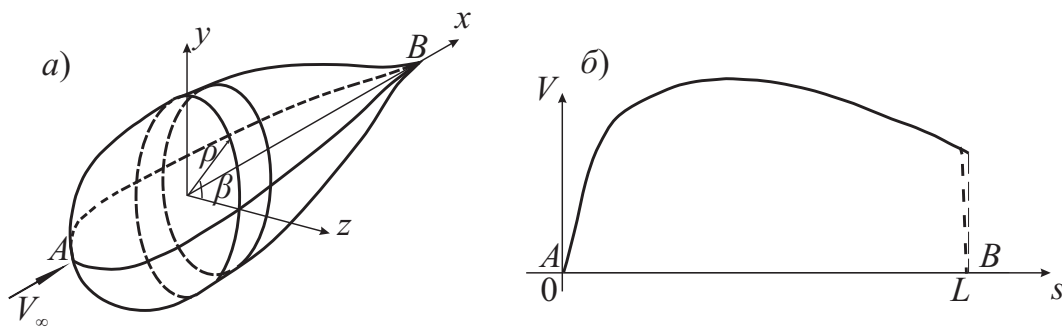
При проектировании тел вращения известные методы решения ОКЗА в основном являются итерационными. О.М. Киселевым был предложен метод построения осесимметричного тела по заданному распределению скорости путем отображения на каноническую область. В работах M.F. Zedan'a, С. Dalton'a итерационным способом с использованием панельного метода решены ОКЗА для осесимметричного тел. Вопросы выполнения условий разрешимости в этих работах не рассмотрены.

Применение устройств управления потоком позволяет добиться улучшения аэродинамических характеристик, Д.Ф. Абзалиловым, Н.Б. Ильинским решена задача проектирования крылового профиля с устройством выдува реактивной струи. Л.И. Седовым было отмечено, что одним из способов увеличения скорости движения тел в жидкости является выброс струи вперед по потоку. Н.Б. Ильинским, Р.Ф. Мардановым решена задача о нахождении формы симметричного профиля крыла с устройством выдува из головной части профиля реактивной струи навстречу дозвуковому потоку.

Если обтекание является безотрывным, то удобно использование модели ПС, когда вязкость учитывается только около поверхности тела, а течения вне ПС считается идеальным. W. Mangler'ом и независимо Е.И. Степановым были получены формулы преобразования уравнений осесимметричного ПС к виду уравнений плоского ПС. Таким образом можно использовать

разработанные методы расчета ПС для плоских контуров применительно к расчету осесимметричных тел. Можно отметить работы J.L. Hess'a, Th. Lutz'a, посвященные расчету тел вращения с учетом вязкости по модели ПС.

В **первой главе** изложено решение ОКЗА для непроницаемого осесимметричного тела, обтекаемого потоком ИНЖ. В §1 дана постановка задачи. Требуется определить форму контура меридионального сечения тела (фиг. 1, а), обтекаемого осесимметричным потоком с заданной скоростью на бесконечности  $V_\infty$ , по заданному на этом контуре распределению скорости  $V = V(s)$  (фиг. 1, б).



Фиг. 1

В §2 изложена идея численно-аналитического метода решения ОКЗА для осесимметричного тела. Этот метод использован при решении задач всех глав настоящей диссертации. Для решения задачи строится следующий итерационный процесс, основанный на комбинировании методов решения ОКЗ для симметричного профиля и прямой краевой задачи (ПКЗ) для осесимметричного тела.

1. Выбирается начальное приближение распределения скорости  $V_1^{(0)}$  для решения ОКЗА для симметричного профиля в виде  $V_1^{(0)}(s) = V(s)$ ,  $k = 0$ .

2. По этому распределению скорости находится контур  $L^{(k)}$  как решение ОКЗА в плоском случае.

3. Если построенный контур  $L^{(k)}$  окажется разомкнутым, то его замыкание реализуется по методу квазирешения.

4. Далее определяется  $V_2^{(k)}(s)$  как решение ПКЗ для осесимметричного тела, меридиональным сечением которого является контур  $L^{(k)}$ .

5. Вычисляется невязка  $\delta^{(k)}(s) = V(s) - V_2^{(k)}(s)$ .

6. Новое приближение распределения скорости для плоской ОКЗА определяется по формуле  $V_1^{(k+1)}(s) = V_1^{(k)}(s) + \lambda \delta^{(k)}(s)$ , где  $\lambda \in [0, 1]$ .

7. Полагается  $k = k + 1$  и переход на шаг 2.

Для выхода из итерационного процесса используются следующие два условия:  $\|\delta^{(k)}(s)\| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданное положительное число (тогда полученное решение с заданной точностью совпадет с заданным распределением скорости);  $\|V_2^{(k+1)}(s) - V_2^{(k)}(s)\| < \varepsilon$ , так как обратная задача в общем случае может не иметь решения в классе замкнутых контуров.

Таким образом, на каждой итерации необходимо решить две основные задачи: построить контур симметричного профиля на шаге 2 для нового приближения меридионального сечения осесимметричного тела и определить распределение скорости по этому меридиональному сечению на шаге 4.

При решении обратной краевой задачи в плоском случае требуется определить форму симметричного крылового профиля по заданному на его поверхности распределению скорости. Задача решается с использованием методов ОКЗА с рассмотрением комплексного потенциала  $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$  и отображением на каноническую плоскость, выполнение условий разрешимости достигается методом квазирешения<sup>1</sup>.

Решение ПКЗ в осесимметричном случае проводится панельным методом, в качестве панелей выбирались идущие вдоль тела вращения кольца с распределенными по ним источниками и сто-

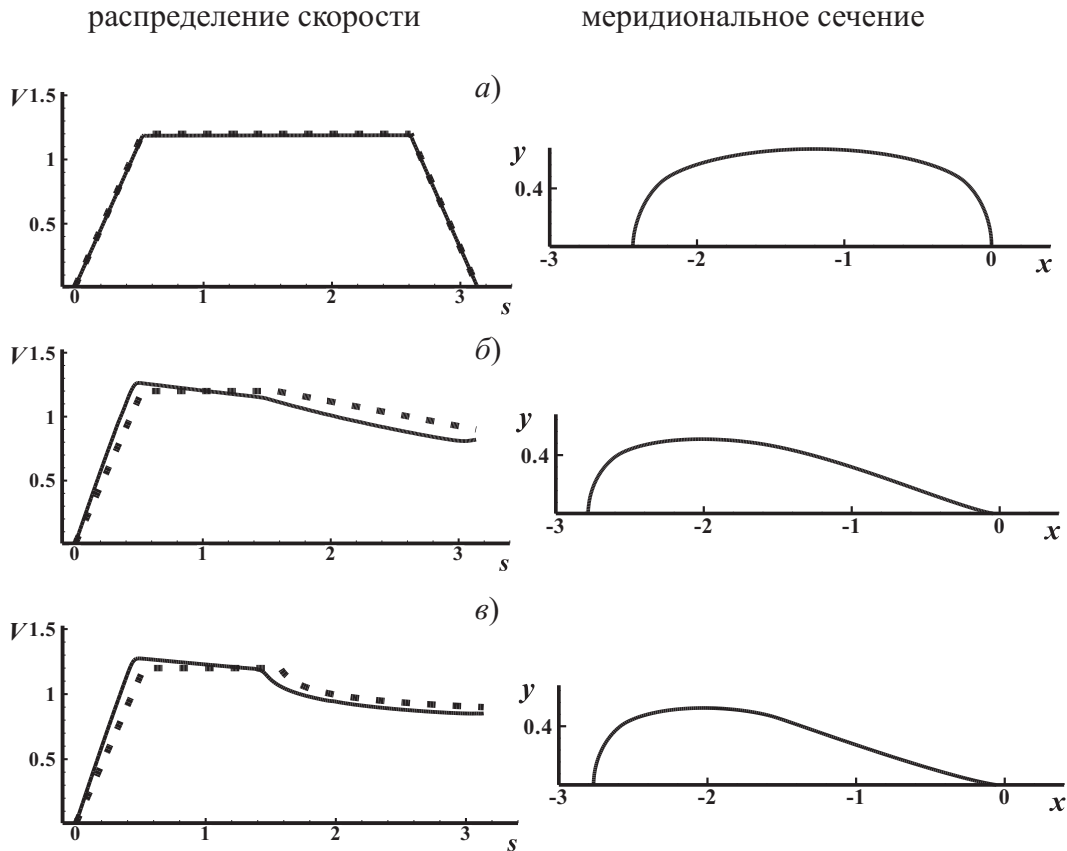
---

<sup>1</sup>Елизаров А.М. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики / А.М. Елизаров, Н.Б. Ильинский, А.В. Поташев. – М.: Наука. – 1994. 440 с.

ками. Потенциал скорости  $\Phi(x, y)$  складывается из потенциала невозмущенного потока  $\Phi_\infty = V_\infty x$  и суммы потенциалов  $\Phi_i(x, y)$ , индуцируемых гидродинамическими особенностями на панелях. Тогда потенциал в  $k$ -ой точке примет вид

$$\Phi(x_k, y_k) = V_\infty x_k + \sum_{i=1}^N \Phi_i(x_k, y_k) = V_\infty x_k - \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi} \int \frac{dS}{r_{ki}}.$$

Значения интенсивностей особенностей  $q_i$  определяются из условия непротекания через поверхность тела  $V_n = \partial\Phi/\partial n = 0$ . Касательная составляющая скорости находится в виде  $V_s = \partial\Phi/\partial s$ .



Фиг. 7

В §3 приведены примеры построения осесимметричных тел. Для тестирования метода проведены расчеты, когда в качестве исходных были взяты распределения скоростей, полученные решением прямой задачи для заданных тел. Все проведенные рас-

четы показали, что итерационный процесс сходится к исходному контуру в среднем за 8–10 итераций с точностью  $\|\delta^{(k)}(s)\| \sim 10^{-6}$ .

На фиг. 7 приведены примеры построения: заданные распределения скоростей изображены штриховыми линиями, полученные меридиональные сечения и распределения скоростей по ним – сплошными. Так как обратные задачи в общем случае могут не иметь решения в физически реализуемом классе, то можно сказать, что для заданного распределения скорости на фиг. 7, б, в (штриховые линии), заданной величины скорости набегающего потока физически реализуемое решение не существует, но использование метода квазирешения на одном из шагов итерационного процесса позволяет сказать, что полученное решение (сплошные линии) в некоторой степени минимально отличается от заданного распределения скорости. Все проведенные расчеты показали, что итерационный процесс сходится достаточно быстро (в среднем 8 – 10 итераций), обеспечивая быстроту работы программ, реализующих этот метод.

**Вторая глава** посвящена решению ОКЗА для осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом реактивной струи из кормовой части тела. В §4 приведена постановка задачи. Искомое осесимметричное тело обтекается потоком ИНЖ с заданной плотностью  $\rho$ , скоростью  $V_\infty$  и давлением  $p_\infty$  на бесконечности. Контур меридионального сечения тела состоит из непроницаемого участка и прямолинейного канала в кормовой части тела. Из канала выдувается струя ИНЖ с плотностью  $\rho_j$ , скоростью  $V_{j\infty}$  при давлении  $p_\infty$  (здесь и далее индексом  $j$  обозначены параметры струи). На контуре задано распределение скорости потока  $V = V(s)$ . Также задана ширина канала  $h$  или расход  $Q$ . При переходе через линию тока  $l$ , отделяющую реактивную струю от внешнего потока, то есть границу струи, давление меняется непрерывно, а скорость – скачком согласно соотношению

$$\rho_j V_j^2 = \rho V^2 + \mu \rho V_\infty^2, \quad (4.1)$$

следующему из интеграла Бернулли, где безразмерный параметр  $\mu \in [0, \infty)$  характеризует энергию выдуваемой жидкости.

В §5 описаны способы решения задачи в случае выдува реактивной струи из кормовой части для основного итерационного процесса комбинированного метода. При решении ОКЗА для симметричного профиля с выдувом реактивной струи получаем задачу, относящуюся к классу задач взаимодействия потоков с различными параметрами. При решении использован способ Д.В. Маклакова<sup>2</sup>, заключающийся в том, что область течения отображается на одну каноническую область, в которой рассматривается кусочно-аналитическая функция  $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ , терпящая разрыв на линии раздела сред. Для нахождения этой функции строится внутренняя итерационная процедура.

Решение ПКЗ для осесимметричного тела с выдувом реактивной струи проводится панельным методом. Линия раздела сред  $l$  представляется панелями с расположенными на них гидродинамическими особенностями. Изначально форма линии  $l$  неизвестна, поэтому не известны координаты концов панелей и особенностей. На поверхности задаются условия непротекания и скачка касательных составляющих скорости в соответствии с характеристиками выдуваемой струи, в результате получаем систему нелинейных уравнений. В настоящей работе реализован алгоритм, построенный на замене решения нелинейной системы уравнений решением задачи методом итераций с разделением внешнего течения и течения в струе. Для этого строится вторая внутренняя итерационная процедура. В качестве начального приближения к  $l$  выбирается линия параллельная оси  $x$ . Используя условие равенства расхода через канал для скорости на линии раздела в канале  $Q = \pi y^2 V_j$  и во внешнем потоке  $Q = \pi y^2 \tilde{V}$ , где  $\tilde{V} = \sqrt{(\rho/\rho_j)(V^2 + \mu V_\infty^2)}$ , новое приближение ординат  $l$  находится в виде  $y^* = y \sqrt{V_j/\tilde{V}}$ . Процесс продолжается до достижения усло-

---

<sup>2</sup>Маклаков Д.В. Нелинейные задачи гидродинамики потенциальных течений с неизвестными границами. – М.: Янус-К. – 1997. 280 с.

вия (4.1) на границе струи.

В §6 приведены результаты расчетов для разных значений величины энергии выдуваемой струи и распределений скорости вдоль тел как при тестовых расчетах, когда форма тел одинакова, так и при решении задач построения тел. Все проведенные расчеты показали, что изменение параметров выдуваемой струи незначительно влияет на форму линии раздела сред и на распределенные аэродинамические характеристики вдоль непроницаемого участка поверхности тела.

В силу осевой симметрии задачи, на искомое тело будет действовать только сила сопротивления  $R_x$  или сила тяги, если  $R_x < 0$ . Строгий аналитический вывод для аэродинамических сил, действующих на плоский проницаемый профиль, приведен в работе Д.Ф. Абзалилова и Н.Б. Ильинского<sup>3</sup>, где

$$R_x = -\rho_j V_{j\infty} Q. \quad (6.1)$$

Результирующая сила, полученная из уравнения движения ИНЖ:

$$\mathbf{R} = \oint_{S_1 \cup S_2} [p\mathbf{n} + \rho\mathbf{V}(\mathbf{V}, \mathbf{n})] ds = \mathbf{R}_p + \mathbf{R}_j. \quad (6.2)$$

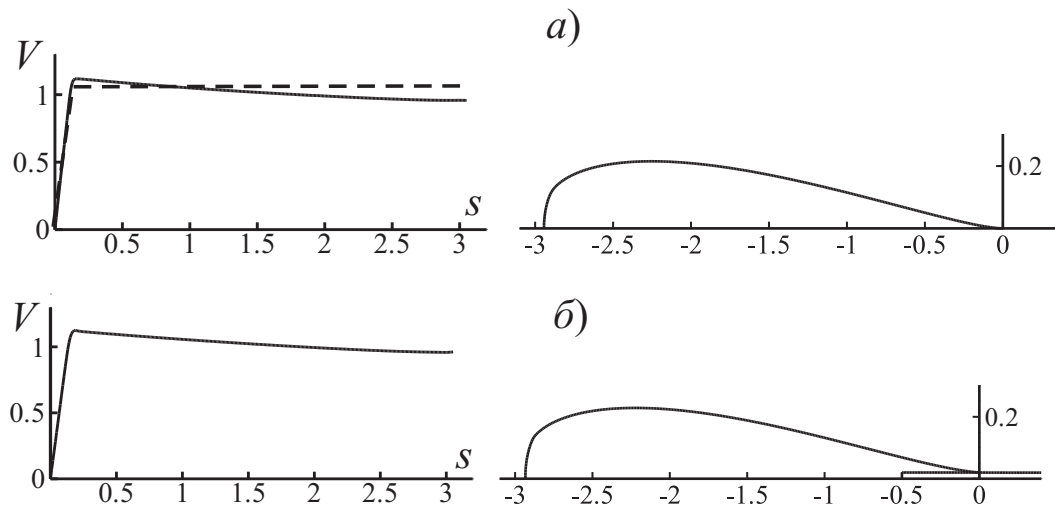
Здесь  $S_1$  – непроницаемая,  $S_2$  – проницаемая часть поверхности тела,  $\mathbf{n}$  – нормаль, внутренняя к поверхности тела,  $\mathbf{R}_p$  – интеграл сил давления по контуру,  $\mathbf{R}_j$  – реактивная составляющая силы.

На фиг. 13, а приведен пример построения непроницаемого тела (сплошные линии) для заданного распределения скорости (штриховая линия) с линейным участком возрастания и участком с постоянной скоростью  $V = 1.06$ , длина меридионального сечения  $L = 3$ .

На фиг. 13, б изображено меридиональное сечение и распределение скорости, полученные решением обратной задачи для того же самого заданного распределения скорости, но при наличии в

---

<sup>3</sup> Абзалилов Д.Ф. Об аэродинамических силах, действующих на крыловой профиль с проницаемым участком / Д.Ф. Абзалилов, Н.Б. Ильинский // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 2. – С. 126–130.

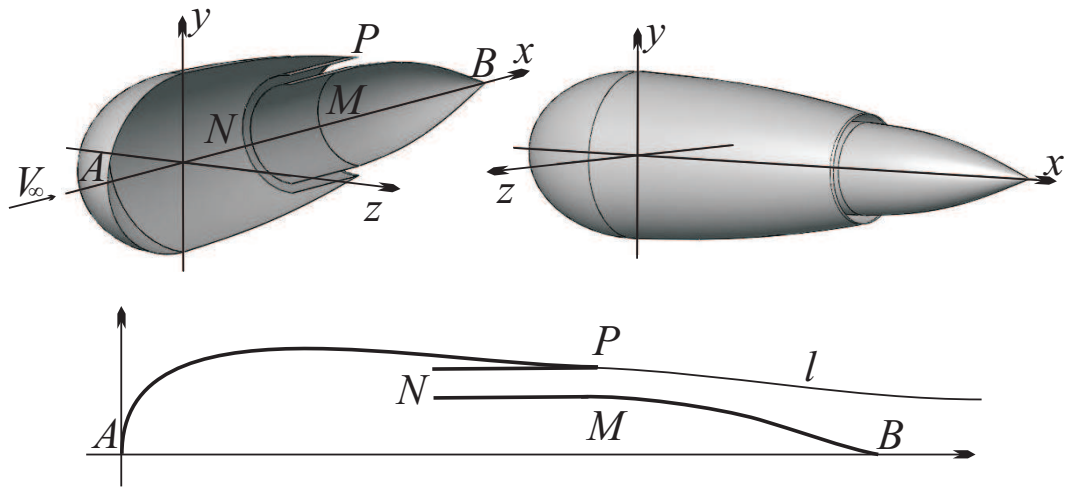


Фиг. 13

хвостовой части канала выдува реактивной струи для  $\mu = 3$ . Ширина канала на меридиональном сечении  $h = 0.02$ . Сила  $R_x$ , полученная интегрированием сил давления по формуле (6.2), равна  $R_x = -0.004926$ , то есть сила тяги. Для сравнения сила, вычисленная по формуле (6.1) с учетом осесимметричного обтекания, равна  $R_x = -0.004979$ , следовательно, погрешность составляет менее 1%.

В **третьей главе** рассмотрено решение задачи определения формы осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом реактивной струи из кольцевого канала. В §7 приведена постановка задачи. Требуется определить форму меридионального сечения тела (фиг. 14), когда распределение скорости задано на непроницаемых участках перед каналом во внешнем потоке и непосредственно за каналом в выдуваемой струе. Заданы параметры выдуваемой струи и ширина канала на меридиональном сечении.

В §8 изложено развитие способов, описанных в §5, на случай выдува реактивной струи из кольцевого канала. В плоской ОКЗА строится контур симметричного профиля, обтекаемого с выдувом двух реактивных струй. При решении прямой задачи описано развитие внутренней итерационной процедуры при раз-



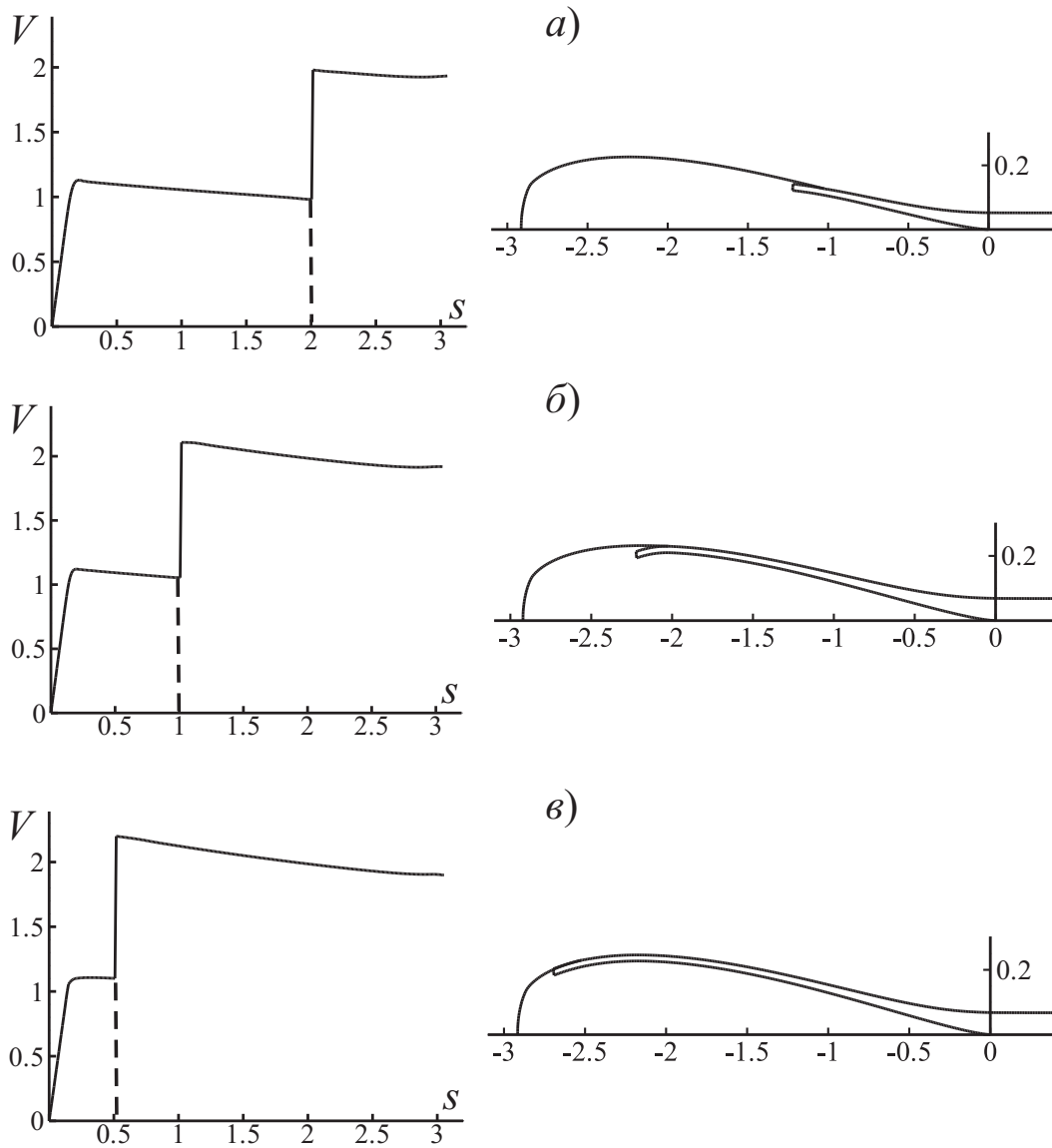
Фиг. 14

делении внешнего и внутреннего течений; в выдуваемой струе поток рассматривается как течение в криволинейном канале.

В §9 приведены примеры построения осесимметричных тел с выдувом реактивных струй из кольцевого канала. Выдув струи из кольцевого канала оказывает большее влияние на форму линии раздела сред и форму контура меридионального сечения тела, чем выдув из кормовой части тела. При этом наибольшие различия контуров, полученных для заданного распределения скорости при разных параметрах выдуваемой струи, наблюдаются на участке, расположенном в струе.

Для исследования влияния положения кольцевого канала на аэродинамические силы, действующие на тело вращения, проведены расчеты при заданном распределении скорости из примера на фиг. 13 §6 с учетом кольцевых каналов шириной  $h = 0.02$ , параметром  $\mu = 3$ , отстояниями от передней кромки  $s_p = 2$ ,  $s_p = 1$  и  $s_p = 0.5$ . Контур меридиональных сечений тел и распределения скоростей по ним представлены на фиг. 21.

В таблице 1 приведены результаты расчета сил сопротивления для тел, приведенных на фиг. 13 (непроницаемое тело и тело с выдувом из кормовой части  $s_p = 3$ ) и на фиг. 21 для тел с выдувом струи из кольцевого канала.



Фиг. 21

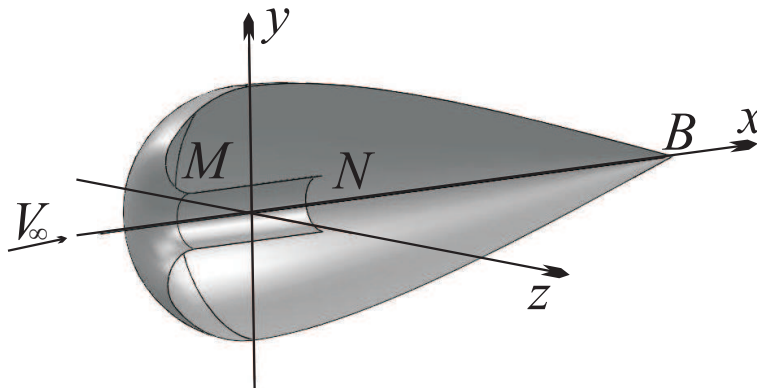
Таблица 1.

$s_p$	$R_p$	$R_j$	$R_x$	$-\rho_j V_{j\infty} Q$
без выдува	0	0	0	0
3	0.000007	-0.004933	-0.004926	-0.004979
2	-0.000388	-0.058529	-0.058917	-0.059004
1	0.003871	-0.118127	-0.114256	-0.114260
0.5	0.007175	-0.124497	-0.117322	-0.117196

Как видно из таблицы различия величин, вычисленных по формулам (6.1) и (6.2) не превышают 1%. Увеличение силы тяги

связано с увеличением площади канала при одинаковой ширине, следовательно, с увеличением расхода. Наибольшая площадь канала достигается при  $s_p = 1$ , дальнейшее перемещение канала к передней кромке приводит к уменьшению площади сечения канала выдува. Однако тело, меридиональное сечение которого изображено на фиг. 21 в, обладает большей силой тяги. Это связано с тем, что на выходе из канала достигается большая скорость, а следовательно, и расход, чем в примере на фиг. 21 б.

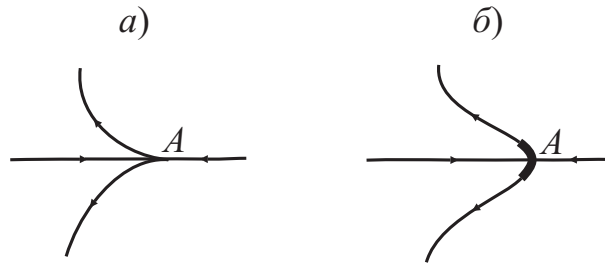
**Четвертая глава** посвящена построению осесимметричных тел, обтекаемых с выдувом реактивной струи навстречу потоку. В §10 дана постановка задачи. Канал для выдува с постоянной скоростью и имеет цилиндрическую форму, расположен в носовой части тела (фиг. 22). Заданы параметры выдуваемой струи и либо радиус канала, либо расход; в канале скорость задана и считается постоянной  $V = V_{ch}$ .



Фиг. 22

В §11 описаны способы решения задач, используемых в комбинированном методе.

При выдуве реактивной струи навстречу потоку точка разветвления и линия раздела сред будут находиться в потоке. В процессе решения плоской задачи необходимо вычислять интегралы с величиной  $\lambda(t) = \ln V_j(t)/V(t)$  в подынтегральной функции. Так как критическая точка является точкой возврата линии



Фиг. 24

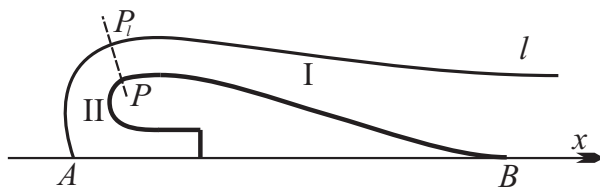
$l$  для внешнего потока с углом равным нулю (фиг. 24, а), то скорость внешнего течения в этой точке равна нулю. Согласно соотношению (4.1) скорость в струе в этой точке отлична от нуля. Следовательно,  $\lambda(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow 0$ , что существенно усложняет вычисления. Для преодоления этой трудности Р.Ф. Мардановым было предложено модифицировать функцию  $\lambda(t)$ , ограничив ее сверху значением  $\lambda_*$  в окрестности критической точки:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \ln \frac{V_j(t)}{V(t)}, & t \in (t_*, \infty), \\ \lambda_*, & t \in [0, t_*], \end{cases}$$

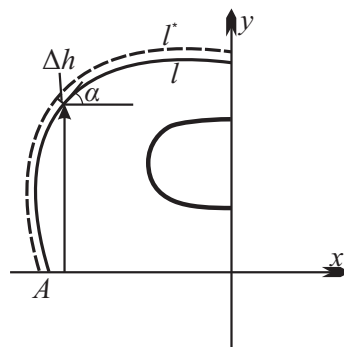
где дуговая координата  $t_*$  выбирается так, чтобы функция  $\lambda(t)$  была непрерывной. С физической точки зрения это соответствует введению "дефлектора" малого размера с углом  $\pi$  в окрестности точки разветвления потока (фиг. 24, б).

В решении прямой задачи течение в области канала выдува и в окрестности точки разветвления потока на линии  $l$  нельзя рассматривать как течение в криволинейном канале, поэтому решение разбивается на два этапа. Внутреннее течение разделяется на два участка: I – течение через криволинейный кольцевой канал, переходящий в прямолинейный цилиндрический, и II – течение в окрестности канала выдува до участка I (фиг. 25).

На первом этапе решения используем вторую внутреннюю итерационную процедуру из §8. Таким образом, за 10 – 12 итераций получим приближение линии  $l$ , близкое к нужному на



Фиг. 25



Фиг. 26

участке I. На втором этапе требуется определить форму контура линии  $l$  на участке II. Для функции отклонения  $\Delta h$  нового приближения  $l^*$  от предыдущего  $l$  по нормали (фиг. 26) использовалось условие в виде

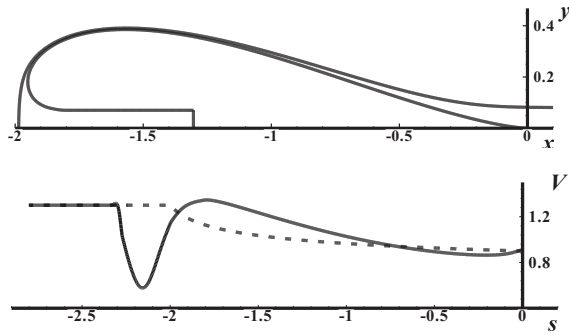
$$\Delta h = c_1 y^{c_2} (\sin \alpha)^{c_3} (V_j - \tilde{V}),$$

где  $c_i$ ,  $i = \overline{1, 3}$  – константы. В проведенных расчетах со значениями констант  $c_1 = 0.001$ ,  $c_2 = -0.5$ ,  $c_3 = 1$  получена удовлетворительная сходимость. При  $\mu = 0$  сходимость в среднем достигалась за 10 – 15 итераций, с ростом  $\mu$  увеличивается кривизна линии  $l$  в окрестности точки  $A$ , что в свою очередь приводит к увеличению числа итераций.

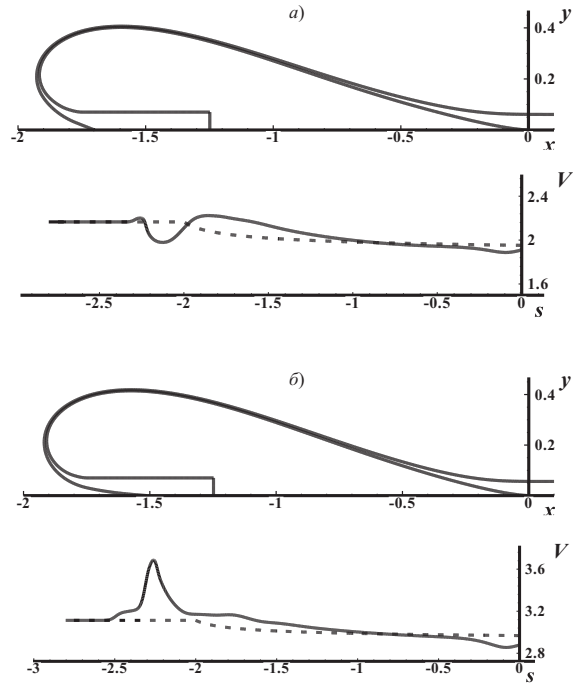
В §12 приведены примеры построения тел, обтекаемых с выдувом реактивной струи навстречу потоку для разных распределений скорости и параметров выдуваемой струи. Для построения тел в качестве исходного задано распределение скорости с участком в виде полки с постоянной скоростью  $V = 1.3$  при  $\mu = 0$  и диффузорным участком в виде гидродинамически-целесообразного распределения скорости, заданная ширина канала  $h = 0.07$ .

На фиг. 31 штриховой линией изображено начальное распределение скорости, сплошными линиями – полученное меридиональное сечение тела и распределение скорости вдоль его контура для  $\mu = 0$ . На фиг. 32 представлены результаты построения тел

для  $\mu = 3$  и  $\mu = 8$ . Небольшая величина скорости выдува приводит к тому, что при  $\mu = 8$  критическая точка смещается глубоко в канал, что приводит к появлению участка возрастания скорости вместо участка ее падения. При этом вся поверхность тела находится в струе и изменения в геометрии проявляются вдоль всего меридионального сечения и более сильно, чем в случае выдува из кольцевого канала.



Фиг. 31



Фиг. 32

В таблице 4 представлены значения аэродинамических сил для тел, полученных в ходе решения ОКЗА. Обтекаемые таким образом тела испытывают силу тяги.

Таблица 4.

$\mu$	$R_p$	$R_j$	$R_x$	$-\rho_j V_{j\infty} Q$
0	-0.045218	0.026016	-0.019202	-0.020012
3	-0.139566	0.072197	-0.067369	-0.066765
8	-0.288768	0.149166	-0.139602	-0.143757

В **пятой главе** проведено обобщение решения ОКЗА для осесимметричного тела на случай обтекания вязкой несжимаемой жидкостью (ВНЖ). В §13 приведена постановка задачи определения формы непроницаемых осесимметричных тел (фиг. 1, *a*) по заданному вдоль контура меридионального сечения распределению коэффициента давления  $C_p(s)$ .

В §14 изложено решение задач построения непроницаемого симметричного профиля и расчета осесимметричного тела в потоке вязкой жидкости. Считается, что обтекание является безотрывным. Учет вязкости в обеих задачах осуществляется по модели ПС.

При построении контура симметричного профиля по модели ПС задача сводится к нахождению полутела вытеснения по заданному на участке распределению скорости  $V = V(\sigma)$ . Зависимость  $V(\sigma)$  определяется по заданной функции  $C_p(\sigma)$  по формуле, следующей из интеграла Бернулли  $V(\sigma) = V_\infty \sqrt{1 - C_p(\sigma)}$ .

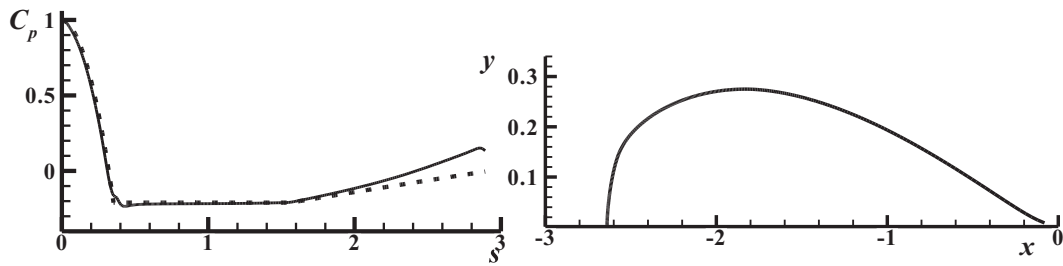
Решение прямой задачи проводится панельным методом. В случае ИНЖ значения интенсивностей, расположенных на теле гидродинамических особенностей, вычисляются из условия непротекания потока через поверхность тела  $V_n(x_k, y_k) = 0$ . При обтекании вязкой жидкостью по модели ПС используется условие непротекания через поверхность полутела вытеснения. В этом случае нормальная составляющая скорости на поверхности тела не равна нулю. Значение  $V_n$ , полученное из уравнения неразрывности для пограничного слоя осесимметричного тела, имеет вид

$$V_n = \frac{d(U_e \delta_1)}{ds} + \frac{U_e \delta_1}{R} \frac{dR}{ds},$$

где  $U_e(s)$  – распределение скорости на поверхности полутела вытеснения при его обтекании потоком ИНЖ,  $\delta_1(s)$  – распределение толщины вытеснения ПС,  $R(s)$  – радиус меридионального сечения.

В §15 приведены примеры определения форм осесимметричных тел по заданным на их поверхности распределениям коэф-

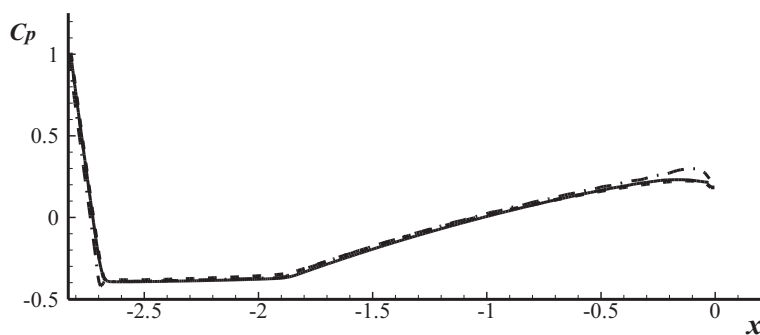
фициента давления. На фиг. 38 штриховой линией изображено



Фиг. 38

исходное распределение коэффициента давления, полученный в результате решения контур меридионального сечения и соответствующее ему распределение коэффициента давления представлены сплошной линией. Коэффициент сопротивления  $C_x = 0.026$ . Отличие в распределении коэффициента давления в хвостовой части связано с выполнением условий разрешимости.

Для оценки достоверности полученных результатов проведены расчеты в CFD-пакете Fluent. Расчеты проводились по модели турбулентности Спаларта-Алмараса при следующих исходных данных: скорость набегающего потока на бесконечности 10 м/с, плотность воздуха  $1.225 \text{ кг/м}^3$ , кинематическая вязкость  $1.7894 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ .



Фиг. 41

На фиг. 41 сплошной линией изображено распределение коэффициента давления, полученное панельным методом по модели

ПС, штриховой – результат расчета в CFD-пакете Fluent, штрихпунктирной – результат расчета панельным методом по модели ИНЖ. Как видно из фигуры, основные отличия в распределенных характеристиках с учетом вязкости, по сравнению с моделью идеальной жидкости, проявляются в хвостовой части тела. При этом кривые с расчетами по модели ПС и в пакете Fluent практически совпадают.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

**Основные результаты диссертационной работы**, выносимые на защиту:

1. Комбинированный метод решения ОКЗА для осесимметричного тела, обтекаемого потоком идеальной несжимаемой жидкости.

2. Постановка и решение задачи определения форм обтекаемых осесимметричных тел с выдувом реактивных струй.

3. Метод решения прямой краевой задачи аэрогидродинамики для осесимметричных тел с выдувом реактивных струй из кормовой части тела и из кольцевого канала.

4. Постановка и решение задачи расчета осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом реактивной струи навстречу потоку.

5. Обобщение комбинированного метода на случай учета вязкости по модели ПС.

6. Алгоритмы численной реализации, результаты числовых расчетов и сделанные на их основе выводы.

Следует отметить финансовую поддержку федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009-13 годы» (гос. контракт № П1124), позволившую ускорить выполнение и написание диссертации.

# СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

## В изданиях, рекомендованных ВАК

1. *Ильинский Н.Б.* Комбинированный метод решения обратной краевой задачи аэрогидродинамики для осесимметричного тела / Н.Б. Ильинский, Р.Ф. Марданов, С.А. Соловьёв // Ж. вычисл. матем. и матем. физики. – 2008. – Т. 48, № 7. – С. 1309–1317.
2. *Соловьёв С.А.* Определение формы осесимметричного тела, обтекаемого потоком вязкой несжимаемой жидкости, по заданному на его поверхности распределению давления // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. – № 6. – С. 16–26.
3. *Ильинский Н.Б.* Краевая задача аэрогидродинамики проектирования осесимметричного тела с выдувом струи / Н.Б. Ильинский, С.А. Соловьёв // Изв. Вузов. Авиационная техника. – 2010. – № 2. – С. 44–48.

## Статьи в сборниках научных трудов и тезисы докладов на научных конференциях

4. *Соловьёв С.А.* Обратная краевая задача для осесимметричного тела // 5-ая международная конференция "Авиация и космонавтика – 2006". Москва. Тезисы докладов. – М.: Изд-во МАИ. – 2006. – С. 274–275.
5. *Соловьёв С.А.* Решение обратной краевой задачи аэрогидродинамики для осесимметричного тела // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. "Лобачевские чтения – 2006". Материалы Пятой молодежной научной школы-конференции. – Казань: Издательство Казанского математического общества. – 2006. – С. 192–193.
6. *Соловьёв С.А.* Итерационный метод решения обратной краевой задачи для осесимметричного тела // Сборник статей Итоговой научно-образовательной конференции студентов Казанского государственного университета 2007 года. – Казань: Изд-во КГУ. – 2007. – С. 53–56.

7. *Соловьёв С.А.* Итерационный метод построения осесимметричного тела // Четвертая научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов "Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности": Статьи и материалы конференции. – М.: Изд-во МАИ. – 2007. – С. 34–37.

8. *Соловьёв С.А.* Итерационный метод решения обратной краевой задачи аэрогидродинамики для осесимметричного тела // Актуальные проблемы городского хозяйства и социальной сферы города. Материалы научно-практической конференции студентов и аспирантов. – Казань: Изд-во "Отечество". – 2007. – С. 46–47.

9. *Ильинский Н.Б.* Обратная краевая задача обтекания осесимметричного тела с учетом вязкости / Н.Б. Ильинский, С.А. Соловьёв // Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2009). – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. – 2009. – С. 350–351.

10. *Ильинский Н.Б.* Проектирование осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом струи / Н.Б. Ильинский, С.А. Соловьёв // Модели и методы аэродинамики. Материалы девятой Международной школы-семинара. – М.: МЦНМО. – 2009. – С. 97–98.

11. *Соловьёв С.А.* Обратная краевая задача для осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом струи // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского: Материалы Восьмой научной школы-конференции "Лобачевские чтения – 2009". – Казань: Издательство Казанского математического общества. – 2009. – Т. 39. – С. 349–351.

12. *Ильинский Н.Б.* Численно-аналитический способ построения осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом струи из кольцевого канала / Н.Б. Ильинский, С.А. Соловьёв // Материалы XXI научно-технической конференции по аэродинамике. – М.: Изд-во ЦАГИ. – 2010. – С. 90.

13. *Ильинский Н.Б.* Итерационный способ построения осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом реактивной струи / Н.Б. Ильинский, С.А. Соловьёв // Модели и методы аэродинамики. Материалы десятой Международной школы-семинара. – М.: МЦНМО. – 2010. – С. 76–77.

14. *Соловьёв С.А.* Проектирование осесимметричного тела, обтекаемого с выдувом реактивной струи из кольцевого канала // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского: Материалы Девятой научной школы-конференции ”Лобачевские чтения – 2010”. – Казань: Издательство Казанского математического общества. – 2010. – Т. 40. – С. 320–322.