

На правах рукописи

Хамадеев Марат Актасович

**Квантовоэлектродинамические эффекты в
интенсивных лазерных полях и фотонных
кристаллах**

Специальность 01.04.05 — Оптика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Казань — 2011

Работа выполнена на кафедре оптики и нанофотоники ФГАОУ ВПО "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Гайнутдинов Ренат Хамитович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Сазонов Сергей Владимирович
доктор физико-математических наук,
профессор Тимеркаев Борис Ахунович

Ведущая организация: Учреждение РАН Казанский
физико-технический институт им.
Е. К. Завойского Казанского научного
центра РАН

Защита состоится 27 октября 2011 г. в 16⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.081.07 при ФГАОУ ВПО "Казанский (Приволжский) федеральный университет" по адресу: 420008 г. Казань, ул. Кремлевская, 16, ауд. 210

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Казанского университета по адресу: г. Казань, ул. Кремлевская, 35.

Автореферат разослан __ сентября 2011 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н.

Камалова Д.И.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В силу слабости электромагнитного взаимодействия квантовоэлектродинамические (КЭД) поправки обычно рассматриваются как поправки, важные лишь с точки зрения фундаментальной теории. Для решения же практических задач эти поправки принято считать слишком малыми. Однако развитие современных технологий в лазерной физике и в области создания новых оптических материалов дает основания ожидать, что эти эффекты могут быть важны и для разнообразных практических приложений. Например, ожидается, что в скором времени будут созданы источники лазерного излучения, способные создавать такие поля, в которых станет возможным наблюдать рождение реальных электрон-позитронных пар из вакуума. Это означает, что при таких условиях квантовоэлектродинамические процессы становятся эффективно сильными. Они могут влиять на эффективность ускорения частиц, что является важным для управления ядерными реакциями.

Важным механизмом, отвечающим за рождение электрон-позитронных пар, является взаимодействие фотонов с лазерным полем. Общепринятая эффективная теория Эйлера-Гейзенберга для решения такой задачи не подходит, поскольку эффективный лагранжиан Эйлера-Гейзенберга применим только при низких энергиях фотонов и, что важно, не позволяет учесть естественную нелокальность эффективного фотон-фотонного взаимодействия, хотя известно, что любое эффективное взаимодействие является нелокальным как в пространстве, так и во времени. Поэтому существует необходимость развивать эффективные теории, способные учитывать такую нелокальность.

Квантовоэлектродинамические эффекты могут проявляться в таких новых оптических материалах, как фотонные кристаллы. Эти среды могут существенно влиять на характер взаимодействия атомов с собственным полем излучения, не действуя на атомы напрямую. Такая ситуация будет иметь место, например, в случае атомарного газа, помещенного в пустоты инвертированного фотонного кристалла. Это влияние может приводить к тому, что электромагнитное взаимодействие при таких условиях окажется эффективно сильным. Поэтому актуальным представляется развитие эффективных теорий, описывающих спектры атомов, помещенных в фотонный кристалл, и позволяющих учитывать влияние фотоннокристаллической среды на характер взаимодействия с собственным полем излучения.

Целью данной работы является исследование новых электродинамических эффектов, наблюдение которых становится возможным благода-

ря прогрессу в области создания источников интенсивных лазерных полей и фотонных кристаллов, и развитие методов их описания.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Развитый в работе подход к теории фотон-фотонного взаимодействия позволяет явно учитывать нелокальность такого взаимодействия как в пространстве, так и во времени, и, таким образом, позволяет обобщить стандартную эффективную теорию, основанную на использовании лагранжиана Эйлера-Гейзенберга.
2. Построенная в работе эффективная теория взаимодействия фотона с внешним лазерным полем позволяет описывать динамику фотонов в поле встречных лазерных пучков при таких больших интенсивностях, при которых стандартная теория, основанная на использовании лагранжиана Эйлера-Гейзенберга, оказывается не применима.
3. Среда фотонных кристаллов существенно влияет на характер взаимодействия атомных электронов с собственным полем излучения, и это приводит к тому, что при таких условиях происходит дополнительный сдвиг энергетических уровней нового типа, который не сводится к обычному лэмбовскому сдвигу.

Научная новизна. В отличие от обычной эффективной теории Эйлера-Гейзенберга, где фотон-фотонное взаимодействие считается локальным, в развитом в работе методе эффективная теория строится исходя из учета того, что эффективное взаимодействие нелокально как в пространстве, так и во времени. Впервые построен оператор, описывающий такое нелокальное фотон-фотонное взаимодействие, а также записано и решено соответствующее динамическое уравнение.

Предсказан сдвиг атомных энергетических уровней нового типа, который обусловлен изменением характера взаимодействия атомов в фотонных кристаллах с собственным полем излучения. Он не может рассматриваться как часть лэмбовского сдвига: для водородоподобных атомов, например, он зависит только от главного квантового числа n и не приводит к дополнительному расщеплению уровней $^2S_{1/2}$ и $^2P_{1/2}$.

Практическая значимость. Развитый метод позволяет исследовать процессы вакуумной нелинейности в поле встречных лазерных пучков с учетом нелокальности эффективного фотон-фотонного взаимодействия. Это позволяет описывать данные процессы при таких интенсивностях поля, при которых теория Эйлера-Гейзенберга уже неприменима. Обнаруженные закономерности влияния фотоннокристаллического окружения на характер вза-

взаимодействия атомных электронов с собственным полем излучения показывают, что в условиях фотонных кристаллов квантовоэлектродинамические эффекты могут быть очень существенными и способны проявлять себя в новых физических явлениях. Предсказан новый тип поправок к энергетическим уровням атомов, помещенных в фотонные кристаллы, что открывает новые возможности для управления линейчатым спектром. Это, в свою очередь, может найти применение в создании нового класса источников света.

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается корректностью постановки задач, строгостью математических преобразований, использованием современных методов квантовой теории, которые зарекомендовали себя как наиболее точные методы и показали свою предсказательную силу, а также тем фактом, что в работе в частном случае воспроизводится стандартная теория Эйлера-Гейзенберга.

Апробация работы. Основные выводы и результаты работы обсуждались на научных семинарах кафедры оптики и нанофотоники КФУ и докладывались на 13 всероссийских и международных конференциях: X–XIV международная молодежная научная школа "Когерентная оптика и оптическая спектроскопия" (Казань, 2006–2010); X Международные чтения по квантовой оптике (Самара, 2007); XI Всероссийская научная школа-семинар "Волновые явления в неоднородных средах" (Москва, 2008); III конференция молодых ученых "Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика" (Саратов, 2008); IX Международный симпозиум по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (Казань, 2009); VI Международная конференция молодых ученых и специалистов "Оптика – 2009" (Санкт-Петербург, 2009); VI международная конференция "Фундаментальные проблемы оптики – 2010" (Санкт-Петербург, 2010); International conference on coherent and nonlinear optics 2010 (ICONO'2010) (Казань, 2010); XI Международные чтения по квантовой оптике (Волгоград, 2011).

Личный вклад. Автором был выведен оператор взаимодействия, сформулировано и решено обобщенное динамическое уравнение, рассчитана поправка к вероятности рождения электрон-позитронных пар, а также развит подход к описанию новых поправок к энергии атомов, помещенных в фотонные кристаллы.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 статьях, 6 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 108 страниц, включая 22 рисунка, 2 приложения.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена краткому обзору последних достижений в области создания новых условий для физического эксперимента, в частности, возникающих в интенсивных лазерных полях и в фотонных кристаллах, в которых проявляются не исследованные ранее аспекты электромагнитного взаимодействия. Особое внимание в данном контексте уделено развитию квантовой электродинамики, обсуждается проблема ультрафиолетовых расходимостей и локальности теории.

Вторая глава в основном посвящена выбору методов исследования и обоснования эффективности их использования для решения поставленной в работе задачи. В частности, представлены необходимые для последующего изложения сведения о новом подходе к построению эффективных теорий поля (ЭТП), основанном на формализме обобщенной квантовой динамики. В этом подходе используется обобщенное динамическое уравнение (ОДУ) [1], которое было выведено как прямое следствие первых принципов квантовой физики. Это уравнение формулируется в терминах оператора $\langle \psi_2 | \tilde{S}(t_2, t_1) | \psi_1 \rangle$, который описывает вклады в оператор эволюции от процессов, в которых взаимодействие начинается в момент времени t_1 и заканчивается в момент времени t_2

$$(t_2 - t_1) \tilde{S}(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} dt_4 \int_{t_1}^{t_4} dt_3 (t_4 - t_3) \tilde{S}(t_2, t_4) \tilde{S}(t_3, t_1). \quad (1)$$

Обобщенное динамическое уравнение позволяет получить операторы $\langle \psi_2 | \tilde{S}(t_2, t_1) | \psi_1 \rangle$ для любых времен t_1 и t_2 , если известны вклады от процессов с бесконечно малой длительностью взаимодействия $\tau = t_2 - t_1$. В пределе $t_2 \rightarrow t_1$ наибольший вклад в оператор эволюции дают процессы, связанные с фундаментальным взаимодействием в системе. Обозначив эти вклады $H_{int}(t_2, t_1)$, получим граничное условие для ОДУ

$$\tilde{S}(t_2, t_1) \xrightarrow{t_2 \rightarrow t_1} H_{int}(t_2, t_1). \quad (2)$$

Обобщенное динамическое уравнение (1) эквивалентно уравнению Шредингера, когда взаимодействие является мгновенным во времени, т.е. когда оператор взаимодействия имеет вид $H_{int}(t_2, t_1) = -2\pi i \delta(t_2 - t_1) H_I(t_1)$. В то же

время, ОДУ позволяет обобщить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий. В представлении Шредингера оператор эволюции может быть записан в виде [2]

$$U_s(t, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-iz\tau) G(z),$$

где

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z).$$

Здесь $G_0(z) = (z - H_0)^{-1}$, H_0 – свободный гамильтониан, а оператор $T(z)$ определяется следующим образом:

$$T(z) = i \int_0^{\infty} d\tau \exp[iz\tau] \tilde{T}(\tau),$$

где $\tilde{T}(t_2 - t_1) = \exp(-iH_0 t_2) \tilde{S}(t_2, t_1) \exp(iH_0 t_1)$. Представление в терминах оператора $T(z)$ позволяет переписать обобщенное динамическое уравнение (1) и граничное условие (2) в дифференциальной форме [1].

Важной особенностью ОДУ является то, что описываемая им динамика определяется не значением оператора взаимодействия для каких-то определенных времен длительности взаимодействия, а тем, как оператор $\tilde{S}(t_2, t_1)$ стремится к этому оператору в пределе, когда время взаимодействия стремится к нулю. Поэтому динамика системы при характерном масштабе времени (энергии) $t_{ch}(E_{ch})$ по существу определяется поведением оператора взаимодействия $H_{int}(t_2, t_1)$ при $t \ll t_{ch}$ ($E \gg E_{ch}$). Вместе с тем эти временные (энергетические) масштабы могут быть больше (меньше) характерных масштабов более фундаментальной теории. Например, для динамики атомных систем такой теорией является квантовая электродинамика. Поэтому, с точки зрения фундаментальной теории, процессы, описываемые оператором $H_{int}(t_2, t_1)$, не являются фундаментальными и определяются амплитудами, которые могут быть вычислены в рамках этой фундаментальной теории. Важно, что при формулировке ЭТП, основанной на использовании ОДУ, оператор взаимодействия можно получить, суммируя вклады амплитуд, которые вычисляются в рамках более фундаментальной теории, важные для рассматриваемой низкоэнергетической эффективной теории. При этом ОДУ накладывает условия на выбор оператора $H_{int}(t_2, t_1)$: он должен удовлетворять соотношению

$$(t_2 - t_1)H_{int}(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} dt_4 \int_{t_1}^{t_4} dt_3 (t_4 - t_3) H_{int}(t_2, t_4) H_{int}(t_3, t_1) + o(\tau^\varepsilon). \quad (3)$$

Таким образом, в ОКД оператор взаимодействия не является произвольным и должен строиться исходя из строгих требований теории.

Описанный подход открывает новые возможности для построения ЭТП. В работе [2] этот факт продемонстрирован на примере ЭТП ядерных сил. Показано, что, исходя из требований того, что нуклон-нуклонное взаимодействие при низких энергиях должно удовлетворять симметриям квантовой хромодинамики и ОДУ, с точностью до одной константы, которая определяется из эксперимента, определен вид нелокального оператора, описывающего такое взаимодействие. ОДУ с этим оператором взаимодействия приводит к тем же результатам для Т-матрицы рассеяния нуклонов, которые были получены в работе Вайнберга [3] путем проведения перенормировки и регуляризации бесконечного числа диаграмм квантовой хромодинамики. Стоит особо отметить, что в ОКД мы имеем дело с хорошо определенным уравнением и хорошо определенным оператором, и теория свободна от ультрафиолетовых расходимостей. Это показывает, что динамика нуклонов при низких энергиях описывается не уравнением Шредингера, а ОДУ с нелокальным во времени оператором взаимодействия.

Третья глава посвящена исследованию квантовоэлектродинамических эффектов в интенсивных лазерных полях. На сегодняшний день наиболее популярной схемой является схема, при которой взаимодействие рассматривается в области пересечения двух встречных сильных лазерных пучков. Виртуальная электрон-позитронная пара, которая создается одним из лазерных фотонов, эффективно взаимодействует с остальными фотонами и при аннигиляции рождает пару высокоэнергетичных фотонов. Каждый из этих фотонов "одевается" полем лазерного излучения и накапливает энергию, что может привести к рождению пары. Оператор взаимодействия для таких процессов должен строиться путем учета фейнмановских диаграмм КЭД, дающих вклад в промежуточную область энергий, которые, с одной стороны, больше по сравнению с масштабом данной эффективной теории, а с другой стороны, меньше характерных масштабов КЭД, где нужно учитывать все диаграммы. Поэтому мы выбираем основные диаграммы, которые дают вклад, содержащий электрон-позитронные пары. Таким образом, мы получаем выражение для оператора взаимодействия

$$H_{int}(t_2, t_1) = -\frac{1}{2} \int d^4x_1 \int d^4x_2 A^{\mu_1}(x_1) \Pi_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2; A) A^{\mu_2}(x_2) \times \delta(x_1^0 - t_1) \delta(x_2^0 - t_2) + x_1 \leftrightarrow x_2, \quad (4)$$

где $\Pi_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2; A)$ – оператор поляризации фотона в присутствии внешнего электромагнитного поля A , в котором спрятаны вклады с виртуальными парами и который подробно описан в [4]. Обозначение $x_1 \leftrightarrow x_2$ означает то же самое выражение, что и слева, но с перестановкой x_1 и x_2 . Если

требовать, чтобы оператор (4) удовлетворял условию (3), он должен быть дополнен членами, соответствующими процессам, в которых фотон рождает "одетые" электрон и позитрон, а также процессам, в которых "одетые" электрон и позитрон аннигилируют в фотон. Стоит отметить тот факт, что в стандартной теории Эйлера-Гейзенберга такое взаимодействие записывается в локальной форме. В работе [4] эту проблему пытались решить путем введения в плотность функции лагранжа добавки, содержащей нелокальный форм-фактор. Однако известно, что подобная процедура приводит к потере лоренцевской инвариантности или унитарности теории. С помощью же ОДУ нелокальность нашего взаимодействия возникает автоматически. Фактически соотношение (3) обеспечивает нам связь гильбертова пространства, с которым мы имеем дело в случае эффективной теории, с той частью пространства, которой мы явно пренебрегли. В нашем случае речь идет об электрон-позитронных степенях свободы. Таким образом из ОДУ автоматически следуют вклады в оператор взаимодействия, которые необходимо учесть.

В рамках формализма ОКД становится возможным естественным образом учесть нелокальность взаимодействия фотона с интенсивным лазерным полем, заменив свободный пропагатор фотона G_0 пропагатором

$$\tilde{G}_0(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - E_n - C_n(z)},$$

описывающим эволюцию взаимодействующего фотона. В таком случае оператор $T(z)$ заменяется оператором $M(z)$, который описывает процессы, когда существует взаимодействие, по крайней мере, между двумя частицами в системе. Операторы $T(z)$ и $M(z)$ связаны следующим образом [1]:

$$G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z) = \tilde{G}_0(z) + \tilde{G}_0(z)M(z)\tilde{G}_0(z).$$

Функция $C(z)$, описывающая взаимодействие с вакуумом, отвечает за собственную энергию частицы. Уравнение на $C(z)$ (а также на $M(z)$) подробно приведено в [5]. Для нашей задачи его можно упростить, если сделать разложение по некому порядку малости. В третьей главе было предложено разложить уравнение по взаимодействию виртуальной пары с лазерными фотонами. В лидирующем порядке оно принимает вид

$$\frac{dC(z)}{dz} = - \langle \mathbf{q}, \varepsilon_\lambda(\mathbf{q}) | H_I G_0(z) \tilde{H}_I (G_0(z))^2 \tilde{H}_I G_0(z) H_I | \mathbf{q}, \varepsilon_\lambda(\mathbf{q}) \rangle. \quad (5)$$

Здесь мы пренебрегли зависимостью $M(z)$ от z , положив его равным либо H_I , если рассматривается взаимодействие с квантованным фотоном, либо \tilde{H}_I , если с внешним фотоном, и где H_I и \tilde{H}_I – соответствующие гамильтонианы взаимодействия. Этот член включает в себя четыре диаграммы, которые

соответствуют различным возможностям поглощения фотонов виртуальной парой. В работе предложено искать решение уравнения (5) в виде разложения по другому параметру малости

$$C(z) = C^{(0)} + C^{(1)}(z) + O(Q^2/m^2),$$

где Q – это энергия фотона, которая будет расти вместе с приложенным полем. Она находится из условия полюса модифицированного оператора Грина $z - \omega - C(z) = 0$. При таком подходе $C^{(0)}$ представляет собой лагранжиан Эйлера-Гейзенберга, а $C^{(1)}$ отвечает за вклады, связанные с нелокальностью фотон-фотонного взаимодействия, которые невозможно получить в рамках стандартного подхода. Оценка значимости новых эффектов проводилась путем сравнения вероятности рождения реальной электрон-позитронной пары, полученной с помощью решения ОДУ, с вероятностью, получаемой с помощью лагранжиана Эйлера-Гейзенберга:

$$\frac{\Delta W^{(1)}}{W} = \frac{\text{Im}C(z^1) - \text{Im}L^{E-H}}{\text{Im}L^{E-H}}.$$

Показано, что для энергии фотона $Q/m \sim 0.1$, в пределах которой наша эффективная теория в отличие от теории, основанной на лагранжиане Эйлера-Гейзенберга, еще справедлива, эта относительная поправка будет порядка 10^{-10} . Причиной такой малости является тот факт, что мы рассматривали процессы взаимодействия виртуальной пары с двумя лазерными фотонами, что дает основной вклад в случае слабых полей. На самом же деле число фотонов, которое с наибольшей вероятностью поглотится электрон-позитронной парой, определяется интенсивностью лазерных пучков. Следовательно, для интересующего нас диапазона интенсивностей полей число поглощенных парой фотонов будет много больше единицы. В этом случае мы можем просуммировать все диаграммы такого типа и получить диаграммы с петлями, в которых электрон и позитрон находятся в волковских состояниях.

Развитый в третьей главе метод позволяет исследовать процессы вакуумной нелинейности в поле встречных лазерных пучков с учетом нелокальности эффективного фотон-фотонного взаимодействия. Это дает нам возможность описывать данные процессы при таких интенсивностях поля, при которых теория Эйлера-Гейзенберга уже неприменима.

Четвертая глава посвящена вопросу взаимодействия с собственным полем излучения в фотонных кристаллах. Главная особенность фотонных кристаллов заключается в том, что при определенных условиях они могут воздействовать на электромагнитное поле, не воздействуя при этом на атомы. Это будет происходить, например, если мы поместим последние в пусто-

ты фотонного кристалла. Характерный размер таких пустот лежит в диапазоне 100–1000 нм, что дает нам основания считать атом, находящийся в центральной области такой пустоты, свободным. В данном случае мы должны иметь дело с эффективной теорией, которая описывает опосредованное взаимодействие атома с окружением через взаимодействие с собственным полем излучения, поскольку в условиях фотонных кристаллов имеет место изменение характера такого взаимодействия. Последовательный подход к решению этой проблемы был развит в работе [6] на основе формализма ОКД, где было показано, что при определенных условиях влияние окружения на характер взаимодействия с собственным полем излучения может быть настолько существенным, что это может приводить, например, к расщеплению спектральной линии, соответствующей одному переходу. Можно ожидать, что в фотонных кристаллах, где мы можем управлять влиянием окружения, например, с помощью изменения показателя преломления различными внешними воздействиями, указанные квантовоэлектродинамические эффекты также будут иметь место. Это открывает дорогу к управлению спектром излучения, что может найти практическое приложение. Поэтому нашей задачей является выяснить, какие условия необходимы, чтобы рассматриваемые квантовоэлектродинамические эффекты были наиболее сильными.

Большинство работ исследователей, связанных с КЭД в условиях фотонных кристаллов, традиционно было сконцентрировано вокруг расчета лэмбовского сдвига. Характерной особенностью всех работ является формальное применение стандартных процедур регуляризации и перенормировки. Однако, как показано в четвертой главе, последовательный анализ всех стандартных процедур может привести к неожиданным следствиям. Важным оказывается то, что массовый контрчлен в стандартном гамильтониане, который в случае атомов в вакууме компенсирует часть лэмбовского сдвига, описывающую вклад в массу электрона, не производит этого в случае атомов в фотонном кристалле. Таким образом, после перенормировки выражение для лэмбовского сдвига все еще будет содержать члены, которые будут иметь ту же структуру, что и собственно энергетический вклад. Во всех работах, посвященных лэмбовскому сдвигу в фотонных кристаллах, эти члены не учитывались. Однако они фактически являются дополнительной поправкой к энергии атома, помещенного в фотонный кристалл.

Для того, чтобы оценить данную поправку, необходимо описать собственную энергию электрона в фотонном кристалле. При этом важно учесть блоховскую структуру фотонных состояний, которая возникает из-за периодичности диэлектрической проницаемости $\epsilon(\mathbf{r})$. Это означает, что фотонные состояния могут быть разложены по базису блоховских состояний $|\mathbf{k}n\rangle$, ко-

торый можно получить с помощью метода плоских волн [7]. Путем введения операторов рождения $\hat{a}_{\mathbf{k}n}^+$ и уничтожения $\hat{a}_{\mathbf{k}n}$ фотона в состоянии $|\mathbf{k}n\rangle$ ($\hat{a}_{\mathbf{k}n}^+|0\rangle = |\mathbf{k}n\rangle$ и $\hat{a}_{\mathbf{k}n}|\mathbf{k}n\rangle = |0\rangle$) мы можем построить гамильтониан взаимодействия

$$H_I = -\frac{e}{m} \sum_{\mathbf{k}n} \{ \hat{a}_{\mathbf{k}n} \mathbf{A}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}_e) + \hat{a}_{\mathbf{k}n}^+ \mathbf{A}_{\mathbf{k}n}^*(\mathbf{r}_e) \} \cdot \hat{\mathbf{p}}.$$

Здесь $\mathbf{A}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}_e) = \sqrt{1/2V\omega_n(\mathbf{k})} \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}_e)$, где $\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r})$ – это безразмерные функции, удовлетворяющие соотношению $\int_V d^3r \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{\mathbf{k}'n'}^*(\mathbf{r}) = V \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{nn'}$, а V – объем образца. Важным здесь является тот факт, что в окрестности точки \mathbf{r}_e , в которой локализован атом, поле меняется незначительно, и его можно считать константой. Однако позиция атома в ячейке фотонного кристалла может быть разной, и в данном контексте уже нельзя пренебрегать зависимостью поля от координаты. Это отражено в том, что рассматриваемые величины зависят от \mathbf{r}_e , а не от \mathbf{r} . Используя построенный гамильтониан, собственную энергию электрона в фотонном кристалле с импульсом \mathbf{p} можно записать как

$$\Delta E_{\text{pc}}^{(2)} = \sum_{\mathbf{G}} \sum_{\mathbf{k}n} \frac{\langle \mathbf{p} | H_I | \mathbf{p} - \mathbf{k} - \mathbf{G}, \mathbf{k}n \rangle \langle \mathbf{p} - \mathbf{k} - \mathbf{G}, \mathbf{k}n | H_I | \mathbf{p} \rangle}{E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}-\mathbf{k}-\mathbf{G}} - \omega_n(\mathbf{k})}. \quad (6)$$

Вычитая из (6) аналогичный вклад в собственную энергию электрона в вакууме, мы получим поправку к энергетическим уровням нового типа, которая не сводится к обычному лэмбовскому сдвигу. В четвертной главе расчет этой поправки был проведен в рамках некоторых приближений. В частности, при суммировании в (6) мы пренебрегаем членами $\mathbf{G} \neq \mathbf{0}$, а также отдачей от излучения фотона \mathbf{k} по сравнению с импульсом самого электрона \mathbf{p} . Дальнейший расчет все еще представляет достаточно сложную вычислительную задачу, поскольку требует знания блоховской структуры поля. Поэтому в работе мы перешли от подхода, основанного на блоховских функциях, к подходу, основанному на плотности фотонных состояний. Это позволяет использовать приближенные модели плотностей состояний без обращения к блоховской структуре поля. В частности, нами была использована модель плотности состояний, описывающая одну запрещенную зону с острыми краями. Кроме того, чтобы провести упрощенную оценку исследуемого эффекта, рассчитываемая поправка была приближенно усреднена по ячейке Вигнера-Зейца фотонного кристалла.

Полученный в результате интеграл обладает линейной расходимостью. Причина этого заключается в том, что мы не учли тот факт, что с увеличением энергии фотона показатель преломления материала, из которого изготовлен фотонный кристалл, будет стремиться к единице. Это означает, что при

энергиях, больших некоторого значения, фотон перестает взаимодействовать с фотонным кристаллом. Это значение может служить естественным параметром обрезания в расходящихся интегралах. Его выбор индивидуален для каждого материала, составляющего фотонный кристалл.

Прежде чем выбрать конкретный материал, нужно учесть, что собственно энергетические поправки к энергиям уровней будут тем больше, чем больше будет оптический контраст фотонного кристалла, то есть отношение большего показателя преломления к меньшему. Самым оптимальным в данном случае будет оставлять полости фотонного кристалла пустыми, а материал выбирать с наибольшей оптической плотностью. Поэтому расчеты были проведены нами для фотонного кристалла на основе арсенида галлия (GaAs). Этот материал известен тем, что имеет относительно большой показатель преломления в оптическом диапазоне ($n = 3.5$). Параметр обрезания для GaAs (рис. 1) может быть выбран равным 47.8 эВ. Тогда мы получим, что поправка к энергии $1S$ -состояния атома водорода в фотонном кристалле будет составлять $8.52 \cdot 10^{-5}$ эВ. Полученная величина оказывается даже больше лэмбовского сдвига этого же состояния, который для случая вакуума составляет $3.36 \cdot 10^{-5}$ эВ.

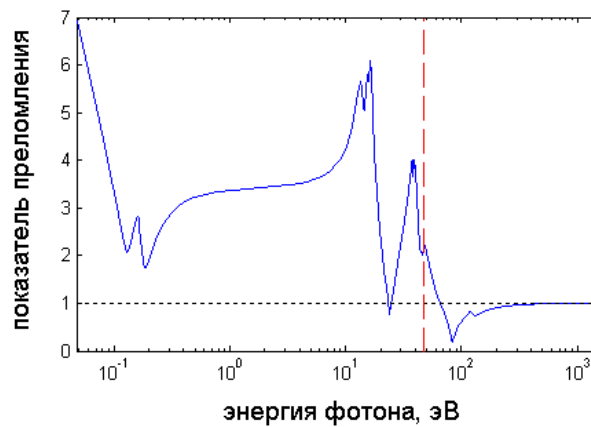


Рис. 1: Зависимость показателя преломления арсенида галлия от энергии фотона. Пунктиром показана условная граница, за которой взаимодействием фотона с материалом можно пренебречь.

Важным является то, что при определенных условиях рассматриваемая поправка к энергии уровней атома в фотонном кристалле может быть гораздо больше лэмбовского сдвига. При этом изменение спектра атома будет зависеть исключительно от структуры фотонного кристалла, что открывает дорогу к практическим приложениям, основанным на управлении спектром атомов, помещенных в фотонные кристаллы, путем изменения его показателя преломления, например, с помощью эффекта Керра.

Эти результаты позволят найти условия для наблюдения эффекта, предсказанного в [6], в среде фотонных кристаллов. Для этого необходимо провести исследование влияния на рассматриваемый эффект таких параметров, как топология фотонного кристалла, оптический контраст и др., при которых взаимодействие с собственным полем излучения может оказаться сильным. Можно ожидать, что линии будут смещаться намного больше, чем это предсказано в данной работе, и этим можно будет воспользоваться для управления линейчатым спектром атомов, помещенных в фотонный кристалл.

В **заключении** приведены основные результаты и выводы работы:

1. Построена эффективная теория взаимодействия фотона с внешним лазерным полем, которая позволяет обобщить стандартную эффективную теорию, основанную на использовании лагранжиана Эйлера-Гейзенберга.
2. Показано, что эта теория позволяет описывать динамику фотонов в поле встречных лазерных пучков при таких больших интенсивностях, при которых стандартная теория, основанная на использовании лагранжиана Эйлера-Гейзенберга, уже неприменима.
3. Проведены расчеты вероятности рождения электрон-позитронных пар фотонами в поле встречных лазерных пучков.
4. Показано, что учет нелокальности эффективного взаимодействия, которая не проявляется при малых интенсивностях лазерных полей, становятся важным при больших интенсивностях.
5. Показано, что при описании взаимодействия с собственным полем излучения в условиях фотонных кристаллов формальное использование стандартных методов КЭД, которые применимы для описания взаимодействия атомов с электромагнитным излучением в вакууме, не позволяет учитывать специфические эффекты, обусловленные влиянием среды фотонных кристаллов на электромагнитное поле.
6. Показано, что среда фотонных кристаллов существенно влияет на характер взаимодействия атомных электронов с собственным полем излучения и это приводит к тому, что при таких условиях происходит дополнительный сдвиг энергетических уровней нового типа, который не сводится к обычному лэмбовскому сдвигу.
7. Предсказанный сдвиг рассчитан для атома водорода, помещенного в пустоты фотонного кристалла на основе арсенида галлия.

8. В интенсивных лазерных полях и фотонных кристаллах должны проявлять себя новые квантовоэлектродинамические эффекты, связанные с взаимодействием с собственным полем излучения, которые ранее не проявлялись.
9. Построенная теория может быть использована для расчета вероятности рождения электрон-позитронных пар и оценки эффективности применения интенсивного лазерного излучения для ускорения частиц и для управления процессом ядерного синтеза.
10. Предсказанный эффект позволяет управлять линейчатым спектром атомов путем изменения характеристик фотонных кристаллов.

Публикации автора по теме диссертации

1. Gainutdinov, R.Kh. Nonlocality of the effective interaction of the radiation field with a strong external electromagnetic field / R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, M.A. Khamadeev // Proc. of SPIE. - 2008. - V.7024. - P.702412.
2. Гайнутдинов, Р.Х. Эффективный оператор взаимодействия фотона с сильным лазерным полем / Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, М.А. Хамадеев // Известия. РАН. Серия физическая. - 2008. - Т.72, №12. - С.1757-1761.
3. Гайнутдинов, Р.Х. Обобщенное динамическое уравнение и взаимодействие мюона с ядром / Р. Х. Гайнутдинов, А. А. Васильев, А. А. Мутыгуллина, М. А. Хамадеев // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. - 2007. - Т. 149 Кн. 1. - С. 20-27.
4. Гайнутдинов, Р.Х. Эффективное взаимодействие радиационного поля с сильным классическим электромагнитным полем / Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, М.А. Хамадеев // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. - 2008. - Т.150, кн.2. - С.112-117.
5. Гайнутдинов, Р.Х. Лэмбовский сдвиг атомов в фотонных кристаллах / Р. Х. Гайнутдинов, Е. В. Зайцева, М. А. Хамадеев // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. - 2009. - Том 151. Кн. 1. - С. 51-57.
6. Гайнутдинов, Р.Х. Дисперсионные соотношения в фотонных кристаллах в рамках метода матриц переноса и метода плоских волн / Р.Х. Гайнутдинов, Е.В. Зайцева, В.А. Токарева, М.А. Хамадеев // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. - 2010. - Т.152., кн.3 - С. 70-77

7. Гайнутдинов, Р.Х. Рождение электрон-позитронных пар в поле двух встречных сильных лазерных пучков и нелокальность фотон-фотонного взаимодействия / Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, М.А. Хамадеев // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. - 2010. - Т.152., кн.3 - С. 78-84.
8. Хамадеев, М.А. Динамика мюона в поле ядра и процессы рождения электрон-позитронных пар при рассеянии фотона на мюонном атоме / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск X. - Казань, КГУ, 2006. - С. 55-58.
9. Хамадеев, М.А. Эффективный оператор взаимодействия фотона с интенсивным лазерным полем / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XI. - Казань, КГУ, 2007. - С.122-125.
10. Хамадеев, М.А. Дисперсионные соотношения и радиационные поправки к энергетическим уровням атомов в фотонных кристаллах / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов, Е.В. Зайцева // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XII. - Казань, КГУ, 2008. - С. 153-156.
11. Хамадеев, М.А. Влияние высокоэнергетичных виртуальных фотонов на сверхизлучение атомов в фотонных кристаллах / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов, Р.Р. Хусайнов // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XII. - Казань, КГУ, 2008. - С. 216-219.
12. Хамадеев, М.А. Дисперсионные соотношения и расчет ширины запрещенной зоны в двумерных фотонных кристаллах / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов, Е.В. Зайцева // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XIII. - Казань, КГУ, 2009. - С. 166-169
13. Хамадеев, М.А. Получение дисперсионных соотношений одномерных фотонных кристаллов методом плоских волн / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов, Е.А. Терентьева // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XIII. - Казань, КГУ, 2009. - С. 257-260
14. Хамадеев, М.А. Исследование спектральных характеристик фотонных кристаллов методом матриц распространения / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов, В.А. Токарева // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XIII. - Казань, КГУ, 2009. - С. 261-264

15. Гайнутдинов, Р.Х. Рождение электрон-позитронных пар в поле двух встречных сильных лазерных пучков и нелокальность фотон-фотонного взаимодействия / Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, М.А. Хамадеев // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XIV. - Казань, КГУ, 2010. - С. 158-161
16. Хамадеев, М.А. Анализ состояния электромагнитного поля в одномерном фотонном кристалле с помощью метода плоских волн / М.А. Хамадеев, Р.Х. Гайнутдинов, Е.А. Терентьева // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XIV. - Казань, КГУ, 2010. - С. 179-183

Список цитируемой литературы

- [1] Gainutdinov, R. Kh. Nonlocal interactions and quantum dynamics / R. Kh. Gainutdinov // J. Phys. A: Math. Gen. - 1999. - V. 32. - P. 5657-5677.
- [2] Gainutdinov, R. Kh. Nonlocality of the NN interaction in an effective field theory / R. Kh. Gainutdinov, A. A. Mutygullina // Phys. Rev. C. - 2002. V. 66. - P. 014006.
- [3] Weinberg, S. Nuclear forces from chiral lagrangians / S. Weinberg // Phys. Let. B - 1990. - V. 251 - P. 288-292.
- [4] Piazza, A. Di. Harmonic generation from laser-driven vacuum / A. Di Piazza, K. Z. Hatsagortsyan, C. H. Keitel // Phys. Rev D. - 2005. - V. 72. P. 085005.
- [5] Гайнутдинов, Р.Х. Естественное уширение спектральных линий многозарядных ионов и проблема поверхностных расходимостей / Р. Х. Гайнутдинов // ЖЭТФ - 1995. - Т. 108, №5. - С. 1600-1613.
- [6] Gainutdinov, R. Kh. Effects of nonlocality in time of interactions of an atom with its surroundings on the broadening of spectral lines of atoms / R. Kh. Gainutdinov, A. A. Mutygullina, W. Scheid // Phys. Lett. A. - 2002. - V. 306. - P. 1-9.
- [7] Sakoda, K. Optical Properties of Photonic Crystals / K. Sakoda, - Springer, 2001. - 223 p.