

На правах рукописи

Соловьева Ольга Викторовна

**ОСАЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ПРИ ТЕЧЕНИИ ГАЗОВЗВЕСИ  
В ОБЛАСТЯХ С ПОРИСТЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Казань – 2016

Работа выполнена в Институте Математики и Механики им. Н.И. Лобачевского  
Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой моделирования экологических  
систем ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский)  
федеральный университет»  
**Зарипов Шамиль Хузеевич**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры «Плазмогазодинамика и теплотехника» ФГБОУ  
ВПО «Балтийский государственный технический  
университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»  
**Циркунов Юрий Михайлович**

доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры 006 «Общая физика» ФГАОУ ВПО  
«Национальный исследовательский  
ядерный университет «МИФИ»  
**Загайнов Валерий Анатольевич**

Ведущая организация: ФГБУН Институт Механики и Машиностроения  
Казанского научного центра Российской Академии Наук

Защита состоится «30» июня 2016 г. в 14 ч. 30 мин. на заседании  
диссертационного совета Д 212.081.11 при Казанском федеральном университете  
(420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18, ауд. мех 2).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им.  
Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета и на  
сайте: [http://kpfu.ru/dis\\_card?p\\_id=2184](http://kpfu.ru/dis_card?p_id=2184)

Отзывы по данной работе в двух экземплярах, заверенные печатью  
организации, просим направлять по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлёвская, д. 35,  
диссертационный совет Д 212.081.11.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
к.ф.-м.н., доцент

А.А. Саченков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена развитию математических моделей течения газовзвеси в смешанных однородно-пористых областях применительно к фильтрации аэрозолей с учетом влияния пористости обтекаемого элемента фильтра на течение несущей среды и расчету на их основе интегральных характеристик фильтров с пористыми элементами и при наличии нарушения фильтровального слоя.

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время теория течений газовзвеси является хорошо разработанным разделом современной механики многофазных сред. Вместе с тем в связи со сложностью и разнообразием многофазных течений остается множество нерешенных задач, и появляются новые, имеющие теоретическое и практическое значение. Относительно малоисследованными являются задачи, посвященные моделированию течений газовзвеси в областях с пористыми включениями, характеризующиеся тем, что в них возникает необходимость рассматривать перенос дисперсной фазы как в однородной, так и пористой областях одновременно. Подобные задачи важны в области фильтрации дисперсных воздушных загрязнений или аэрозолей. Системы очистки воздуха на основе аэрозольных фильтров широко встречаются в промышленности и бытовых условиях вокруг человека. Такие фильтры составляют один из элементов систем мониторинга окружающей среды, основанный на осаждении взвешенных частиц для анализа их концентрации в окружающей среде. Проблемы мониторинга атмосферных аэрозолей освещались, например, в работах Белана Б.Д., Ивлева Л.С., Довгалюк Ю.А., Лушникова А.А., Загайнова В.А. и др.

Математические модели течений газовзвесей при малых концентрациях взвешенной фазы были сформулированы в известных книгах Фукса Н.А., Левина Л.М., Волощука В.М. Развернутое описание теории течений многофазных сред дано Р.И. Нигматулиным. Задачи моделирования течений с твердыми частицами рассмотрены также в ряде монографий авторов: Вараксин А.Ю., Зайчик Л.И., Алипченков В.М., Волков К.Н., Емельянов В.Н., Логачев И.Н., Логачев К.И. и других. Исследованиям двухфазных газодинамических течений посвятили свои работы следующие авторы: Осипцов А.Н., Ватажин А.Б., Шапиро Е.Г., Гишинский М.М., Крайко А.Н., Асмолов Е.С., Циркунов Ю.М., Волков А.Н., Фомин В.М., Губайдуллин Д.А., Мазо А.Б., Федяев В.Л., Моренко И.В. и многие другие. Теоретический анализ основных механизмов осаждения взвешенных частиц в аэрозольных фильтрах приводится, например, в работах Фукса Н.А., Левина Л.М., Brown R.C., Wang C.S., Williams M.M.R., Loyalka S.K. Математические модели

течений газа с взвешенными частицами в пористых средах развиты Стечкиной И.Б., Киршем А.А., Киршем В.А.

**Целью работы** является развитие математических моделей течения газозвеси в областях с пористыми включениями применительно к задачам фильтрации аэрозолей, расчет интегральных характеристик (эффективности осаждения и коэффициента пропуска частиц) в зависимости от геометрических параметров и свойств несущей среды и дисперсной фазы.

**Методом исследования** является математическое моделирование движения газозвеси с использованием аналитических и численных полей течений несущей среды. При предположении малых концентраций дисперсной фазы моделирование дисперсных воздушных течений сводится к решению задач о течении несущей среды и движении взвешенных частиц в найденном поле скоростей. Течение в однородной области описывается в приближении уравнений Навье-Стокса, осредненное течение в пористой области рассчитывается в приближении модели Дарси или расширенных уравнений Бринкмана. Для моделирования движения дисперсной фазы используются траекторный метод Лагранжа и эйлеровы уравнения конвективно-диффузионного переноса. Численная реализация достигается на основе метода конечных объемов в среде CFD пакета ANSYS Fluent и методов конечных разностей.

#### **Научная новизна:**

1. Решена задача об обтекании пористого цилиндра газозвесью при варьировании числа Рейнольдса и проведены параметрические исследования зависимости эффективности инерционного осаждения взвешенных частиц от числа Стокса при различных числах Дарси. Дана оценка эффективности осаждения взвешенных частиц в пористом цилиндре с учетом осаждения на его поверхности и внутри пористой среды.
2. Решена задача об инерционном осаждении аэрозольных частиц в периодическом ряду пористых цилиндров на основе численной и аналитической ячеечной моделей течения несущей среды и проведены параметрические исследования зависимости эффективности инерционного осаждения взвешенных частиц от числа Стокса при различных числах Дарси и пористости периодического ряда. Предложена приближенная формула для эффективности осаждения как функции чисел Стокса и Дарси, пористости ряда и параметра зацепления.
3. Решена задача об определении полей концентраций взвешенных частиц для течения газозвеси в периодическом ряду цилиндров на основе полного лагранжевого метода. Исследованы распределения концентрации частиц в

окрестности цилиндра и на его поверхности для различных значений пористости периодического ряда и чисел Стокса дисперсной фазы.

4. Решена задача об осаждении взвешенных частиц в круговом канале внутри пористой среды на основе приближенной модели течения Пуазейля и уравнения конвективно-диффузионного переноса частиц. Получена приближенная формула для коэффициента пропускания взвешенных частиц.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Проведенные исследования имеют теоретическое значение в области моделирования течения газозвеси в областях с пористыми включениями. Полученные результаты работы могут иметь практическую значимость при прогнозировании характеристик аэрозольных фильтров и создании новых фильтров с улучшенными свойствами.

**Достоверность полученных результатов.** Сформулированные в работе математические модели основаны на фундаментальных законах и уравнениях механики сплошных сред. Для решения поставленных задач применяются апробированные численные методы. Результаты исследований находятся в хорошем согласии с известными расчетными данными других авторов.

**Соответствие паспорту специальности.** Согласно паспорту специальности 01.02.05 механика жидкости, газа и плазмы – область естественных наук, изучающая на основе идей и подходов кинетической теории и механики сплошной среды процессы и явления, сопровождающие течения однородных и многофазных сред при механических, тепловых, электромагнитных и прочих воздействиях, а также происходящие при взаимодействии текучих сред с движущимися или неподвижными телами. К областям механики жидкости и газа относятся ламинарные и турбулентные течения; течения многофазных сред (газожидкостные потоки, пузырьковые среды, газозвеси, аэрозоли, суспензии и эмульсии); фильтрация жидкостей и газов в пористых средах; аналитические, асимптотические и численные методы исследования уравнений кинетических и континуальных моделей однородных и многофазных сред (конечно-разностные, спектральные, методы конечного объема, методы прямого моделирования и др.). [<http://vak.ed.gov.ru/316>]. Диссертационная работа отвечает задаче механики жидкости, газа и плазмы и относится к вышеперечисленным областям.

**На защиту выносятся следующие основные положения:**

1. Математические модели течения газозвеси при обтекании свободного пористого цилиндра и пористого цилиндра в периодическом ряду, а также зависимости эффективности осаждения взвешенных частиц, в том числе с учетом внутреннего осаждения, от числа Дарси, Стокса и пористости ряда.

2. Обобщенная приближенная формула для эффективности осаждения взвешенных частиц в ряду пористых цилиндров за счет инерционного механизма и эффекта зацепления.
3. Постановка и решение задачи об определении полей концентраций взвешенных частиц для течения газовой взвеси в периодическом ряду цилиндров на основе полного лагранжевого метода и в стоковом приближении для течения несущей среды. Результаты исследований распределений концентраций частиц на поверхности и в окрестности цилиндра для различных чисел Стокса и пористости периодического ряда.
4. Постановка и приближенное аналитическое решение задачи о течении газовой взвеси в круговом канале внутри пористой среды. Приближенные аналитические выражения для пространственного распределения концентрации взвешенных частиц и коэффициента пропуска частиц как функций числа Дарси и коэффициента скольжения на границе однородной и пористой сред.

**Апробация работы.** Результаты диссертации по мере получения докладывались на семинарах лаборатории «Аэрозоли» Института математики и механики Казанского университета и на всероссийских и международных конференциях: IV и V молодежные международные научные конференции «Тинчуринские чтения» (КГЭУ, г. Казань, 2009, 2010); XIV международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» (МЭИ, г. Москва, 2010); XXIV научная конференция стран СНГ «Дисперсные системы» (г. Одесса, Украина, 2010); VII Международная конференция «Естественные и антропогенные аэрозоли – 2010» (г. Санкт-Петербург, 2010); научно-практическая конференция студентов и аспирантов «Наука и инновации в решении актуальных проблем города» (г. Казань, 2010); Международная конференция по методам аэрофизических исследований ICMAR-2012 (г. Казань, 2012); Европейские аэрозольные конференции EAC-2012 и EAC-2013 (Granada, Spain, 2012, Prague, Czech Republic, 2013); Международных конференциях «Девятое Петряновские Чтения» и «Десятое Петряновские и Первые Фуксовские Чтения» (НИФХИ им. Л.Я. Карпова, г. Москва, 2013, 2015); Вторая Всероссийская научная конференция с международным участием «Окружающая среда и устойчивое развитие регионов» (г. Казань, 2013); конференция «Обратные краевые задачи и их приложения» (г. Казань, 2014); XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Казань, 2015).

**Личное участие.** Автор диссертационной работы принимал участие в постановке задач, выборе математических моделей и методов решения

поставленных задач, а также в анализе полученных результатов и написании статей совместно с научным руководителем. Все численные расчеты проведены автором диссертации.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 18 работ. Четыре статьи в журналах из списка ВАК [1–4] и 14 материалов и тезисов конференций [5 – 18].

Исследования течений газозвеси в областях с пористыми включениями, результаты которых включены в диссертацию, выполнены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 12-01-00333, 15-01-06135, 14-01-31118) и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-6235.2015.1. Автор выражает благодарность указанным фондам. Автор работы удостоен диплома финалиста конкурса «Республиканский Молодежный Форум 2011» за разработку проекта «Повышение эффективности осаждения дымовых частиц в волокнистых фильтрах» (Казань, 14-17 ноября, 2011 г.)

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из списка используемых обозначений, введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводится обзор литературы по теме исследования, обосновывается актуальность работы, излагается краткое содержание работы, формулируются цели исследования, указываются положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** приведено описание математических моделей течения газозвеси в однородной и пористой областях, используемых для решения задач в последующих главах. При предположении малых концентраций дисперсной фазы моделирование движения газозвеси сводится к решению задачи о течении несущей среды – течению несжимаемого газа и задачи о движении дисперсных включений в найденном поле скоростей. Влиянием второй фазы на поле течения газа пренебрегается. Движение вязкой несжимаемой газовой среды в однородной области описывается системой уравнений Навье-Стокса. В случае движения потока через пористую среду принята модель течения, описываемая расширенными уравнениями Бринкмана:

$$\nabla \cdot \bar{U} = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon^{-2} \rho \bar{U} \cdot \nabla \bar{U} = -\nabla P + \frac{\mu}{\varepsilon} \Delta \bar{U} - \frac{\mu}{k} \bar{U}, \quad (2)$$

где  $\bar{U}$  – скорость течения,  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости,  $P$  – давление газа,  $\varepsilon$  и  $k$  – пористость и проницаемость среды. Для описания течения несжимаемого газа в периодическом ряду пористых цилиндров в случае малых чисел Рейнольдса применяется также ячеечная модель Кувабара [1], развитая в работах Стечкиной И.Б. и Кирша В.А. Поле течения вне пористого цилиндра находится в приближении Стокса на основе решения бигармонического уравнения для функции тока. Движение несущей среды внутри цилиндра описывается в рамках модели Дарси. Для описания движения второй фазы используются лагранжевы и эйлеровы подходы. Приведены общие уравнения движения одиночной частицы в неоднородном газовом потоке с учетом различных сил. Для задач, рассматриваемых в работе, при учете аэродинамического сопротивления и допущении о сферичности взвешенных частиц уравнения движения частиц представляются в безразмерном виде:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{(\vec{u} - \vec{v})}{St}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad (3)$$

где  $\vec{v}$  – скорость частицы,  $\vec{r} = \{x, y\}$  – радиус вектор положения частицы,  $St = \tau_p U_0 / L$  – число Стокса,  $\tau_p = \rho_p d_p^2 / 18\mu$ ,  $d_p$  и  $\rho_p$  – диаметр и плотность частицы.

Для описания движения частиц в отсутствии инерции (малые аэрозольные частицы) применяется эйлеров подход, основанный на решении уравнения конвективной диффузии для концентрации взвеси  $C$

$$(\vec{U} \cdot \nabla)C = D\Delta C. \quad (4)$$

В первой главе приведено также описание полного лагранжева метода для нахождения распределения концентраций взвешенных инерционных частиц, развитого в работах Осипцова А.Н. Предложенный метод позволяет вычислять концентрацию частиц вдоль траекторий на основе решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений для компонент  $J_{ij}$  якобиана перехода от лагранжевых координат к эйлеровым и для компонент скорости частиц и ее координат. Найденные компоненты якобиана перехода вдоль траекторий позволяют найти концентрацию частиц в произвольной точке траектории из уравнения неразрывности для дисперсной фазы

$$c_p(x, y, t) \det \|J_{ij}\| = c_p(x_0, y_0, 0). \quad (5)$$

<sup>1</sup> Kuwabara S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers // Journal of Physical Society of Japan. – 1959. – Vol. 14 (4) – P. 527-532.

Во второй главе дана постановка задачи об обтекании одиночного пористого цилиндра радиуса  $R_c$  потоком газозвеси. Движение газа в однородной области и внутри пористого цилиндра описывается едиными уравнениями вязкого ламинарного течения, учитывающими внутри цилиндра дополнительное сопротивление за счет течения газа в пористой структуре. Численное решение описанных уравнений достигается в среде пакета ANSYS Fluent. В найденном поле скоростей газа рассчитываются траектории частиц. Примеры линий тока течения несущей среды для двух чисел Рейнольдса приведены на рис.1 (нижняя часть рисунка соответствует результатам работы [2]).

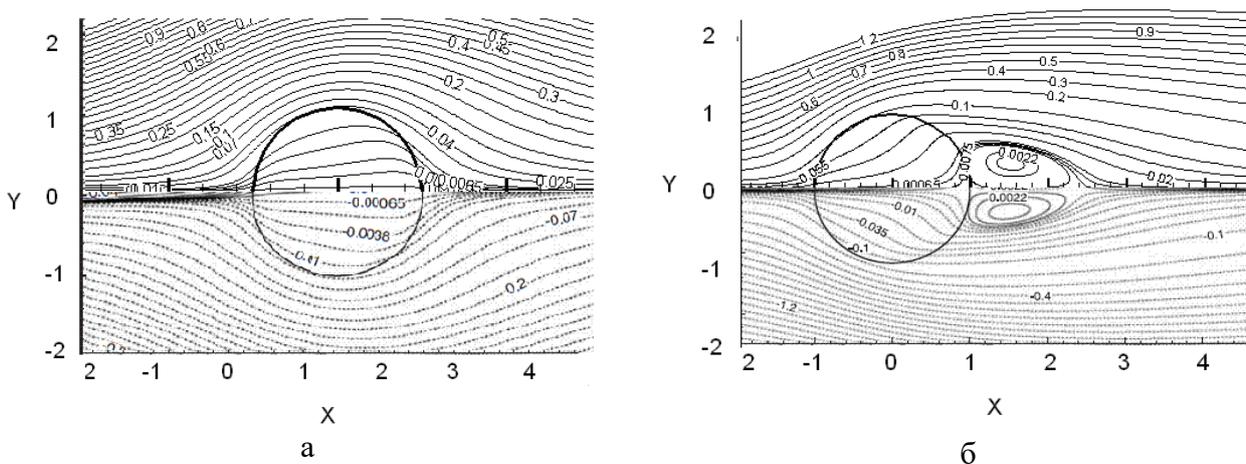


Рис 1. Линии тока течения газа при  $Da = k / R_c^2 = 10^{-2}$  для  $Re=1$  (а), 20 (б)

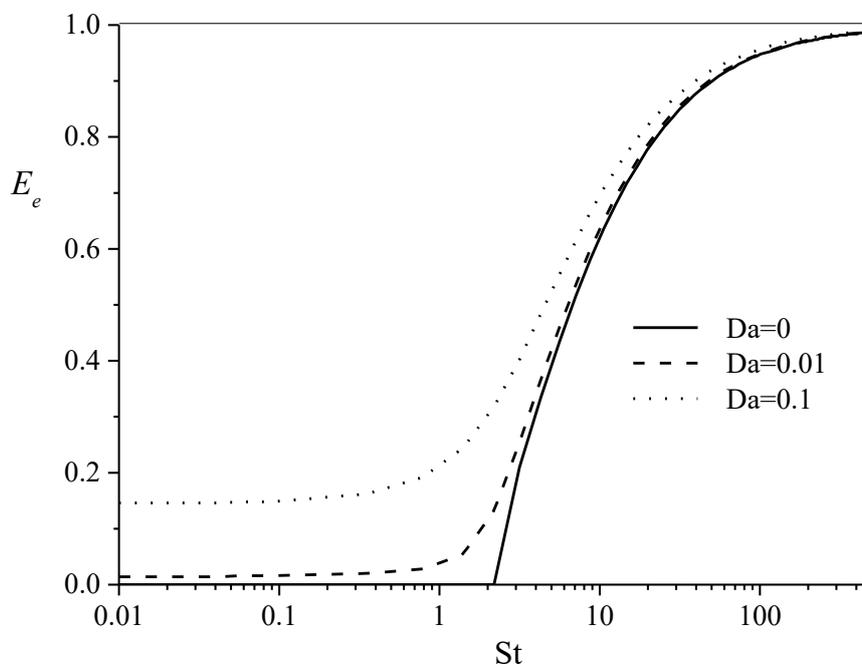


Рис. 2. Зависимость эффективности  $E_e$  осаждения частиц от числа Стокса

<sup>2</sup>Bhattacharyya S. Fluid motion around and through a porous cylinder / S. Bhattacharyya, S. Dhinakazan, A. Khalili // Chemical Engineering Science, – 2006. – Vol. 61. – P. 4451–4461.

Решена задача об инерционном осаждении взвешенных частиц при обтекании пористого цилиндра. Эффективность  $E_e$  инерционного осаждения частиц на поверхности цилиндра рассчитывается как отношение числа частиц достигающих поверхности к общему числу частиц в поперечном сечении цилиндра в невозмущенном потоке. Построены зависимости эффективности осаждения частиц от числа Стокса при различных числах Дарси и показано, что в случае пористого цилиндра эффективность осаждения частиц может заметно вырасти в области малых чисел Стокса (рис.2). Наличие течения газа через пористый цилиндр увеличивает число частиц, попадающих на поверхность цилиндра. Дана оценка эффективности осаждения частиц внутри цилиндра на основе известной приближенной зависимости глубины проникновения частиц в неплотной случайной упаковке цилиндров. Общий выигрыш в увеличении эффективности осаждения на пористом цилиндре заметно зависит от значения пористости цилиндра.

**Третья глава** посвящена исследованию течения газа с взвешенными частицами в периодическом ряду пористых цилиндров (рис.3) с плотностью упаковки  $\alpha = \pi / 4(H / R_c)^2$ .

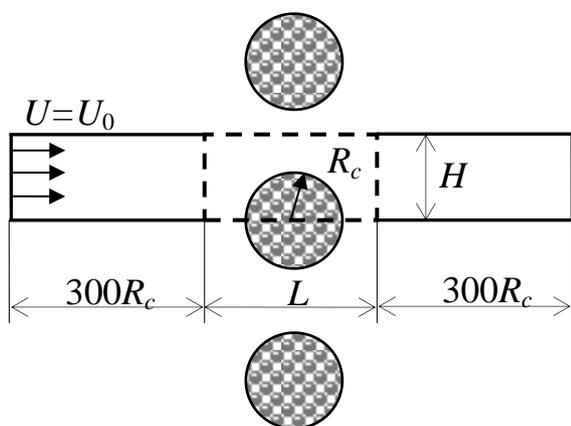


Рис.3. Схема периодического ряда пористых цилиндров.

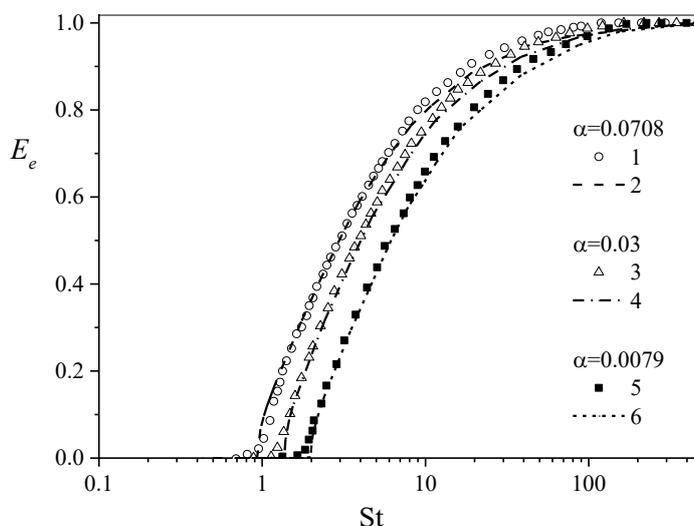


Рис.4. Кривые эффективности осаждения частиц для сплошного цилиндра для различных  $\alpha$  : 1, 3, 5 ( $[^3]$ ), 2, 4, 6 –настоящая модель.

<sup>3</sup> Müller T. Low Reynolds number drag and particle collision efficiency of a cylindrical fiber within a parallel array / T. Müller, J. Meyer, G. Kasper // J. of Aerosol Sci. – 2014. – Vol. 77. – P. 50-66.

Для расчета поля скоростей течения несущей среды применяются аналитическая и численная модели, описанные в первой главе. Аналитическая ячеечная модель включает в себя уравнения для функции тока внешнего течения Стокса и давления внутри пористого цилиндра. Численная модель основана на комбинации уравнений Навье-Стокса несжимаемого газа и расширенных уравнений Бринкмана, которые решаются методом конечных объемов с использованием программного пакета ANSYS Fluent. В найденных полях скоростей несущей среды рассчитываются траектории взвешенных частиц для определения эффективности инерционного осаждения  $E_e$ . При тестировании развитого численного метода расчета проведено сравнение кривых эффективности инерционного осаждения в периодическом ряду сплошных цилиндров с результатами работы [3], которое дало хорошее согласие (рис.4).

Проведены исследования зависимости эффективности осаждения взвешенных частиц от числа Стокса для различных значений числа Дарси и пористости ряда цилиндров для численной и аналитической моделей течения несущей среды. Используемые модели течения газа дают близкие результаты для малых чисел Дарси (рис.5). Показано, что появление дополнительного потока воздуха через цилиндр увеличивает поток частиц на его поверхность. В случае сплошного цилиндра поток частиц на поверхность при малых числах Стокса падает до очень малых значений близких к нулю. Для пористого цилиндра даже для малых чисел Стокса поток частиц на поверхность цилиндра не будет нулевым. Возрастание числа Дарси ведет к значительному возрастанию потока частиц через границу пористого тела. С ростом плотности ряда этот эффект усиливается. Вместе с тем, в зависимости от пористости цилиндра некоторые частицы, которые достигли его поверхности, могут проходить через него без оседания внутри. Рассчитано течение газозвеси в приближении уравнений Навье-Стокса через цилиндр, составленный из  $n$  случайно упакованных волокон одинакового радиуса, для оценки эффективности осаждения внутри пористого тела. Общая эффективность  $E$  осаждения частиц определяется как произведение  $E_e$  и эффективности  $E_i$  осаждения внутри пористого тела:  $E = E_e E_i$ . Преимущество в эффективности  $E$  осаждения частиц для случая пористого цилиндра при малых числах Стокса уменьшается из-за способности частиц проходить через пористую среду без оседания. Показано, что кривая общей эффективности осаждения лежит между кривыми эффективности инерционного улавливания частиц на поверхности пористого и сплошного цилиндра (рис.6).

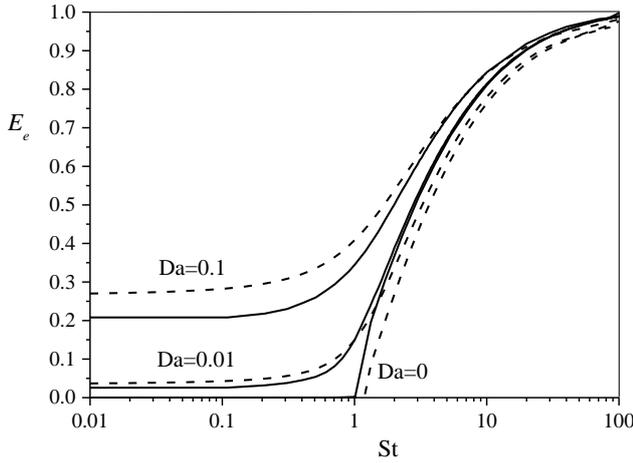


Рис. 5. Зависимость  $E_e(St)$  при  $\alpha = 0.05$ :  
сплошные линии – аналитическая модель,  
штриховые линии – численная модель  
несущей среды.

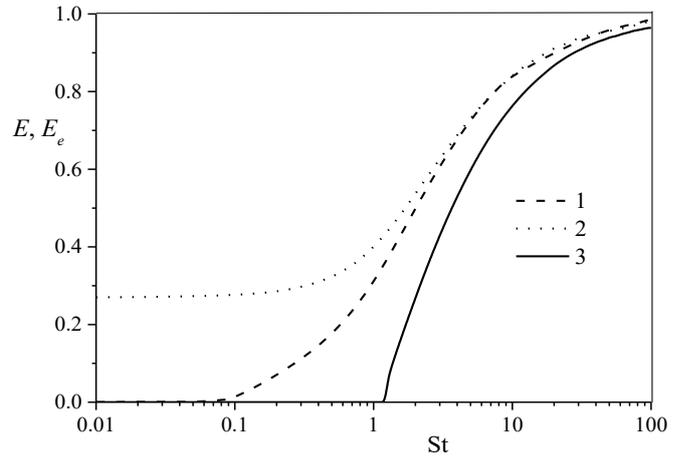


Рис. 6. Зависимости  $E(St)$  и  $E_e(St)$  при  
 $\alpha = 0.05$ .  
1,2 –  $E, E_e$  для  $Da=0.1$ , 3 –  $E_e$  для  $Da=0$ .

Аналитическое решение в приближении модели Стокса-Дарси использовано для обобщения приближенной формулы эффективности осаждения аэрозольных частиц на сплошном цилиндре в периодическом ряду с помощью механизма инерции и эффекта зацепления, предложенной в работе [3], на случай пористого цилиндрического волокна. Новая формула определяет эффективность осаждения частиц в периодическом ряду пористых цилиндров как функцию чисел Стокса и Дарси, параметра зацепления, плотности упаковки:

$$E_{eDa}(St, Da, \alpha, \delta) = E_e(St, \alpha, \delta) + E_p(Da, \alpha) \cdot (1 - E_e(St, \alpha, \delta)), \quad (6)$$

$$E_e(St, \alpha, \delta) = E_\delta(\alpha, \delta) + f_3 \cdot (1 + \delta - E_\delta(\alpha, \delta)),$$

$$f_3 = f_{3, \delta=0}(St_m) + (2\delta)^{0.8} (f_{3, \delta=0.5}(St_m) - f_{3, \delta=0}(St_m)),$$

$$f_{3, \delta=0}(St_m) = \exp\left(-\frac{0.479}{St_m^{0.943}} - \frac{3.28 \times 10^{-5}}{St_m^7}\right), f_{3, \delta=0.5}(St_m) = \exp\left(-\frac{0.45}{St_m^{0.892}}\right);$$

$$E_\delta(\alpha, \delta) = E_{\delta_2}(\alpha, \delta) = \psi(1 + \delta, 0.5\pi) - E_p(Da, \alpha) = \\ = (1 + \delta) + C(a_1(1 + \delta)^{-1} - a_2(1 + \delta) + a_3(1 + \delta)^3) - E_p(Da, \alpha),$$

$$a_1 = 0.5 - 0.25\alpha, a_2 = Ku - 0.5\alpha + 0.5 - \ln(1 + \delta), a_3 = -0.25\alpha;$$

$$E_p(Da, \alpha) = \psi(1, 0.5\pi) = 1 - Ku / (Ku + 2(1 + \alpha)Da).$$

Сравнение зависимостей эффективностей осаждения от числа Стока при различных значениях числа Дарси  $Da$  и параметра зацепления  $\delta$ , полученных по аналитической модели течения несущей среды и по (6) приведено на рис.7:

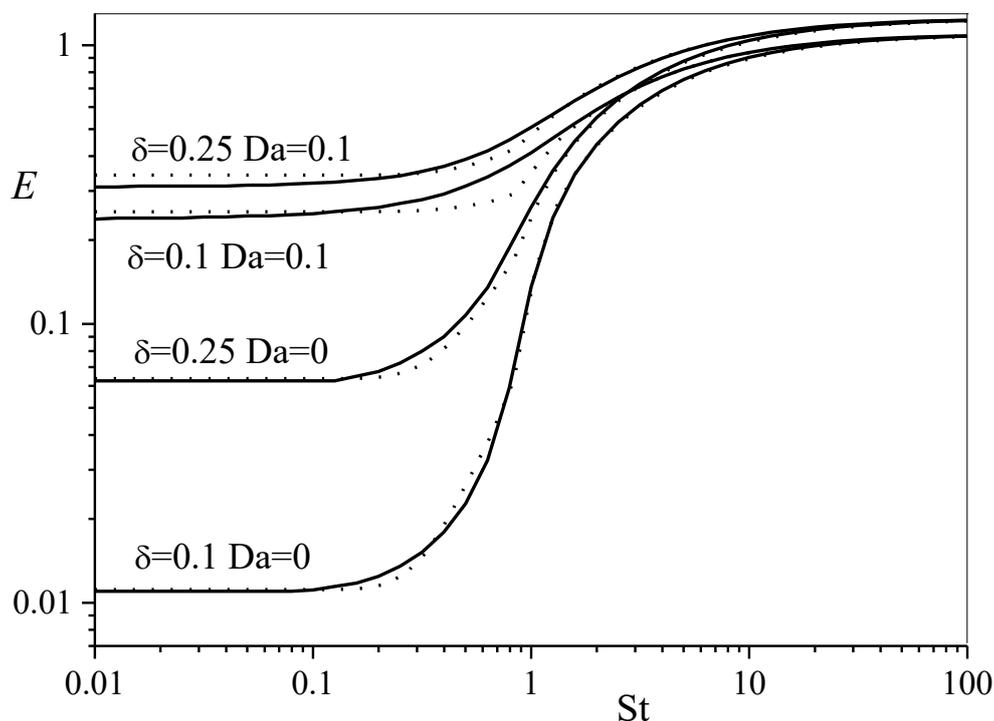


Рис. 7. Зависимость  $E_e(St)$  при  $\alpha = 0.05$ :

сплошные линии – обобщенная аналитическая модель Кувабара,  
штриховые линии – формула (6).

**В четвертой главе** решена задача об определении полей концентраций взвешенных частиц для течения газозвеси в периодическом ряду сплошных цилиндров. Движение несущей среды вокруг цилиндра при малых числах Рейнольдса в приближении течения Стокса описывается бигармоническим уравнением для функции тока  $\psi$ . Для определения поля функции тока  $\psi(x, y)$  использован метод коллокаций на основе мультиквадратичных функций [4]. Для моделирования движения дисперсной фазы применен полный лагранжев метод, описанный в первой главе. Использование безсеточного метода коллокаций для мультиквадратичных функций позволяет получить аналитически непрерывные функции первых и вторых производных компонент скорости течения несущей среды, что обеспечивает высокую точность расчета концентрации частиц полным лагранжевым методом.

<sup>4</sup> Зарипов Ш.Х. Решение задачи Стокса в приближении бигармонического уравнения методом мультиквадратичных функций / Ш.Х. Зарипов, Р.Ф. Марданов // Обратные краевые задачи и их приложения. (ОКЗ и их приложения): материалы конференции (г. Казань, 20–24 октября, 2014 г.) [Электронный ресурс]

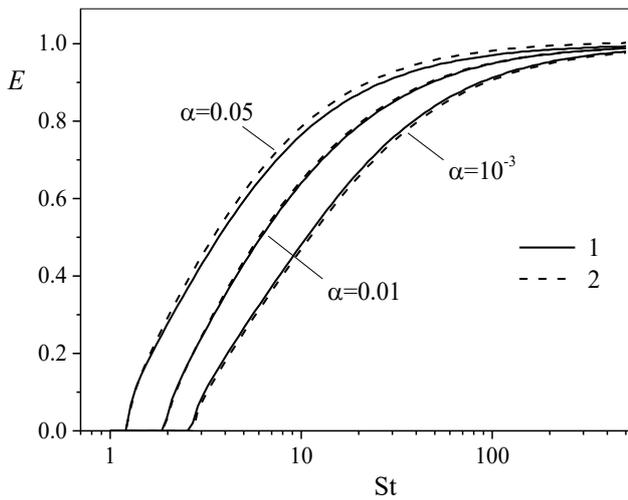


Рис. 8. Эффективность захвата аэрозольных частиц: 1 – метод предельной траектории, 2 – формула (7).

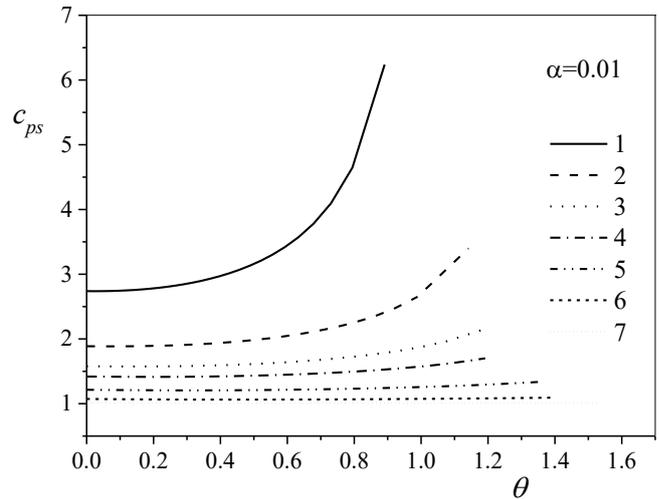


Рис. 9. Зависимость  $c_{ps}(\theta)$  при  $\alpha=0.01$ . Кривые 1-7 соответствуют  $St=2.5, 3, 3.5, 4, 5.5, 10, 30$ .

Для тестирования развитого метода расчета концентраций рассчитана эффективность  $E$  инерционного осаждения аэрозольных частиц на цилиндре на основе традиционного метода предельных траекторий и по значениям рассчитанных концентраций на цилиндре. В случае известного распределения концентрации  $c_{ps}(x_s(\theta), y_s(\theta))$  частиц на поверхности цилиндра величина  $E$  может быть найдена по формуле:

$$E = \int_0^{\theta^*} c_p(x_s(\theta), y_s(\theta)) v_n(x_s(\theta), y_s(\theta)) d\theta, \quad (7)$$

где  $v_n$  – нормальная компонента скорости частицы,  $(x_s(\theta), y_s(\theta))$  – координаты текущей точки поверхности цилиндра. Зависимости  $E(St)$  для трех значений плотности упаковки цилиндров  $\alpha = 0.001, 0.01, 0.05$ , рассчитанные методом предельных траекторий (сплошные кривые) и по формуле (7) (штриховые кривые) приведены на рис. 8. Наблюдается хорошее согласие кривых, полученных по двум подходам, что подтверждает высокую точность расчета концентраций частиц на поверхности цилиндра.

Исследованы распределения концентрации частиц в окрестности цилиндра и на его поверхности для различных значений параметров ряда цилиндров (пористости ряда) и дисперсной фазы (число Стокса). Показано, что с увеличением числа Стокса среднее значение концентрации частиц на поверхности цилиндра уменьшается, но растет область оседания (рис.9). При малых числах Стокса максимум концентрации частиц наблюдается перед цилиндром (рис.10). С ростом числа Стокса происходит сдвиг по течению области максимальных концентраций. Обнаружено также, что за цилиндром

появляются области с концентрацией ниже начальной, обусловленные разрежением траекторий.

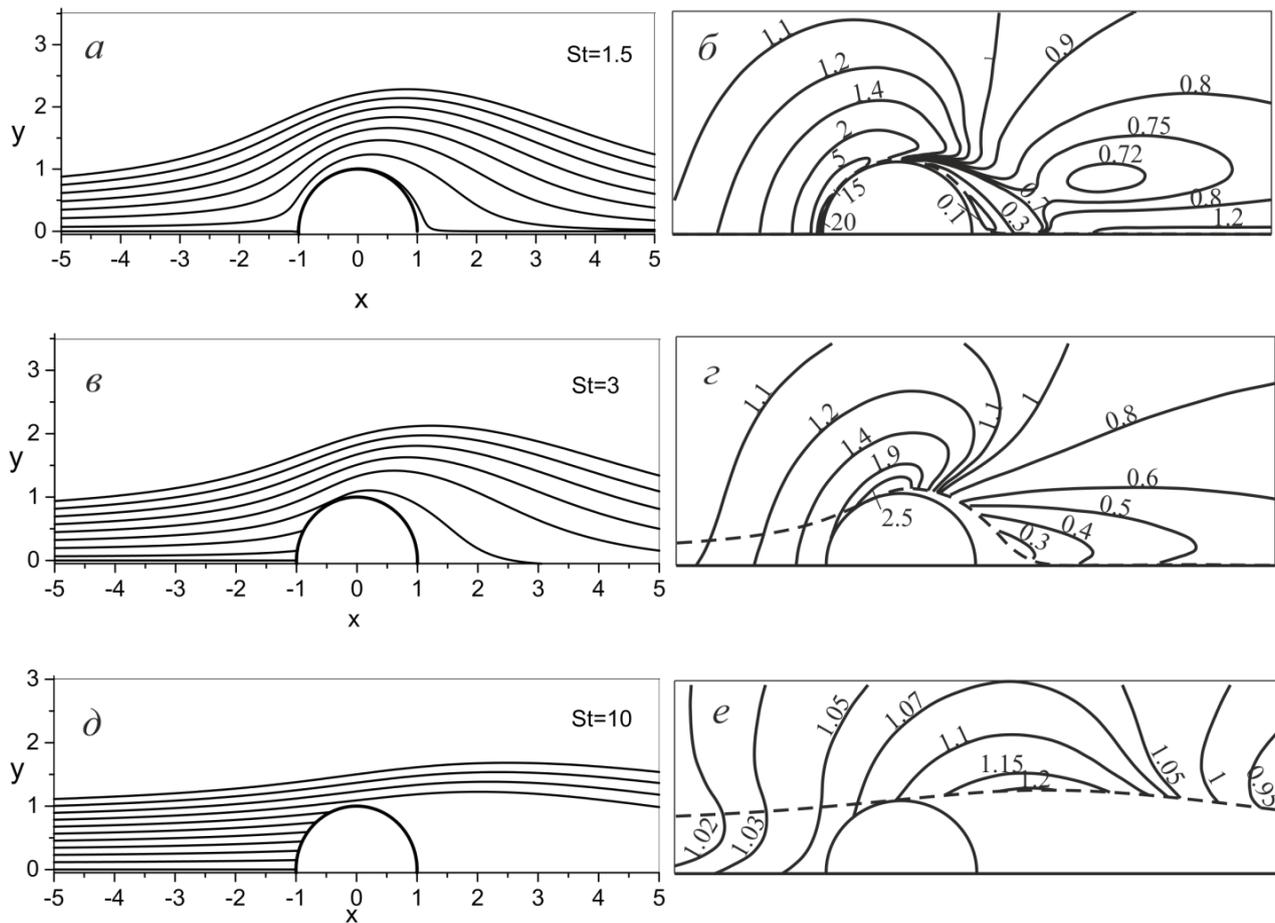


Рис. 10. Траектории частиц (а, в, д) и распределения концентрации  $c_p(x, y)$  частиц (б, г, е) в окрестности цилиндра: а, б –  $St = 1.5$ , в, г –  $St = 3$ , д, е –  $St = 10$ .

В пятой главе дано приближенное аналитическое решение задачи о движении газозвеси в канале кругового сечения радиуса  $R_c$  внутри пористой среды в приближении безинерционного ламинарного течения в однородной области и модели Дарси в пористой области для несущей среды и на основе уравнения конвективно-диффузионного переноса малых аэрозольных частиц. Подобная задача возникает в связи с необходимостью оценки характеристик аэрозольных фильтров при нарушении их целостности в результате образования отверстий. Получены аналитические выражения для профиля скорости и концентрации частиц, которые были использованы для построения приближенной формулы для коэффициента пропуска частиц

$$P_\tau(x) = \delta(\tau) \exp[-\lambda(\tau)x] \frac{6.3 + 18\tau - (\tau + 0.4)v}{(1 + 4\tau)(11 - v)}, \quad (8)$$

где  $\tau = \sqrt{Da} (\alpha_s^{-1} + 2\sqrt{Da})$  – параметр, который учитывает изменение скорости течения, вызванное ненулевой скоростью газа на границе с пористой средой,  $\alpha_s$  – коэффициент скольжения, который может быть определен из эксперимента или детальных гидродинамических расчетов,  $Da = k / R_c^2$  – число Дарси,  $\nu = \lambda \tau$ . Сравнение результатов расчета  $P_\tau(x)$  по формуле (8) с численными результатами дано на рис. 11.

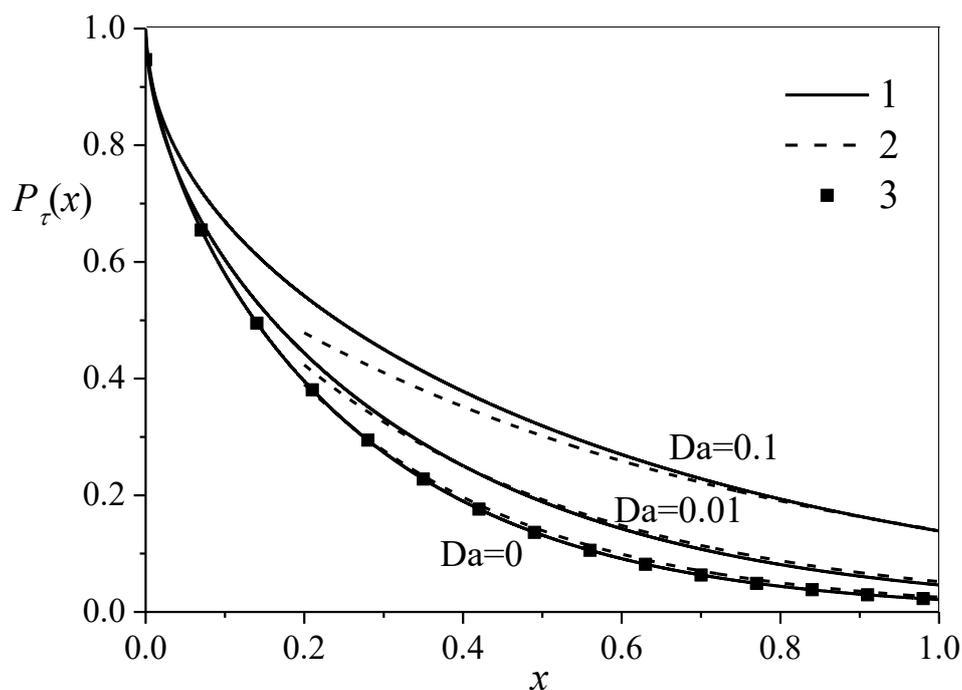


Рис. 11. Коэффициент пропускания частиц  $P_\tau(x)$ , 1 – численное решение, 2 – формула (8), 3 – приближенная формула P.G. Gormley, M. Kennedy [5].

## ВЫВОДЫ

В диссертационной работе развиты математические модели течения газозвеси в областях с пористыми включениями применительно к задачам фильтрации аэрозолей и рассчитаны интегральные характеристики (эффективности осаждения и пропускания частиц) в зависимости от геометрических параметров и свойств несущей среды и дисперсной фазы.

Решена задача обтекания газозвесью одиночного пористого цилиндра. Проведены параметрические исследования эффективности осаждения частиц на поверхности пористого цилиндра. Построены зависимости эффективности

<sup>5</sup> Gormley P.G. Diffusion from a stream flowing through a cylindrical tube / P.G. Gormley, M. Kennedy // Proceedings of the Royal Irish Academy. – 1949. – Vol. 52A. – P. 163-169.

осаждения частиц от числа Стокса при различных числах Дарси и показано, что в случае пористого цилиндра эффективность осаждения частиц может заметно вырасти в области малых чисел Стокса. Дана оценка эффективности осаждения частиц внутри цилиндра на основе приближенной зависимости глубины проникновения частиц в неплотной случайной упаковке цилиндров. Общий выигрыш в увеличении эффективности осаждения на проницаемом цилиндре заметно зависит от значения пористости цилиндра.

Решена задача обтекания газозвесью периодического ряда пористых цилиндров в рамках обобщенной аналитической ячеечной модели Кувабара и в рамках ламинарного течения, описываемого уравнениями Навье-Стокса. Проведены расчеты эффективности инерционного осаждения частиц с учетом механизма зацепления для различных значений числа Дарси. Показано, что увеличение потока воздуха через пористый цилиндр увеличивает поток частиц на его поверхность. В случае сплошного цилиндра поток частиц на поверхность понижается до очень малых значений близких к нулю при малых числах Стокса. Для пористого цилиндра даже для малых чисел Стокса поток частиц на поверхность цилиндра не будет нулевым. Возрастание числа Дарси ведет к значительному возрастанию потока частиц через границу пористого тела. Для оценки эффективности осаждения внутри пористого тела было рассчитано течение газозвеси через цилиндр, составленный из  $n$  случайно упакованных волокон одинакового радиуса. Показано, что общая эффективность осаждения ограничена эффективностями инерционного улавливания поверхностями пористых и сплошных тел. Преимущество в общей эффективности осаждения пористого цилиндра относительно сплошного уменьшается из-за способности некоторых частиц, которые достигают поверхности тела, проходить через пористую среду без оседания.

Построена приближенная формула для оценки эффективности осаждения взвешенных частиц в ряду пористых цилиндров за счет инерционного механизма и эффекта зацепления как функция чисел Стокса и числа Дарси и параметра зацепления.

Решена задача о нахождении концентраций взвешенных частиц при стационарном ламинарном обтекании бесконечного кругового цилиндра. Исследованы распределения концентрации частиц в окрестности цилиндра и на его поверхности для различных значений параметров ряда цилиндров (пористости ряда) и дисперсной фазы (число Стокса). Показано, что с увеличением числа Стокса среднее значение концентрации частиц на поверхности цилиндра уменьшается, но растет область оседания. При малых числах Стокса максимум концентрации частиц наблюдается перед цилиндром. С ростом числа Стокса происходит сдвиг по течению области максимальных

концентраций. Обнаружено также, что за цилиндром появляются области с концентрацией ниже начальной, обусловленные разрежением траекторий.

Решена задача о движении аэрозоля в круговом канале внутри пористой среды в предположении малости концентраций дисперсной примеси. Для течения несжимаемого газа получено приближенное аналитическое решение для профиля скорости в канале кругового сечения внутри пористой среды. Получено приближенное решение задачи об осаждении взвешенных частиц на основе уравнения конвективно-диффузионного переноса примеси. Построены выражения для распределения концентрации частиц и коэффициента пропуска частиц, включающие в качестве параметра число Дарси и коэффициент скольжения пористой поверхности. Проведено сравнение полученных распределений концентрации частиц с численным решением задачи о переносе дисперсной примеси. Показано, что увеличение числа Дарси (рост проницаемости пористой среды) уменьшает осаждение частиц в канале в результате увеличения скорости несущей среды.

## **СПИСОК ТРУДОВ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

*Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК:*

1. **Григорьева О.В.** Инерционное осаждение взвешенных частиц при обтекании пористого цилиндра / О.В. Григорьева, Ш.Х. Зарипов // Известия вузов. Авиационная техника. – 2012. – № 1. – С. 17-20.
2. **Соловьева О.В.** Течение газозвеси в периодическом ряду цилиндров: расчет полей концентраций частиц / О.В. Соловьева // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физ.-мат. науки. – 2015. – Т. 157, Кн. 4. – С.149-157.
3. Zaripov S.K. Analytical Model of the Transport of Aerosol Particles in a Circular Hole Inside a Porous Medium / S.K. Zaripov, **O.V. Soloveva**, E.V. Skvortsov // Transport in Porous Media. – 2015. – Vol. 107 (1). – P. 141-151.
4. Zaripov S.K. Inertial Deposition of Aerosol Particles in a Periodic Row of Porous Cylinders / S.K. Zaripov, **O.V. Solov'eva**, S.A. Solov'ev // Aerosol Science and Technology. – 2015. – Vol. 49 (6). – P. 400-408.

*Статьи и тезисы докладов российских и международных конференций:*

5. **Григорьева О.В.** Осаждение малых аэрозольных частиц на препятствиях простой формы / О.В. Григорьева, Ш.Х. Зарипов // Материалы докладов

- IV Международной молодежной научной конференции «Гинчуринские чтения» / Под общ. ред. д-ра. физ-мат. наук, проф. Ю.Я. Петрушенко. В 4 т.; – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2009. – Т. 2. – С. 206-207.
6. **Григорьева О.В.** Моделирование осаждения малых аэрозольных частиц в упаковке цилиндров / О.В. Григорьева, Ш.Х. Зарипов // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: Шестнадцатая международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов: Тезисы докладов В 3 т. – М.: Издательский дом МЭИ, 2010. – Т 1. – С. 330-331.
  7. **Григорьева О.В.** Эффективность инерционного осаждения аэрозольных частиц при обтекании пористого цилиндра / О.В. Григорьева, Ш.Х. Зарипов // Дисперсные системы: XXIV научная конференция стран СНГ, 20-24 сентября 2010 г., Одесса, Украина: материалы конференции / М-во образования и науки Украины, Одесский нац. унив. имени И.И. Мечникова. – Одесса: Астропринт, 2010. – С. 91-92.
  8. **Григорьева О.В.** Инерционное осаждение аэрозольных частиц при обтекании пористого цилиндра / О.В. Григорьева, Ш.Х. Зарипов // Седьмая международная конференция «Естественные и антропогенные аэрозоли», 28 сентября – 1 октября 2010 г., Санкт-Петербург: Тезисы докладов. – 2010. – С. 26.
  9. **Григорьева О.В.** Моделирование осаждения пылевых частиц при обтекании пористых тел // Наука и инновации в решении актуальных проблем города. Материалы научно-практической конференции студентов и аспирантов. – Казань: Изд-во «Отечество», 17-18 декабря 2010.г. – С. 37-39.
  10. **Григорьева О.В.** Инерционное осаждение взвешенных частиц при обтекании пористого цилиндров // Материалы докладов VI Международной молодежной научной конференции «Гинчуринские чтения» / Под общ. ред. д-ра. физ-мат. наук, проф. Ю.Я. Петрушенко. В 4 т.; – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2011. – Т. 2. – С. 210-211.
  11. **Григорьева О.В.** Инерционное осаждение взвешенных частиц при обтекании ряда пористых цилиндров / О.В. Григорьева, Ш.Х. Зарипов, С.А. Соловьев // Девятые Петряновские чтения. Москва, 18 - 20 июня 2013 г.: Тезисы докладов. – М.: МГИУ, 2013. – С. 37-39.
  12. **Соловьева О.В.** Движение аэрозольных частиц в канале внутри пористой среды / О.В. Соловьева, Ш.Х. Зарипов, Э.В. Скворцов // Окружающая среда и устойчивое развитие регионов. Том I: Теория и методы изучения и охраны окружающей среды. Экологические основы природопользования / Под. ред. проф. Латыповой В.З., проф.

- Ермолаева О.П., проф. Роговой Т.В., проф. Зарипова Ш.Х. – Казань: Изд-во «Отечество», 2013. – С. 431-433.
13. **Соловьева О.В.** Осаждение взвешенных частиц в канале внутри пористой среды / О.В. Соловьева, Ш.Х. Зарипов, Э.В. Скворцов // Обратные краевые задачи и их приложения (ОКЗ и их приложения): материалы конференции (г. Казань, 20-24 октября, 2014 г.) [Электронный ресурс]: (тексто-графические материалы). – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2014. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). (объем ЭИ: 51 Мб)
  14. **Соловьева О.В.** Осаждение аэрозольных частиц в канале внутри пористой среды / О.В. Соловьева, Ш.Х. Зарипов, Э.В. Скворцов // Десятые Петряновские и Первые Фуксовские Чтения, 21-23 апреля 2015 г., Москва: Тезисы докладов. – 2015. – С. 115-116.
  15. **Соловьева О.В.** Инерционное осаждение аэрозольных частиц при обтекании периодического ряда пористых цилиндров // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20-24 августа 2015 г., Казань: Материалы конференции [Электронный ресурс]. – 2015. – С. 3569-3570.
  16. **Grigorieva O.V.** The efficiency of inertial deposition of suspended particles in the flow around a porous cylinder / S.K. Zaripov, E.A. Kosterina, E.V. Skvortsov // International conference on the methods of aerophysical research, 19-25 Aug. 2012, Kazan, Russia: Abstracts. – 2012. – Part I. – P. 131-132.
  17. **Grigorieva O.V.** Inertial deposition of aerosol particles on a porous cylinder / O.V. Grigoryeva, S.K. Zaripov // European Aerosol Conference, 2-7 Sept. 2012, Granada, Spain: Abstracts [Electronic resource]. – 2012. – 1 USB flash. – C-WG10S1P21.
  18. Zaripov S.K. Efficiency of inertial capture of aerosol particles by porous fiber in cylinder array / S.K. Zaripov, **O.V. Grigorieva**, S.A. Soloviev // European Aerosol Conference. 1-5 Sept. 2013, Prague, Czech Republic: Abstracts [Electronic resource]. – 2013. – 1 USB flash. – B125.