На правах рукописи

МОХЕББИ ФАР МОХАММАД РЕЗА

ВЛИЯНИЕ КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ С ФЕРМИОННЫМ РЕЗЕРВУАРОМ НА ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧАЕМЫХ ФОТОНОВ

01.04.05 – оптика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань — 2016

Работа выполнена на кафедре оптики и нанофотоники ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор, Гайнутдинов Ренат Хамитович
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института перспективных исследований Академии наук Республики Татарстан, г. Казань Андрианов Сергей Николаевич
	кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник НИЦ «Курчатовский институт» (Центр фундаментальных исследований), г.Москва Башаров Асхат Масхудович
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева», г. Казань

Защита диссертации состоится «19» мая 2016 г. в 15.20 на заседании диссертационного совета Д 212.081.07 при ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» по адресу: 420008, г. Казань, ул. ул. Кремлевская, 16а, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского при Казанском (Приволжском) федеральном университете по адресу: г. Казань, ул. Кремлевская, 35.

Автореферат разослан « » марта 2016 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета,
доктор физико-математических наук Камалова Д.И.

Актуальность темы. В свое время развитие оптических технологий позволило создать однофотонные источники, которые сыграли важную роль в ключевых экспериментах в области кантовой информации, таких как нарушение неравенства Белла [1] и квантовой телепортации [2]. Интерес к созданию и исследованию однофотонных источников значительно вырос после того, как было теоретически показано [3], что эффективные линейно-оптические квантовые вычисления могут выполняться с использованием однофотонных импульсов. В связи с этим одной из актуальных проблем квантовой оптики является создание эффективных однофотонных источников. Подходящими кандидатами на роль таких источников являются квантовые точки [4], поскольку они обладают большим значением электрического дипольного момента, и каждая отдельная квантовая точка может использоваться в качестве такого эмиттера. Однако при спонтанном излучении эмиттера испускается фотон, форма волнового пакета которого существенно отличается от гауссовой. Это является серьезной проблемой с точки зрения квантовых вычислений, основанных на двух-фотонной интерференции, где форма волновых пакетов фотонов должна быть близкой к гауссовой. С другой стороны, важной особенностью квантовых точек является то, что можно эффективно управлять их физическими характеристиками и процессами. Например, туннельно связывая квантовые точки с фермионными резервуарами (в данном случае фермионами являются электроны и дырки), можно изменять их энергетические уровни и управлять процессами туннелирования. Управление такого типа используется для создания одноэлектронных транзисторов. В данном исследовании большое значение уделяется квантовым флуктуациям, обусловленным взаимодействием квантовых точек с электронным резервуаром. Эти флуктуации проявляют себя в собственно-энергетических функциях состояний квантовой точки, которые определяют оператор Грина, описывающий эволюцию системы в случае, когда единственным взаимодействием является самодействие эмиттера, связанного с флуктуированием электрона в резервуар и обратно. Собственно-энергетические функции определяют поправки к энергиям уровней квантовых точек и к спектрам их излучения [5]. С точки зрения транспорта заряда через одноэлектронные транзисторы эффекты квантовой флуктуации являются деструктивными. С другой стороны, этот эффект существенно влияет на собственно-энергетические функции состояний эмиттера и, соответственно, на контуры спектральных линий [6]. При исследовании эффектов квантовой флуктуации может оказаться необходимым явный учет нелокальности во времени связанного с ними взаимодействия эмиттера с резервуаром. Как было продемонстрировано в [7] при определенных условиях нелокальность во времени взаимодействия двухуровневой системы с окружением может приводить к существенной модификации процесса спонтанного излучения и, как следствие, к расщеплению спектральных линий.

Целью данной работы является исследование влияния квантовых флуктуаций при взаимодействии квантовой точки с фермионным резервуаром на спектральные характеристики и волновые функции фотона, излученного в процессе спонтанной эмиссии.

Задачи исследования:

1. Исследование влияния эффектов нелокальности во времени взаимодействия квантовой точки на собственно-энергетические функции состояний, определяющие энергетические сдвиги уровней и спектральные свойства излучаемых фотонов.
2. Развитие методов описания квантовых флуктуаций в системе эмиттер-резервуар, позволяющих учитывать нелокальность во времени взаимодействия квантовой точки с фермионным резервуаром.
3. Вычисление собственно-энергетических функций и использование их для определения сдвигов энергетических уровней и спектральных характеристик излучения квантовых точек.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Нелокальность во времени взаимодействия квантовой точки с резервуаром существенно влияет на энергетические уровни квантовой точки и на форму волнового пакета испускаемого фотона.
2. Метод описания квантовых флуктуаций в системе эмиттер-резервуар, основанный на обобщенном динамическом уравнении, позволяет получить новые поправки к энергетическим уровням квантовой точки и к положениям спектральных линий.
3. Метод управления квантовыми флуктуациями позволяет с помощью варьирования напряжений на затворе и электродах и температуры управлять собственно-энергетическими функциями квантовой точки и, как следствие, формой волнового пакета испускаемых фотонов.

Научная новизна. Развит новый метод описания квантовых флуктуаций при взаимодействии квантовой точки с фермионным резервуаром, позволяющий явно учитывать нелокальность во времени этого взаимодействия. Установлено, что неучет нелокальности во времени приводит к существенным ошибкам при определении сдвигов энергии квантовых точек, обусловленных квантовыми флуктуациями, и приводит к не имеющим физического смысла логарифмическим сингулярностям в формулах для определения энергетических сдвигов. Впервые продемонстрирована возможность управления волновыми функциями и спектральными свойствами излучаемого квантовой точкой фотона путем варьирования напряжения на затворе и на проводниках, с которыми квантовая точка туннельно связана.

Научная и практическая значимость. В диссертационной работе исследуются физические процессы в квантовых точках, туннельно связанных с электронными резервуарами. Такие системы важны с точки зрения практических приложений, связанных с созданием одноэлектронных транзисторов, поскольку транспортом электронов в них можно эффективно управлять. Результаты диссертационной работы открывают возможности для принципиально нового пути использования этих систем, который заключается в том, что формой волнового пакета фотона, испущенного квантовой точкой, можно управлять путем изменения потенциалов. Это открывает возможности для создания фотонов со свойствами, которые требуются для квантовых вычислений

Достоверность изложенных в работе результатов и выводов диссертации обеспечивается корректностью постановки задач, строгостью математического аппарата теоретической физики, использованием современных методов квантовой теории, которые зарекомендовали себя как эффективные методы, позволяющие решать различные проблемы квантовой оптики, атомной физики и ядерной физики, и показали свою предсказательную силу. Достоверность обеспечивается также тем, что в работе в частном случае воспроизводятся результаты, полученные в рамках стандартной теории.

Апробация работы. Основные выводы и результаты работы обсуждались на научных семинарах кафедры оптики и нанофотоники КФУ и докладывались на XVIII Международной молодежной научной школе "Когерентная оптика и оптическая спектроскопия" (Казань, 2014), XII Международных чтениях по квантовой оптике (Moscow, 2015), XIX Международной молодежной научной школе "Когерентная оптика и оптическая спектроскопия" (Казань, 2015), XVIII

Международная молодежной научной школе "Актуальные проблемы магнитного резонанса и его применение" (Казань, 2015).

Личный вклад. Автор вместе с научным руководителем участвовал в постановке и решении задач и анализе полученных результатов. Основные результаты и их интерпретация выполнены диссертантом лично или при его непосредственном участии.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 статьях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 105 страниц, включая 61 рисунка и 2 таблицы.

Содержание работы.

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой** главе приведен обзор литературы, содержащий общие сведения о квантовых точках, их методах синтеза и физических и оптических свойствах. Особое внимание уделено описанию квантовых точек в экситонном режиме, как перспективным источникам одиночных фотонов. Рассмотрен принцип работы одноэлектронного транзистора на основе квантовой точки. Описаны особенности транспорта заряда и методы реализации таких структур. Рассмотрено явление кулоновской блокады, заключающееся в том, что, управляя напряжением на затворе, удается блокировать транспорт заряда через квантовую точку. Приведено описание эффекта Кондо, а также режимов, при которых этим эффектом можно управлять. Особое внимание уделено процессам квантовых флуктуаций, которые протекают когда в результате последовательности туннельных переходов, система переходит в состояние, идентичное начальному. Подчеркивается нелокальный во времени характер этих процессов.

Последняя часть главы посвящена выбору методов исследования и обоснования эффективности их использования для решения поставленной в работе задачи. В частности представлены необходимые для последующего изложения сведения о новом подходе к описанию нелокальных во времени процессов, основанном на формализме обобщенной квантовой динамики. В этом подходе используется обобщенное динамическое уравнение (ОДУ) [8], которое было выведено как прямое следствие первых принципов квантовой физики. Будучи эквивалентным уравнению Шредингера в случае мгновенных взаимодействий, ОДУ позволяет расширить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий. Оно формулируется в терминах оператора $\tilde{S}(t_2,t_1)$, который описывает вклад в оператор эволюции от процесса, в котором взаимодействие начинается в момент времени t_1, и заканчивается в момент времени t_2. ОДУ позволяет получить $\tilde{S}(t_2,t_1)$, для любых времен t_1 и t_2, если нам известны вклады от процессов, ассоциируемых с бесконечно малым временем взаимодействия t_2-t_1. Естественно предположить, что в пределе $t_2 \to t_1$ наибольший вклад в оператор эволюции дают процессы, ассоциируемые с фундаментальным взаимодействием в системе. Обозначая этот вклад $H_{\text{int}}(t_2,t_1)$, мы можем записать граничное условие $\tilde{S}(t_2,t_1) \underset{t_2\to t_1}{\longrightarrow} H_{\text{int}}(t_2,t_1)$.

В картине Шредингера оператор эволюции может быть переписан в виде

$$U_s(t,0)=\frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dz\exp\left(-iz\tau\right)G(z) \tag{1}$$

где $G(z)=G_0(z)+G_0(z)T(z)G_0(z)$, $G_0(z)=(z-H_0)^{-1}$, H_0 – это свободный гамильтониан, а оператор $T(z)$ определен в виде

$$T(z)=i\int_0^{\infty} d(t_2-t_1)\exp(-iH_0t_2)\tilde{S}(t_2,t_1)\exp(iH_0t_1) \tag{2}$$

В терминах оператора $T(z)$ ОДУ может быть переписано в виде

$$\frac{dT(z)}{dz}=-T(z)(G_0(z))^2T(z) \tag{3}$$

с граничным условием $T(z)\underset{|z|\to\infty}{\longrightarrow} B(z)$, где

$$B(z)=i\int_0^{\infty} d(t_2-t_1)\exp(-iH_0t_2)H_{\text{int}}(t_2,t_1)\exp(iH_0t_1) \tag{4}$$

Вклад в оператор Грина $G(z)$ от процессов, связанных с самодействием частиц, имеет такую же структуру, как свободный гриновский оператор $G_0(z)$. По этой причине естественно заменить свободный оператор $G_0(z)$ на пропагатор $\tilde{G}_0(z)$, который описывает эволюцию частиц, взаимодействующих с вакуумом, а, следовательно, имеет следующий вид $\langle n'|\tilde{G}_0(z)|n\rangle = \langle n'|n\rangle (z - E_n - C_n(z))^{-1}$, где $|n\rangle$ – это собственные вектора свободного гамильтониана ($H_0|n\rangle = E_n|n\rangle$). Соответственно, оператор $T(z)$ необходимо заменить оператором $M(z)$, описывающим взаимное действие частиц. Эти операторы связаны следующим соотношением [6]:

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z) = \tilde{G}_0(z) + \tilde{G}_0(z)M(z)\tilde{G}_0(z) \quad (5)$$

Функция $C_n(z)$ описывает самодействие частиц в состоянии $|n\rangle$, а условие $z - E_n - C_n(z) = 0$ определяет физические массы частиц. Принимая во внимание уравнение (5), ОДУ (3) может быть переписано в терминах $M(z)$ и $C_n(z)$ с граничными условиями $M(z) \underset{|z|\to\infty}{\to} B_r(z)$, $C_n(z) \underset{|z|\to\infty}{\to} \langle n|B_\delta(z)|n\rangle$. $B_r(z)$ – это часть оператора взаимодействия, описывающая взаимодействие между частицами, а $B_\delta(z)$ – это часть, описывающая самодействие: $B(z) = B_r(z) + B_\delta(z)$, где $B_\delta(z)$ имеет структуру $\langle n'|B_\delta(z)|n\rangle = \langle n'|n\rangle B_\delta^{(n)}(z)$. Развитый таким образом формализм получил название обобщенной квантовой динамики (ОКД). Достоверность его применения может быть продемонстрирована при исследовании нуклон-нуклонных взаимодействий. Так, в пределе низких энергий динамика нуклонов, предсказываемая КХД, совпадает с динамикой в модели, которая в работах [6, 9, 10] была развита как модель, демонстрирующая возможность выхода за рамки гамильтоновой динамики, открываемой формализмом ОКД. Кроме того, это продемонстрировало предсказательную силу ОКД, поскольку результаты, связанные с этой моделью, были опубликованы раньше, чем появилась статья [11], в которой была получена та же формула для двухнуклонной Т-матрицы путем суммирования диаграмм в эффективной теории ядерных сил. Эти результаты доказывают, что формализм ОКД открывает новые возможности для построения эффективных квантовых теорий, которые в том числе могут быть использованы при описании взаимодействия излучения с веществом [12].

Развитый подход позволяет исследовать новые эффекты, которые возникают при самодействии квантовой точки через обмен электронами с проводниками. В данной работе мы будем предполагать, что такое туннелирование будет не слишком интенсивным, что позволит решать задачу пертурбативно. В лидирующем порядке, положив $M^{(0)}(z) = H_I$, для $C_n(z)$ мы получаем уравнение

$$\frac{dC_n^{(0)}(z)}{dz} = -< \Psi_n^0 \,|\, H_I \left(G_0(z)\right)^2 H_I \,|\, \Psi_n^0 > . \qquad (6)$$

Решая это уравнение, мы получим решение, которое можно свести к стандартному выражению для собственно-энергетических сдвигов и ширин уровней. Однако если в окрестности точки $z = E_n^0$ функция станет достаточно большой, указанное выше приближение перестанет работать. Вместе с тем, уже в лидирующем порядке удаётся обнаружить новые эффекты. Описанный подход позволяет описать новые эффекты, связанные с нелокальностью во времени. В частности, в конце первой главы описано использование ОКД для случая открытой системы, состоящей из двухуровневого атома и его поля излучения. Показано, что при некоторых «резонансных» условиях среды, влияние нелокальности во времени взаимодействия на характер динамики системы может быть столь существенным, что может приводить даже к расщеплению спектральных линий. По сути, данная диссертационная работа является развитием идеи, связанной с влиянием окружения за счет нелокальности взаимодействия на спектры излучения, только вместо атомов предлагается использовать квантовые точки, а роль окружения играют электронные резервуары. Преимуществом такой схемы является возможность управлять такими «резонансными» условиями в широком диапазоне.

Вторая глава посвящена получению собственно-энергетических функций состояний квантовой точки, взаимодействующей с проводниками. В качестве рабочей модели рассмотрена квантовая точка, у которой энергетическое расстояние между уровнями больше, чем любой другой энергетический масштаб, в том числе напряжение смещения и температура. Отсюда следует вывод, что только один единственный уровень будет участвовать в процессах транспорта, поэтому остальные уровни точки можно не рассматривать. Такая модель называется моделью одноуровневой квантовой точки. В отличие от случая протекания тока через квантовую точку, квантовые флуктуации соответствуют ситуации, при которой будут происходить процессы с изменением энергии системы. Для большей систематизации представим гамильтониан в виде трех частей:

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \qquad (7)$$

где H_0 – это невозмущённая часть, описывающая энергию системы без взаимодействия (туннелирования),

$$H_0 = \sum_n E_n |n\rangle\langle n|, \tag{8}$$

H_1 – это часть, описывающая процесс туннелирования с сохранением энергии (на массовой поверхности),

$$H_1 = \sum_{nn'} V_{n'n} |n'\rangle\langle n| \delta_{E_n, E_{n'}}, \tag{9}$$

а H_2 – это часть, описывающая процесс туннелирования, при котором энергия системы не сохраняется (вне массовой поверхности),

$$H_2 = \sum_{nn'} V_{n'n} |n'\rangle\langle n| \left(1 - \delta_{E_n, E_{n'}}\right), \tag{10}$$

где $V_{n'n} = \langle n'|H_{tun}|n\rangle$, $|n\rangle$ являются собственными состояниями гамильтониана в отсутствие туннелирования с энергиями E_n. Последний тип процессов, очевидно, может происходить виртуально, только лишь на время, определяемое принципом неопределенности Гейзенберга. Именно эти вклады будут интересовать нас при анализе квантовых флуктуаций с помощью обобщенного динамического уравнения в лидирующем порядке (6).

В одноуровневой квантовой точке реализуется три ситуации: пустая квантовая точка и квантовая точка с одним и двумя электронами. Каждому из этих случаев будут соответствовать свои виртуальные состояния при квантовых флуктуациях. Для случая пустой точки виртуальным будет состояние, при котором один электрон с энергией ω уходит с проводника (его энергия при этом уменьшается на величину ω с вероятностью $f_\alpha(\omega)$) и садится на квантовую точку с энергией ε. Для случая, когда на точке находится два электрона, точка может отдать один из них в резервуар. В этом случае промежуточным состоянием будет состояние с квантовой точкой с энергией ε, а энергия проводника увеличится на ω с вероятностью $1 - f_\alpha(\omega)$. В случае же, когда в начальном состоянии точка содержала один электрон, возможна, как отдача этого электрона в проводник с увеличением его энергии на ω (энергия точки при этом обратится в ноль), так и отъём от проводника второго электрона (энергия точки при этом будет равна $2\varepsilon + U$). Поскольку мы считаем, что резервуары находятся в термодинамическом равновесии, мы можем провести усреднение по той части состояний, которые соответствуют состояниям в резервуарах согласно функции распределения Ферми:

$$f_\alpha(E)=\left(1+\exp\left(\frac{E-\mu_\alpha}{k_B T}\right)\right)^{-1}. \qquad (11)$$

С учетом этого уравнение (6) может быть записано для каждого из трёх случаев:

$$\frac{dC_0(z)}{dz}=-\sum_\alpha \frac{R_\alpha}{\pi}\int_0^\infty d\omega \frac{f_\alpha(\omega)}{\left(z+\omega-\varepsilon\right)^2}, \qquad (12)$$

$$\frac{dC_\sigma(z)}{dz}=-\sum_\alpha \frac{R_\alpha}{2\pi}\int_0^\infty d\omega \left[\frac{1-f_\alpha(\omega)}{\left(z-\omega\right)^2}+\frac{f_\alpha(\omega)}{\left(z+\omega-2\varepsilon-U\right)^2}\right], \qquad (13)$$

$$\frac{dC_d(z)}{dz}=-\sum_\alpha \frac{R_\alpha}{\pi}\int_0^\infty d\omega \frac{1-f_\alpha(\omega)}{\left(z-\omega-\varepsilon\right)^2}, \qquad (14)$$

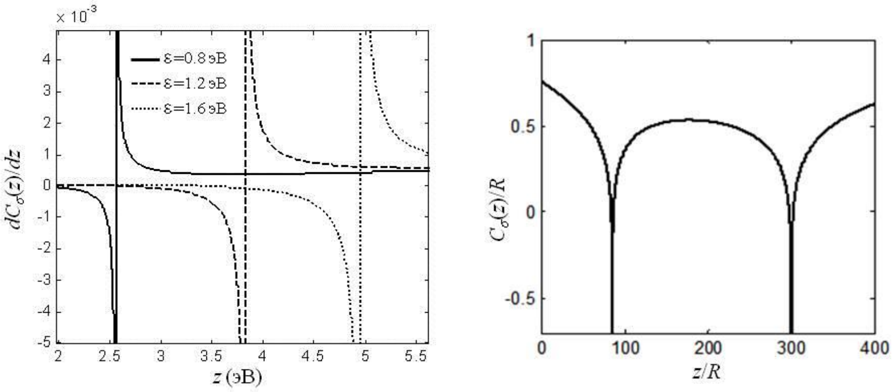
где $C_0(z)$ – это собственно-энергетическая функция, учитывающая квантовые флуктуации с уровня без электронов, $C_\sigma(z)$ – с одним электроном, и $C_d(z)$– с двумя электронами. Как видно из формул (12), (13) и (14), собственно-энергетические функции для всех состояний сильно зависят от z. Это говорит о том, что предположение, которого требует применимость стандартной теории, а именно независимость собственно-энергетической функции от z, здесь неприменимо и может привести к ошибкам. В диссертации построены производные (12), (13) и (14) для симметричного случая при различных параметрах системы, таких, как энергия уровня квантовой точки, химический потенциал проводников и температура. Особое внимание уделено случаю нулевой температуры. В этом случае уравнения (12), (13) и (14) принимают вид

$$\frac{dC_0(z)}{dz}=-\frac{R}{\pi}\int_0^\mu d\omega \frac{1}{\left(z+\omega-\varepsilon\right)^2}, \qquad (15)$$

$$\frac{dC_\sigma(z)}{dz}=-\frac{R}{\pi}\left(\int_0^\Lambda d\omega \frac{1}{\left(z-\omega\right)^2}+\int_0^\mu d\omega\left[-\frac{1}{\left(z-\omega\right)^2}+\frac{1}{\left(z+\omega-2\varepsilon-U\right)^2}\right]\right), \qquad (16)$$

$$\frac{dC_d(z)}{dz}=-\frac{R}{\pi}\left(\int_0^\Lambda d\omega \frac{1}{\left(z-\omega-\varepsilon\right)^2}-\int_0^\mu d\omega \frac{1}{\left(z-\omega-\varepsilon\right)^2}\right), \qquad (17)$$

где Λ – это верхняя граница зоны проводимости, которая в работе была выбрана, равной 4 эВ. Поведение этих производных проиллюстрировано на рисунке 1(а). На рисунке 1(б) продемонстрирован вид самой функции на примере решения уравнения (15).



а) б)

Рисунок 1 – а) Производная собственно-энергетической функции для состояния с одним электроном при разных энергиях уровня квантовой точки для параметров T = 0 К, R = 34 мэВ, U = 0.4 эВ и μ = 1.1 эВ. б) Собственно-энергетическая функция $C_\sigma(z)$ при нулевой температуре для параметров ε = 28R, U = 30R и μ = 300R.

Из одноуровневой модели следует, что в отсутствии электронов на квантовой точке её энергия равна нулю. На самом же деле за счет квантовых флуктуаций такое состояние точки будет приобретать поправку к энергии ΔE_0. Два других состояния также приобретают соответствующие поправки ΔE_σ для одного и ΔE_d для двух электронов. Это означает, что, например, чтобы посадить в пустую квантовую точку электрон, необходимо передать ей энергию, равную $\varepsilon + \delta\varepsilon$, где

$$\delta\varepsilon = \Delta E_\sigma - \Delta E_0 . \tag{18}$$

есть собственно-энергетическая поправка. Расчет этой поправки был проведен в работе [13] в рамках стандартной теории и была построена её зависимость от параметра ε для случая нулевой температуры. С помощью собственно-энергетических функций, полученных решением уравнений (15) и (16), а также уравнения на полюс оператора Грина, можно воспроизвести эту поправку с учетом нелокальности во времени. Сравнить оба подхода можно с помощью рисунка 2.

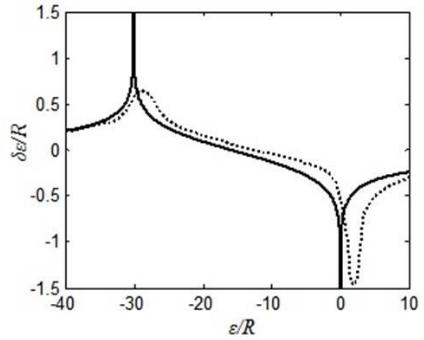


Рисунок 2 – Собственно-энергетическая поправка в зависимости от энергии квантовой точки ε для параметров U=30R и μ=300R. Сплошной линией показан результат, полученный в рамках стандартного подхода, пунктирной – с помощью решения ОДУ.

Теперь мы можем объяснить причину не имеющих физический смысл расходимостей, которые появляются в формулах для энергетических сдвигов при нулевых температурах, возникающих в стандартном подходе, основанном на канонических преобразованиях. Суть их заключается в следующем. Как уже было отмечено выше, гамильтониан глобальной системы представляется в виде суммы трех частей: «свободный» гамильтониан H_0 (туннельная связь отсутствует) и два гамильтониана, H_1 и H_2, описывающие два типа туннелирования, см. формулу (7). Все три части гамильтониана определяются формулами (8), (9) и (10), соответственно. H_1 и H_2 генерируют связь между различными состояниями $|n\rangle$ и $|n'\rangle$. Гамильтониан H_1 описывает только те переходы, между которыми энергия сохраняется, а гамильтониан H_2 связывает состояния с разной энергией.

Гамильтониан H_2 описывает квантовые флуктуации в системе. Целью стандартного подхода является исключить H_2 из явного рассмотрения и учитывать его эффект только путем перенормировки системных параметров, связанных с гамильтонианом H_0 + H_1, описывающим только переходы на энергетической поверхности $|n\rangle \to |n'\rangle$, где $E_n = E_{n'}$. Это осуществляется путем канонических преобразований

$$\tilde{H} = e^{-iS} H e^{iS}\,, \tag{19}$$

с эрмитовым оператором S, выбранным таким образом, что H_2 исчезает. Это достигается при условии

$$H_2 + i[H_0, S] = 0\,. \tag{20}$$

Из этого преобразования следует, что в лидирующем порядке разложения по $V_{n'n}$ диагональный член, H_0, содержит перенормирование энергии $\tilde{E}_n = E_n + \delta E_n$, где

$$\delta E_n = -\sum_m \frac{\left|\langle m | H_2 | n \rangle\right|^2}{E_m - E_n}. \tag{21}$$

Это как раз та поправка, которую мы бы получили, используя определенную нами собственно-энергетическую функцию, если бы просто положили $\delta E_n = C_n(z = E_n)$. Но тогда бы оператор Грина

$$\tilde{G}(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - E_n - C_n(z)} \tag{22}$$

не имел бы полюса в точке $z = E_n$, и, как следует из основ квантовой физики, энергия $E_n + \delta E_n$ не была бы энергией стационарного состояния. Поэтому мы находим положения полюса и, как следствие, энергии состояния квантовой точки решая уравнение $z - E_n - C_n(z) = 0$. А то, что в действительности энергия состояния не определяется формулой (21), приводит к логарифмическим расходимостям. По сути, это означает, что нельзя построить эффективный гамильтониан, описывающий эффективное взаимодействие, которое по определению является нелокальным, как в пространстве, так и во времени.

В **третьей** главе исследован вопрос о том, как квантовые флуктуации в квантовых точках, вызванные туннелированием носителей заряда между эмиттером и резервуаром, влияют на свойства излучаемых фотонов. Для этого проанализирована энергетическая структура электрон-дырочной пары в квантовых точках и сделан вывод о применимости двухуровневого приближения, в котором нижним состоянием $|0\rangle$ является состояние кристалла, то есть отсутствие электрон-дырочной пары, а верхним состоянием $|X\rangle$ – состояние нейтрального экситона. За нулевую энергию мы будем принимать энергию состояния $|0\rangle$. Эта система взаимодействует с окружением. В общем случае гамильтониан такой «глобальной» системы, взаимодействующей с электромагнитным полем имеет вид

$$H = H_0 + H_I + H_{env} + H_{env-s}, \tag{23}$$

где

$$H_0 = \omega_X |X\rangle\langle X| \tag{24}$$

есть свободный гамильтониан двухуровневой системы, ω_X – энергия нейтрального экситона и H_I является гамильтонианом взаимодействия двухуровневой системы с электромагнитным полем

$$H_{em} = -\vec{d} \cdot \vec{E} |0\rangle\langle X| + э.с., \tag{25}$$

где

$$\vec{E} = \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{\omega_k}{2V}} \vec{\varepsilon}_\lambda(\vec{k})(a_{\vec{k}\lambda} - a^\dagger_{\vec{k}\lambda}), \tag{26}$$

V – объём квантования, $a_{\vec{k}\lambda}$ и $a^\dagger_{\vec{k}\lambda}$ есть операторы уничтожения и рождения вакуумной моды с волновым вектором $\vec{k}$ и поляризацией $\vec{\varepsilon}_\lambda$. Окружение можно рассматривать как резервуар, следовательно, двухуровневую систему, взаимодействующую с квантовым электромагнитным полем, следует описывать, как открытую квантовую систему. Влияние на эту квантовую систему со стороны резервуара должно описываться соответствующим эффективным оператором взаимодействия, форма которого должна отражать нелокальность во времени такого эффективного взаимодействия. Наиболее общим и естественным путем эта проблема решается [7, 9] в рамках формализма ОКД. В данном случае оператор взаимодействия с электромагнитным полем описывается гамильтонианом взаимодействия в дипольном приближении $B_r(z) = H_{em}$. Поскольку явно мы должны учитывать только степени свободы нашей открытой системы, бесконечный предел $z \to \infty$ в граничном условии должен означать такие значения $|z|$, которые являются большими по сравнению с характерными энергиями системы (энергии порядка E_X), но малые по сравнению с энергетическим масштабом резервуара. В этой области энергий $\langle n|B_\delta(z)|n\rangle$ с точностью, которая в принципе может быть достигнута в рассматриваемой эффективной теории, совпадает с собственно-энергетической функцей $C_n(z)$ глобальной системы, когда вкладом от процессов, в которых наряду со взаимодействием, обусловленным туннелированием электронов, вступает в игру электромагнитное взаимодействие, можно пренебречь. Таким образом, в данном случае граничные условия для обобщенного динамического уравнения должны иметь вид

$$M^{(s)}(z) \xrightarrow[|z|\to\infty]{} H_{em}, \tag{27}$$

$$C_n^{(s)}(z) \xrightarrow[|z|\to\infty]{} C_n^{(0)}(z). \tag{28}$$

Здесь и далее $C_n^{(0)}(z)$ мы обозначаем собственно-энергетические функции, которые мы получили решением уравнений (12), (13) и (14) как $C_n^{(0)}(z)$. Решение этой проблемы в целом является сложной задачей. Однако в лидирующем порядке, когда $M^{(s)}(z) = H_{em}$, мы достаточно просто можем получить решение.

Действительно, для глобальной системы, включающей в себя резервуар, матричные элементы оператора эволюции в картине взаимодействия, описывающий этот процесс, имеет вид

$$
\begin{aligned}
&< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, U(t,0) \,|\, X >= \frac{i}{2\pi}\int_0^\infty dz \exp\left[it(k-z)\right] < 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, \tilde{G}_0(z) M(z) \tilde{G}_0(z) \,|\, X > \\
&= \frac{i}{2\pi}\int_0^\infty dz \exp\left[it(k-z)\right] \frac{< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, M(z) \,|\, X >}{\left(z-k-C_0(z-k)\right)\left(z-E_X-C_X(z)\right)}.
\end{aligned}
\tag{29}
$$

Учитывая, что состояние кристалла $|0\rangle$ является стабильным и что сдвиги энергетических уровней учтены с самого начала и, следовательно, $C_0(z)=0$, уравнение (29) можно переписать в виде

$$
< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, U(t,0) \,|\, X >= \frac{i}{2\pi}\int_0^\infty dz \exp\left[it(k-z)\right] \frac{< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, M(z) \,|\, X >}{\left(z-\omega_k\right)\left(z-E_X-C_X(z)\right)}. \tag{30}
$$

Это выражение является прямым следствием обобщенного динамического уравнения и не зависит от деталей взаимодействия. В лидирующем порядке мы можем в нем заменить $M(z)$ на H_{em} и $C_X(z)$ на $C_X^{(0)}(z)$, т.е. собственно-энергетической функцией, в которой взаимодействие с полем излучения не учитывается. Таким образом, матричный элемент, описывающий взаимодействие квантовой точки с излучением, имеет вид

$$
< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, U(t,0) \,|\, X >= \frac{i}{2\pi}\int_0^\infty dz \exp\left[it(k-z)\right] \frac{< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, H_{em} \,|\, X >}{\left(z-\omega_k\right)\left(z-E_X-C_X^{(0)}(z)\right)}. \tag{31}
$$

По сути, это есть решение нашей проблемы в лидирующем порядке. В этом случае нелокальность взаимодействия проявляет себя в зависимости $C_X^{(0)}(z)$ от z. Используя это выражение, мы можем записать вектор состояния излученного фотона в виде

$$
\left|\Psi(t)\right\rangle = \sum_{\vec{k}\lambda} A_{\vec{k}\vec{\varepsilon}_\lambda}(t)\left|\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda\right\rangle, \tag{32}
$$

где амплитуда вероятности

$$
A_{\vec{k}\vec{\varepsilon}_\lambda}(t) \equiv < 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, U(t,0) \,|\, X >= \frac{i}{2\pi}\int_0^\infty dz \exp\left[it(k-z)\right] \frac{< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, H_{em} \,|\, X >}{\left(z-\omega_k\right)\left(z-E_X-C_X^{(0)}(z)\right)} \tag{33}
$$

играет роль волновой функции фотона. Как видно из этого выражения, волновая функция фотона существенно зависит от собственно-энергетической функции квантовой точки в экситонном режиме. Как было показано во второй главе, варьируя напряжение на затворе и проводниках, можно существенно модифицировать процессы квантовой флуктуации и, как следствие, собственно-энергетическую функцию и временную зависимость волновой функции. Следует особо отметить, что сильная зависимость функции $C_n(z)$ от z говорит о том, что эффекты нелокальности очень существенны. Это открывает возможность для создания волновых пакетов фотонов, излучаемых квантовой точкой, со свойствами, которые требуются для квантовых вычислений.

Рассмотрим теперь влияние квантовых флуктуаций при взаимодействии квантовой точки с электронным резервуаром на спектральные характеристики излучаемых квантовой точкой фотонов. Как уже было отмечено выше, при описании процесса излучения фотона квантовой точки достаточно ограничиться приближением двухуровневой системы. При этом важно, что мы считаем, что процесс накачки системы происходит нерезонансно, см. рисунок 3.

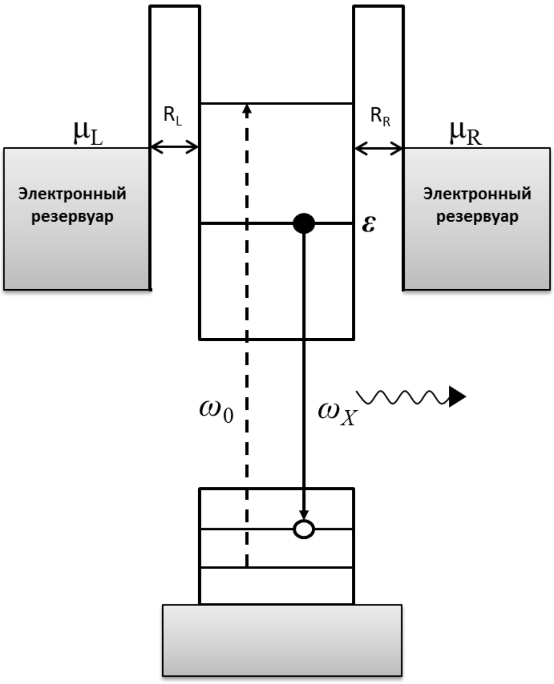


Рисунок 3 – Схема однофотонного источника на базе квантовой точки в окружении проводников (одноэлектронного транзистора). Пунктирной линией обозначена оптическая накачка с частотой ω_0, сплошной линией показана однофотонная генерация за счет рекомбинации экситона с частотой ω_X.

Переходя к пределу $t \to \infty$, мы получаем

$$A_{\vec{k}\vec{\varepsilon}_\lambda} \equiv < 0; \vec{k}, \vec{\varepsilon}_\lambda \,|U(\infty,0)|\, X > = \frac{< 0; \vec{k}, \vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, H_{em} \,|\, X >}{\omega_k - E_X - C_X^{(0)}(\omega_k)}. \tag{34}$$

Здесь мы учли одно из представлений дельта-функции

$$\lim_{a\to\infty,\varepsilon\to 0} \frac{\exp\left[-ia(x+i\varepsilon)\right]}{x+i\varepsilon} = -2\pi i\delta(x). \tag{35}$$

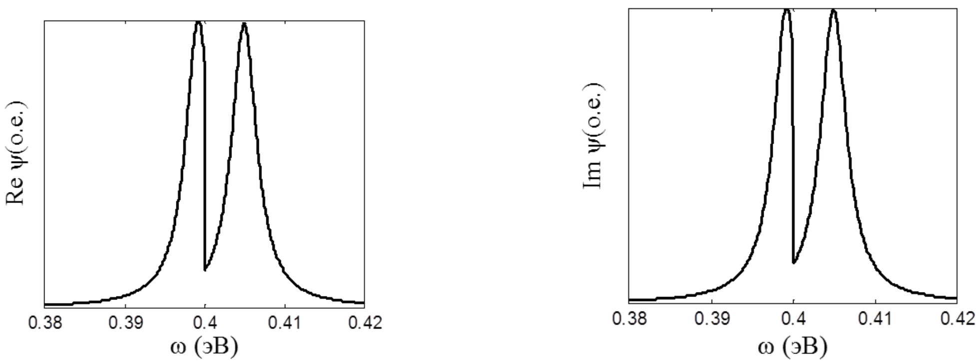
Это означает, что после испускания фотон находится в состоянии

$$\left|\Psi\right\rangle = \sum_{\vec{k}\lambda} A_{\vec{k}\vec{\varepsilon}_\lambda} \left|\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda\right\rangle. \tag{36}$$

Здесь вектор состояния описывается в картине взаимодействия, в которой вектора не меняются во времени в отсутствии взаимодействия. Следовательно, вектор, определенный соотношением (36) после процесса излучения, которое в лидирующем порядке является мгновенным, не изменяется со временем. Волновую функцию (34) можно представить в виде

$$A_{\vec{k}\vec{\varepsilon}_\lambda} =< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, H_{em} \,|\, X > \Psi(\omega_k), \tag{37}$$

где $\Psi(\omega_k)$ – это часть волновой функции, несущая в себе влияние, оказываемое нелокальностью во времени. Реальная и мнимая части функции $\Psi(\omega_k)$ для некоторых параметров системы представлены на рисунке 4 в относительных единицах.



а) б)

Рисунок 4 – Часть волновой функции фотона Ψ, испускаемого квантовой точкой с параметрами R=50 мэВ, U=16 мэВ, μ=0.58 эВ, ε=0.4 эВ и E_X=0.5 эВ при температуре T=77 K. а) Реальная часть, б) мнимая часть.

Спектральная линия излучаемого фотона $I(\omega_k)$, которая определяется вероятностью обнаружить фотон с энергией ω_k, дается, таким образом, формулой

$$I(\omega) = \frac{dW(\omega)}{d\omega} = A\omega \sum_{\lambda} \int d\Omega_k \left| \frac{< 0;\vec{k},\vec{\varepsilon}_\lambda \,|\, H_I \,|\, X >}{\omega - E_X - C_X(\omega)} \right|^2, \tag{38}$$

где A – нормировочная константа. Расчет спектральной линии для некоторых параметров представлен на рисунке 5.

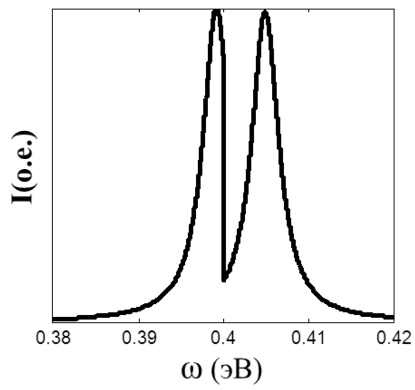


Рисунок 5 – Спектральная линия излучения квантовой точки с параметрами R=50 мэВ, U=16 мэВ, μ=0.58 эВ, ε=0.4 эВ и E_X=0.5 эВ при температуре T=77 K.

Представленные расчеты демонстрируют большой потенциал, заложенный в возможности управления оптическими свойствами одиночных фотонов. Этого можно достигнуть, управляя квантовыми флуктуациями в системе, состоящей из квантовой точки, туннельно связанной с проводниками и управляемой затвором. Изготовив нужным образом квантовую точку с окружением и варьируя температуру и напряжения на затворе и проводниках, можно контролировать условия, при которых спектральные линии двухуровневой системы будут расщепляться. Ранее подобный эффект уже предсказывался для атомных систем [7], однако в том случае эффект возникал только для небольшого диапазона параметров окружения. Кроме того, управление квантовыми флуктуациями позволяет создавать фотоны с заданной формой волнового пакета, что может найти применение в квантовой информатике.

Результаты расчетов, представленные в третьей главе, показывают, что волновая функция испускаемого фотона сильно зависит от температуры и напряжения на затворе и проводниках, а также от формы и состава квантовой точки. Это открывает возможность для создания волновых пакетов фотонов, излучаемых квантовой точкой, со свойствами, которые требуются для квантовых вычислений.

В **заключении** приведены основные результаты и выводы работы:

1. Установлено, что при определенных условиях нелокальность во времени взаимодействия квантовой точки с фермионным резервуаром может существенно влиять на процесс спонтанного излучения
2. Развит подход к описанию процессов квантовой флуктуации между

квантовой точкой и резервуаром, позволяющий явно учитывать нелокальность во времени такого взаимодействия.

3. Проведены расчеты поправок к энергетическим уровням квантовой точки, на основании которых можно сделать вывод о том, что неучет нелокальности во времени приводит к существенным ошибкам при определении сдвигов энергии квантовых точек, обусловленных квантовыми флуктуациями, и приводит к не имеющим физического смысла логарифмическим сингулярностям в формулах для определения энергетических сдвигов.
4. Построена модель, описывающая взаимодействие квантовой точки с электромагнитным полем с учетом нелокальности во времени взаимодействия эмиттера с резервуаром. Нелокальное взаимодействие квантовой точки с резервуаром в этом случае параметризуется в виде самодействия квантовой точки.
5. В рамках модели продемонстрирована зависимость характера динамики однофотонных состояний от вида собственно-энергетических функций состояний квантовой точки. Поскольку собственно-энергетические функции существенно зависят от температуры и напряжения на затворе и проводниках, это открывает возможность для создания волновых пакетов фотонов, излучаемых квантовой точкой, со свойствами, которые требуются для квантовых вычислений.
6. Получены выражения для определения контура линии излучения квантовой точки, в которой явно выражается зависимость спектральных характеристик от вида собственно-энергетической функции.
7. Проведены расчеты волновой функции излученного квантовой точкой фотона и спектра излучения, результаты которых явно демонстрируют эффект нелокальности взаимодействия квантовой точки с электронным резервуаром.

Публикации автора по теме диссертации:

Статьи в рецензируемых журналах:

A1. Mohebbifar, M.R. Self-energy function of quantum-dot states and resonance fluorescence / R.Kh. Gainutdinov, M.A. Khamadeev, M.R. Mohebbifar, A.A. Mutygullina // Journal of Physics: Conference Series. – 2014. – V. 560. – P. 012006.

A2. Mohebbifar, M.R. Tunneling-induced self-energy shift of energy levels of a quantum dot / R.Kh. Gainutdinov, M.A. Khamadeev, M.R. Mohebbifar, A.A. Mutygullina // Journal of Physics: Conference Series. – 2015. – V. 613. – P. 012002.

A3. Mohebbifar, M.R. Influence of the photonic crystal medium on the self-interaction of electrons / R.Kh. Gainutdinov, M.A. Khamadeev, M.R. Mohebbifar, A.S. Petrova, K.A. Ziyatdinova, Kh.Salakhov M // Journal of Physics: Conference Series. – 2015. – V. 613. – P. 012001.

A4. Мохебби Фар, М.Р. Собственно-энергетическая функция состояний квантовой точки в окружении проводников / Р.Х. Гайнутдинов, М.А. Хамадеев, М.Р. Мохебби Фар, А.А. Мутыгуллина // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2015. – Т. 157, Кн. 4. – С. 166-171.

Тезисы и материалы конференций:

A5. Mohebbifar, M.R. Influence of the environment on self-interaction of quantum dot / R.Kh. Gainutdinov, M.A. Khamadeev, M.R. Mohebbifar, A.A. Mutygullina // The European Physical Journal Conferences. – 2015. – V. 103. – P. 01005.

A6. Мохебби Фар, М.Р. Собственно-энергетические функции состояний квантовой точки, взаимодействующей с проводниками / Р.Х. Гайнутдинов, М.А. Хамадеев, М.Р. Мохебби Фар, А.А. Мутыгуллина // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сборник статей. Выпуск XIX., Казань. – 2015. – С. 154-158.

A7. Мохебби Фар, М.Р. Влияние окружения на квантовые флуктуации квантовой точки / Р.Х. Гайнутдинов, М.А. Хамадеев, М.Р. Мохебби Фар, А.А. Мутыгуллина // XII Международные чтения по квантовой оптике IWQO-2015. Сборник статей. – 2015. – С. 35-36.

A8. Mohebbifar, M.R. The Energy shift of one level quantum dot that interact with two leads / R.Kh. Gainutdinov, M.R. Mohebbifar, M.A. Khamadeev, A.A. Mutygullina // Actual problems of magnetic resonance and its application. – P. 25-28.

Список цитируемой литературы:

1. Aspect, A. Bell's inequality test: more ideal than ever / A. Aspect // Nature. – 1999. – V. 398. – P. 189-190.

2. Bouwmeester, D. Experimental quantum teleportation / D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger // Nature. – 1997. – V. 390. – P. 575-579.

3. Knill, E. A scheme for efficient quantum computation with linear optics / E. Knill, R. Laflamme, G.J. Milburn // Nature. – 2001. – V. 409. – P. 46-52.

4. Santori, C. Indistinguishable photons from a single-photon device / C. Santori, D. Fattal, J. Vuckovic, G.S. Solomon, Y. Yamamoto // Nature. – 2002. – V. 419. – P. 594-597.

5. Calic, M. Phonon-Mediated Coupling of InGaAs / GaAs Quantum-Dot Excitons to Photonic Crystal Cavities / M. Calic, P. Gallo, M. Felici, K.A. Atlasov, B. Dwir, A. Rudra, G. Biasiol, L. Sorba, G. Tarel, V. Savona, E. Kapon // Phys. Rev. Lett. – 2011. – V. 106. – P. 227402.

6. Gainutdinov, R.Kh. The decay and energy distribution of unstable bound states / R.Kh. Gainutdinov // J. Phys. A: Math. Gen. – 1989. – V. 22. – P. 269-286.

7. Gainutdinov, R.Kh. Effects of nonlocality in time of interactions of an atom with its surroundings on the broadening of spectral lines of atoms / R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, W. Scheid // Phys. Lett. A. – 2002. – V. 306. – P. 1-9.

8. Gainutdinov, R.Kh. Nonlocal interactions and quantum dynamics / R.Kh. Gainutdinov // J. Phys. A: Math. Gen. – 1999. – V. 32. – P. 5657-5677.

9. Gainutdinov, R.Kh. Nonlocality of the NN interaction in an effective field theory / R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina // Phys. Rev. C. – 2002. – V. 66. – P. 014006.

10. Гайнутдинов, Р.Х. Нелокальное взаимодействие адронов и проблема описания NN-рассеяния при низких энергиях / Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина // Ядерная физика. – 1999. – Т. 62. – С. 2061-2070.

11. Van Kolck, U. Effective Field Theory of Short–Range Forces / U. Van Kolck // Nucl. Phys. A. – 1999. – V. 645. – P. 273-302.

12. Gainutdinov, R.Kh. Trends in Field Theory Research / R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina. – Chapter 5, Nova Science Publisher, Inc., New York, 2007. – 219 p.

13. Splettstoesser, J. Tunneling-induced renormalization in interacting quantum dots / J. Splettstoesser, M. Governale, J. König // Physical Review B. – 2012. – V. 86. – P. 035432(1-7).