

УДК 624.15

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛОМАНЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЕСЧАНОЙ АРМИРОВАННОЙ СВАИ

Т.В. МАЛЬЦЕВА, А.В. ЧЕРНЫХ

*Тюменский государственный архитектурно-строительный университет*

*E-mail: maltv@utmn.ru*

## APPLICATION THE POLYGONAL LINES METHOD FOR CALCULATING THE STRESS-STRAIN STATE REINFORCED SAND PILE

T.V. MALTCEVA, A.V. CHERNYKH

*Tyumen State University of Architecture and Civil Engineering*

### Аннотация

Для расчета напряженно-деформированного состояния песчаной армированной сваи, внедренной в водонасыщенный грунт, предлагается использовать линейную наследственную теорию вязкоупругости, согласно которой решение задачи об определении вертикальных перемещений песчаной армированной сваи разбивается на два этапа. На первом этапе вместо вязкоупругой задачи решается задача в упругой постановке, в которой для грунта используется физический закон Гука. На втором этапе решения вместо упругого решения записывается соответствующее вязкоупругое решение в изображениях по Лапласу-Карсону. По полученным результатам можно сделать вывод, что применение метода ломаных позволяет описать изменение модуля деформации и вертикальных перемещений песчаного армированного массива, внедренного в водонасыщенный глинистый грунт во времени.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, песчаная армированная свая, водонасыщенный грунт, метод ломаных.

### Summary

For the calculation of the stress-strain state of a sand reinforced with piles embedded in saturated soil, it is proposed to use a linear hereditary visco-elasticity theory, according to which the solution of the problem of determining the vertical movements of sand reinforced pile is divided into two stages. At the first stage, instead of a viscoelastic problem solves the problem in the elastic formulation, which is used for soil physical Hooke's law. At the second stage of the solution instead of the elastic solutions recorded corresponding viscoelastic solution in image by Laplace-Carson. At the second stage of the solution instead of the elastic solutions recorded corresponding viscoelastic solution in image by Laplace-Carson. By the received results it can be concluded that the application of the method of polygonal lines allows us to describe changes in the modulus of deformation and vertical displacements of sand reinforced array embedded in a water-saturated clay soil over time.

**Key words:** stress-strain state, reinforced sand pile, water-saturated soil, the polygonal lines method.

---

Для расчета напряженно-деформированного состояния песчаной армированной сваи, внедренной в водонасыщенный грунт [1], предлагается использовать линейную наследственную теорию вязкоупругости, согласно которой решение задачи об определении вертикальных перемещений песчаной армированной сваи разбивается на два этапа [2, 3]. На первом этапе вместо вязкоупругой задачи решается задача в упругой постановке, в которой для грунта используется физический закон Гука. При постановке вязкоупругой задачи вместо физического уравнения применяется закон Больцмана. Затем по теореме Бореля

закон Больцмана принимает запись в изображениях в виде произведения сомножителей. Таким образом, на втором этапе решения вместо упругого решения записывается соответствующее вязкоупругое решение в изображениях по Лапласу-Карсону (вводится система переобозначений). Второй этап решения заключается сначала в применении системы переобозначений, а затем для фиксированной точки пространства переходим от решения в изображениях к решению в оригинале (временной функции).

Переход от изображения к оригиналу в теории вязкоупругости является некорректной по Адамару задачей и в общем случае осуществляется приближенно для фиксированной точки координат. В литературе известно достаточно методов перехода от изображения к оригиналу. В статье рассмотрим приближенный метод ломаных Мальцева Л.Е. [2]. Согласно этому методу вместо оригинала разыскивается ломаная линия специального вида (сплайн порядка один, дефекта 1).

Для отыскания независимых параметров сплайна  $a_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , составляется система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Порядок системы совпадает с числом неизвестных параметров сплайна.

Рассмотрим задачу о нагружении песчаной армированной сваи, внедренной в водонасыщенный грунт, статической распределенной нагрузкой  $p_0$  и силой трения по боковой поверхности  $F_{тр}$ . В результате получим расчетную схему, приведенную на рис. 1.

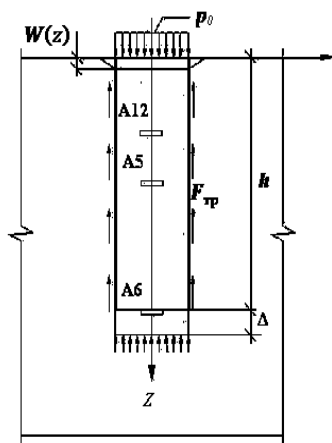


Рис. 1: Расчетная схема песчаной армированной сваи

Поведение сваи под нагрузкой описывается дифференциальным уравнением, полученным из уравнения равновесия [4]

$$-\frac{dW(z)}{dz}EA - kW(z) = 0,$$

со следующим граничным условием:

$$\left. \frac{dW(z)}{dz}EA \right|_{z=0} = -p_0;$$

где  $\frac{dW(z)}{dz}$  — относительные деформации песчаной армированной сваи;  $E$  — модуль деформации песчаной армированной сваи, помещенной в водонасыщенный грунт (МПа);  $A$  — площадь поперечного сечения сваи ( $\text{м}^2$ );  $k$  — коэффициент пропорциональности между перемещениями  $W(z)$  и силой трения, возникающей по боковой поверхности сваи (МН/м);  $W(z)$  — вертикальные деформации песчаной армированной сваи (м).

На первом этапе решения из уравнения равновесия получено выражение для определения вертикальных перемещений тела сваи в упругой постановке

$$W(z) = c \exp(-kz/(EA)), \quad (1)$$

где  $E$  – модуль деформации песчаной армированной сваи, помещенной в водонасыщенный грунт (МПа);  $A$  – площадь поперечного сечения сваи ( $\text{м}^2$ );  $k$  – коэффициент пропорциональности между перемещениями  $W(z)$  и силой трения, возникающей по боковой поверхности сваи (МН/м);  $c$  – постоянная интегрирования, определяемая из граничных условий (м).

На втором этапе осуществляем переход от решения задачи теории упругости к решению вязкоупругой задачи на основании принципа Вольтерры, т.е. путем переобозначений  $W \rightarrow [W]^*$ ,  $E \rightarrow [E]^*$ . Тогда выражение (1) в изображениях по Лапласу-Карсону примет вид:

$$W^*(p_i) = c \exp(-kz/(E^*(p_i)A)).$$

Затем для фиксированного поперечного сечения сваи, осуществим приближенный переход от известного изображения к искомому оригиналу по методу ломаных. Введем искомый сплайн, аппроксимирующий оригинал перемещения  $W(t)$ :

$$W(t) = W(0) \left[ 1 + \sum_{i=0}^5 (b_i - b_{i+1}) (t - T_i) h(t - T_i) \right],$$

имеющий запись в изображениях

$$W^*(p_j) = W(0) \left[ 1 + \sum_{i=1}^5 b_i \frac{1}{p_j} (\exp(-p_j T_{i-1}) - \exp(-p_j T_i)) \right], \quad j = 1, 2, \dots, 5,$$

где  $b_i$  – искомые параметры,  $b_0 = b_6 = 0$ ,  $T_i$  – моменты времени, относящиеся к функции  $W$ ,  $p_j$  – точки совпадений для функции  $W$ ,  $h(t)$  – функция Хевисайда.

Начальный параметр определим из условия

$$W^*(p = \infty) = [W]^*(p = \infty).$$

Механические характеристики грунта определяются экспериментально на основании патентов № 2361979, МПК<sup>5</sup> 1 E 02 D 27/08 (Способ повышения несущей способности и устойчивости фундаментов на слабых водонасыщенных грунтах), 2009, Бюллетень № 20, и RUS2213952 20.03.2002 (Бай В.Ф., Мальцев Л.Е., Мальцева Т.В., Набоков А.В., Демин В.А.) Экспериментальная установка для испытания грунта методом одноостного сжатия. Приведем график изменения во времени усредненной механической характеристики песчаной армированной сваи, построенный на основании экспериментальных данных (рис. 2). В работе [4] описана методика определения этой вязкоупругой механической характеристики  $E(t)$ :

$$E(t) = E(0) \left[ 1 - \sum_{i=0}^5 (a_i - a_{i+1}) (t - T_i) h(t - T_i) \right], \quad (2)$$

где  $a_0 = 0$ ;  $a_1 = 0.396896448$ ;  $a_2 = 0.234424218$ ;  $a_3 = 0.10840077$ ;  $a_4 = 0.028125932$ ;  $a_5 = 0.039358789$ ;  $a_6 = 0$ ;  $T_0 = 0$  сут;  $T_1 = 0.1$  сут;  $T_2 = 1$  сут;  $T_3 = 9$  сут;  $T_4 = 37$  сут;  $T_5 = 83$  сут;  $E_0 = 3.351$  МПа – значение механической характеристики в начальный момент времени.

Применяя теорему запаздывания, запишем изображение функции (2) по Лапласу-Карсону с теми же параметрами:

$$E^*(p_j) = E(0) \left[ 1 + \sum_{i=1}^5 a_i \frac{1}{p_j} (\exp(-p_j T_{i-1}) - \exp(-p_j T_i)) \right], \quad j = 1, 2, \dots, 5.$$

Составим СЛАУ для определения искомых параметров  $b_i$  функции  $W(t)$  на системе точек совпадения  $\{p_j\}_{j=1}^5$ :

$$\sum_{i=1}^5 b_i \frac{1}{p_j} (\exp(-p_j T_{i-1}) - \exp(-p_j T_i)) = c \exp(-kz/(E^*(p_j)A)) / W(0) - 1, \quad j = 1, 2, \dots, 5.$$

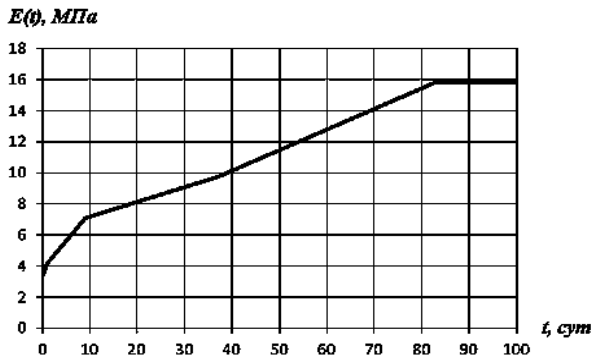


Рис. 2: Изменение усредненной механической характеристики песчаной армированной сваи, внедренной в грунт (при  $k = \text{const}$ ).

Последнее уравнение СЛАУ запишем для точки  $p = 0$  в изображениях или для точки  $T = \infty$  в оригинале, оно будет отличным от четырех уравнений системы:

$$\sum_{i=1}^5 b_i (t_i - t_{i-1}) = c \exp(-k z / (E^*(0) A)) / W(0) - 1.$$

Таким образом, получим СЛАУ 5-го порядка:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^5 b_i \frac{1}{p_1} (\exp(-p_1 T_{i-1}) - \exp(-p_1 T_i)) = c \exp(-k z / (E^*(p_1) A)) / W(0) - 1, \\ \dots \dots \dots \dots \\ \sum_{i=0}^5 b_i (t_i - t_{i-1}) = c \exp(-k z / (E^*(0) A)) / W(0) - 1. \end{cases}$$

Точки коллокаций  $p_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 5$ , назначаем по узлам ломаной линии из соотношений [3]:

$$p_j = \frac{1}{\tau_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n - 1.$$

Первая точка назначается для начального момента времени:  $p_0 = \frac{1}{\tau_0 = 0} = \infty$ , конечная – для времени, при котором вертикальные деформации достигают своих асимптотических значений:  $p_n = \frac{1}{\tau_n = \infty} = 0$ .

Из решения СЛАУ получим искомые параметры  $b_i$ :  $b_1 = 0.810846398$ ;  $b_2 = 0.507298605$ ;  $b_3 = 0.190574386$ ;  $b_4 = 0.053850086$ ;  $b_5 = 0.011916751$ . Функция  $W(t)$  становится известной функцией времени для  $z = 0$ , график которой приведен на рис. 3.

Максимальное расхождение результатов прогноза с данными натурального эксперимента в начальный момент времени составляет 30.5 %, в период времени с 37 по 83 сутки максимальное расхождение – 20.6 %.

По полученным результатам можно сделать вывод, что применение метода ломаных позволяет описать изменение модуля деформации и вертикальных перемещений песчаного армированного массива, внедренного в водонасыщенный глинистый грунт во времени.

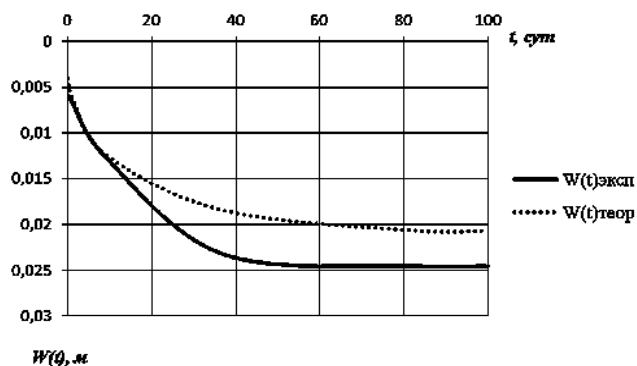


Рис. 3: Изменение осадки (перемещение при  $z = 0$ ) штампа во времени.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бай В.Ф., Краев А.Н., Набоков А.В., Новиков Ю.А. Исследование напряженно-деформированного состояния основания с внедренной песчаной армированной сваей в натуральных условиях // Научно-технический вестник Поволжья. – Казань, 2011. – № 2. – С. 30–33.
2. Мальцев Л.Е., Карпенко Ю.И. Теория вязкоупругости для инженеров-строителей. – Тюмень: Издательство «Вектор Бук», 1999. – 240 с.
3. Мальцева Т.В. Математическая теория водонасыщенного грунта. – Тюмень: Издательство «Вектор Бук», 2012. – 240 с.
4. Мальцева Т.В., Черных А.В. Определение механической характеристики песчаной армированной сваи, внедренной в грунт // Сборник материалов XII научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и соискателей ТюмГАСУ. – Тюмень, 2013. – С. 37–41.

## REFERENCES

1. Bai V.F., Kraev A.N., Nabokov A.V., Novikov Y.A. Investigation of the stress-strain state of foundation with an embedded reinforced sand pile in natural conditions [Issledovanie naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija osnovanija s vnedrennoi peschanoi armirovannoi svai v naturnykh uslovijakh] // Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzh'ja. – Kazan, 2011. – № 2. – P. 30–33. (in Russian)
2. Maltsev L.E., Karpenko Yu.I. The theory of viscoelasticity for civil engineers [Teorija vjzkouprugosti dlja inzhenerov-stroitelei]. – Tyumen: Izdatel'stvo «Vektor Buk», 1999. – 240 p. (in Russian)
3. Maltseva T.V. The mathematical theory of saturated soil [Matmaticheskaja teorija vodonasyshennogo grunta]. – Tyumen: Izdatel'stvo «Vektor Buk», 2012. – 240 p. (in Russian)
4. Maltseva T.V., Chernykh A.V. Determination of the mechanical characteristics of reinforced sand piles, embedded in the soil [Opredelenie mekhanicheskoi kharakteristiki peschanoi armirovannoi svai, vnedrennoi v grunt // Sbornik materialov XII nauchno-prakticheskoi konferencii molodykh uchjonykh, aspirantov b soiskatelei TyumGASU. – Tyumen, 2013. – P. 37–41. (in Russian)