

На правах рукописи

Ванюнина Марина Валерьевна

**Математическое моделирование
пробоотбора аэрозольных частиц**

**05.13.18 - математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ**

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Казань – 2005

Работа выполнена на кафедре моделирования экологических систем экологического факультета Казанского государственного университета.

Научные руководители: кандидат физико–математических наук,
доцент Зарипов Ш.Х.,
доктор физико–математических наук,
профессор Скворцов Э.В.

Официальные оппоненты: доктор физико–математических наук,
профессор Бадриев Ильдар Бурханович,
доктор физико–математических наук,
профессор Котляр Леонид Михайлович

Ведущая организация: Институт механики и машиностроения КНЦ РАН

Защита состоится 29 сентября 2005 года в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.081.21 в Казанском государственном университете по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18, корп. 2, ауд. 217.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан « ____ » августа 2005 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ. – мат. наук, доцент

О.А. Задворнов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Мониторинг природных и антропогенных аэрозолей является важной составной частью общей системы мониторинга атмосферы. В настоящее время интенсивно развиваются как прямые (основанные на непосредственном отборе проб аэрозоля), так и косвенные (оптические) методы исследования воздушной среды. При этом обеспечение адекватной интерпретации полученных результатов требует понимания основных физических эффектов, сопровождающих процесс измерения. В связи со сложностью процессов, возникающих при аэрозольных измерениях, такое понимание может быть достигнуто только на основе математического моделирования с использованием современных физических и математических моделей.

Прямые методы исследования частиц аэрозолей предполагают отбор аэрозольных частиц в измерительное устройство. В реальных условиях пробоотбора из воздушной среды концентрация частиц внутри прибора может отличаться от концентрации частиц в изучаемом аэрозоле. Для количественной оценки погрешностей, вносимых пробоотборником в измерения концентраций аэрозоля, вводится понятие коэффициента аспирации A , представляющего собой отношение средней концентрации в измерительном устройстве к счетной концентрации частиц в невозмущенной среде. Определение коэффициента аспирации для заданного способа отбора проб имеет большое практическое значение и представляет собой основную задачу теории пробоотбора аэрозольных частиц. В общем случае величина A зависит от характеристик самой частицы (размера, плотности, формы), свойств газового потока, геометрии пробоотборника (размера, формы), ориентации пробоотборника относительно направления ветра и силы тяжести.

Цель исследований. Целью работы являются развитие математических моделей и решение задач пробоотбора аэрозоля в типичные измерительные устройства в рамках приближения потенциального течения несжимаемой жидкости для несущей среды, параметрические исследования коэффициента аспирации для различных условий пробоотбора и анализ физических эффектов, сопровождающих пробоотбор аэрозольных частиц.

Методы исследования. Для определения поля скоростей несущей среды используются методы теории функций комплексного переменного и теории осесимметричных течений несжимаемой жидкости, для расчета

траекторий частиц – численное интегрирование уравнений движения частиц с помощью методов Рунге-Кутты и Гира.

Научная новизна. Основные результаты работы являются новыми и состоят в решении следующих мало исследованных задач: пробоотбора из движущегося воздуха в расширенном диапазоне отношения скоростей ветра и аспирации, аспирации из неподвижной и низкоскоростной среды в пробоотборники с затупленной головной частью, исследования влияния силы тяжести на коэффициент аспирации.

Достоверность результатов диссертации обеспечивается строгими математическими выкладками, а также сравнением с известными из литературы данными и данными натуральных экспериментов.

Практическая значимость. Полученные в диссертации результаты расширяют понимание основных закономерностей процесса аспирации аэрозоля в зависимости от условий пробоотбора и характеристик измерительных устройств. Предложенные методы расчета могут быть использованы при решении различных задач о течениях газа с взвешенными частицами.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на Всероссийской научной конференции “Краевые задачи и их приложения” (Казань, 18 – 24 октября 1999 г.); IV Республиканской конференции “Актуальные экологические проблемы Республики Татарстан” (Казань, 2000); международной конференции “Краевые задачи аэрогидромеханики и их приложения” (Казань, 21 – 24 ноября 2000 г.), посвященной 90-летию со дня рождения Г. Г. Тумашева; VI Международной конференции “Естественные и антропогенные аэрозоли” (Санкт-Петербург, 5 – 9 октября 2003 г.); международной молодежной научной школе – конференции «Лобачевские чтения – 2001» (Казань, 28 ноября – 1 декабря 2001 г.); третьей всероссийской молодежной научной школе – конференции «Лобачевские чтения – 2003» (Казань, 1 – 4 декабря 2003 г.); итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (2001, 2003).

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 9 работах.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и изложена на 117 страницах, иллюстрированных 45 рисунками. Список литературы содержит 129 наименований.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 02–01–00836, 05-01-00794) и КЦФЕ Министерства образования и науки РФ (грант А03–2.10–613).

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность и цель проводимых исследований. Дан обзор работ, посвященных экспериментальным исследованиям и математическому моделированию пробоотбора аэрозольных частиц. Изложено краткое содержание диссертации.

В первой главе изложена общая постановка задачи пробоотбора и представлены результаты моделирования аспирации аэрозоля в щелевой пробоотборник.

В § 1 даны определение коэффициента аспирации и математическая постановка задачи для его расчета. В связи с невысокими концентрациями частиц в атмосферных и комнатных аэрозолях в теории пробоотбора влиянием частиц на газовую среду обычно пренебрегают и силы взаимодействия между частицами не учитывают. Способ описания газовой среды вокруг аэрозольной частицы зависит от безразмерного параметра - числа Кнудсена $Kn = \lambda_i / \delta$, где λ_i - длина свободного пробега молекулы газа, δ - размер частицы. Рассматриваемые в работе задачи относятся к случаю $Kn \ll 1$, а течение несущей среды вокруг частицы описывается в приближении гидродинамики сплошной среды. Для характерных скоростей течений аэрозоля, возникающих в измерительных устройствах, несущая среда зачастую с достаточно высокой точностью может быть описана в рамках теории потенциального течения несжимаемой жидкости. Моделирование течений аэрозоля при указанных допущениях сводится в работе к определению поля скоростей несущей среды и затем к расчету траекторий аэрозольных частиц в указанном поле.

Уравнения, описывающие движение одиночной сферической частицы с постоянной массой в газовом потоке, в пренебрежении всеми силами, кроме силы аэродинамического сопротивления и силы тяжести, записываются в виде

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = -\frac{c_d \text{Re}_p}{24} \frac{(\bar{V} - \bar{U})}{\tau} + g \bar{G}, \quad \frac{d\bar{x}_p}{dt} = \bar{V}, \quad (1)$$

где \bar{V} и \bar{U} – скорости частицы и газа соответственно, t - время, g – ускорение свободного падения, \bar{G} – единичный вектор в направлении

силы тяжести, c_d – коэффициент сопротивления частицы, τ – время релаксации частицы ($\tau = m_p / 3\pi\mu\delta = \rho_p \delta^2 / 18\mu$), m_p – масса частицы, δ – диаметр частицы, ρ_p – плотность вещества частицы, μ – коэффициент динамической вязкости газа, \bar{x}_p – радиус–вектор координаты частицы. Решение задачи Коши для системы (1) с соответствующими начальными условиями позволяет рассчитать траекторию отдельной частицы. В этом заключается метод Лагранжа или траекторный метод расчета течений аэрозоля. Для характеристики инерционных свойств частиц и учета влияния силы тяжести вводятся два безразмерных параметра: число Стокса $St = \tau U_0 / L$ и $v_s = V_s / U_0$, где $V_s = \tau g$ – скорость стационарного оседания частицы, U_0 и L – характерные скорость и размер.

В § 2 предложена математическая модель аспирации аэрозоля в щелевой пробоотборник в приближении безотрывного потенциального течения для двух углов расположения входной щели относительно направления ветрового потока: 0 и π . Щель образована двумя полубесконечными параллельными пластинами, симметричными относительно оси Ox и расположенными одна от другой на расстоянии $2H$. Вдали от щели среда движется равномерно со скоростью U_0 . Комплексный потенциал течения в плоскости $Z = X + iY$ представляется как сумма потенциалов плоскопараллельного потока и течения, создаваемого при аспирации из неподвижной среды:

$$W(Z) = W_0(Z) \pm U_0 Z \quad (2)$$

Верхний знак в (2) и далее соответствует случаю $\alpha = 0$, а нижний – $\alpha = \pi$. Пусть $z = Z/H$, $w_0 = W_0/UH$, $U = U_a \mp U_0$, U_a – скорость аспирации. С помощью конформного отображения найдена связь между z и w_0 в виде $z = \pi^{-1}(e^{-\pi w_0} - 1 + \pi w_0) + i$. Безразмерная комплексно–сопряженная скорость течения $w = W/UH$ выражается зависимостью

$$\frac{dw}{U_0 dz} = \frac{a^{-1} \mp 1}{1 - e^{-\pi w_0}} \pm 1 = u_x - iu_y, \quad (3)$$

где $a = U_0/U_a$, $u_x = U_x/U_0$, $u_y = U_y/U_0$, U_x , U_y – декартовы составляющие скорости газа. Разделяя действительную и мнимую части в (3), выразим u_x , u_y в виде

$$u_x = -(a^{-1} \mp 1) \frac{[\pi(\psi_0 + 1 - y) \cos \pi \psi_0 - \sin \pi \psi_0] \sin \pi \psi_0}{F(y, \psi_0)} \pm 1,$$

$$u_y = (a^{-1} \mp 1) \frac{\pi(\psi_0 + 1 - y) \sin^2 \pi \psi_0}{F(y, \psi_0)}, \quad (4)$$

$$F(y, \psi_0) = \pi^2 (\psi_0 + 1 - y)^2 - \pi (\psi_0 + 1 - y) \sin 2\pi \psi_0 + \sin^2 \pi \psi_0$$

Учитывая соотношение $\psi = \psi_0 \pm y/(a^{-1} \mp 1)$, получим выражения для u_x, u_y как функций переменных y и ψ . Уравнения движения частиц для безразмерных составляющих скорости частиц v_x, v_y и координат x, y замыкаются уравнением $d\psi/dt = (-u_y v_x + u_x v_y)/(a^{-1} \mp 1)$, описывающим изменение ψ вдоль траектории частицы. Получившаяся система обыкновенных дифференциальных уравнений интегрируется численно с помощью метода Рунге-Кутты. Методом итераций определяется предельная траектория, разделяющая поток частиц на улавливаемые пробоотборником и проходящие мимо него. По найденной начальной ординате предельной траектории y_0 вычисляется коэффициент аспирации по формулам $A = y_0 a$ и $A = (y_0 - 1) a$ для случаев $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ соответственно. Проведены параметрические расчеты коэффициента аспирации для различных чисел Стокса и отношения a скоростей аспирации и набегающего потока (рис. 1). Обсуждается немонотонное поведение коэффициента аспирации A в области малых значений параметра a , что может быть связано как с чисто инерционными эффектами, так и с влиянием отскока частиц от внешней стенки. При противоположном направлении скорости аспирации и скорости набегающего потока ($\alpha = \pi$) существует зависящая от параметра a верхняя граница размера частиц, улавливаемых пробоотборником. Проведено сравнение с результатами расчетов, проведенных в приближении отрывного обтекания и по приближенной формуле из работы Волощука (1971).

В § 3 приводятся метод расчета и результаты исследования полей концентраций частиц для задачи аспирации в щелевой пробоотборник из движущегося воздуха, исследованной в § 2. Для расчета полей концентраций частиц используется метод А. Н. Осипцова (Osipsov A. N., 1998, in *Proc. 3d Intern. Conf. on Multiphase Flow, ICMF'98, Lyons, CD, 1 - 8*).

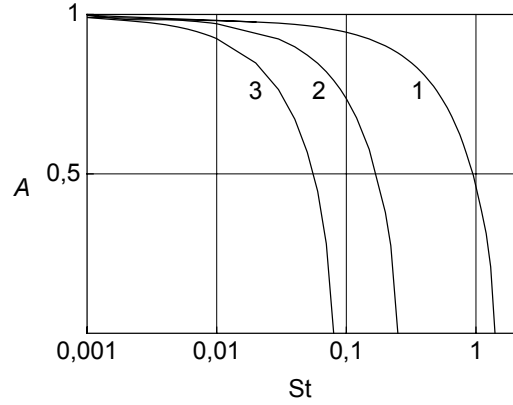
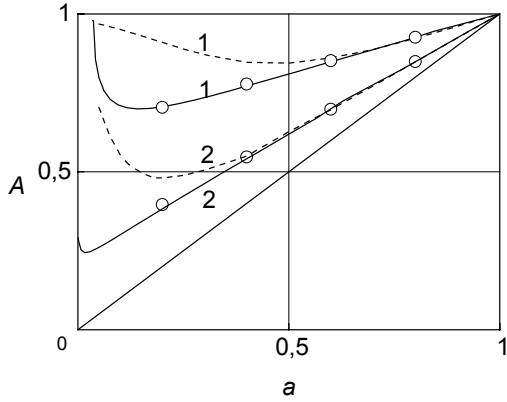


Рис. 1. Зависимость $A(a)$ при $\alpha = 0$ (1 – $\pi St = 1$, 2 – $\pi St = 10$). Штриховые кривые – с учетом возможного отскока частиц от внешней стенки. Кружки – приближенная формула (Волощук, 1971).

Рис. 2. Зависимость $A(St)$ при $\alpha = \pi$: 1 – $a = 0,25$, 2 – $a = 1$, 3 – $a = 2$.

Идея метода заключается в решении уравнений, описывающих изменения якобиана преобразования из лагранжевых в эйлеровы координаты вдоль траектории частицы. Для декартовой системы координат этот якобиан записывается в виде

$$J(x_0, y_0, t) = \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0} = J_{11} J_{22} - J_{12} J_{21}, \quad (5)$$

где $x = x(x_0, y_0, t)$, $y = y(x_0, y_0, t)$, x_0, y_0 - начальные координаты частицы.

Дифференциальные уравнения, описывающие изменение компонент якобиана и их производных вдоль траектории, таковы:

$$\frac{dJ_{11}}{dt} = w_{11}, \quad \frac{dJ_{12}}{dt} = w_{12}, \quad \frac{dJ_{21}}{dt} = w_{21}, \quad \frac{dJ_{22}}{dt} = w_{22} \quad (6)$$

$$\frac{dw_{11}}{dt} = \frac{1}{St} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x_0} - w_{11} \right), \quad \frac{dw_{12}}{dt} = \frac{1}{St} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y_0} - w_{12} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dw_{21}}{dt} = \frac{1}{St} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x_0} - w_{21} \right), \quad \frac{dw_{22}}{dt} = \frac{1}{St} \left(\frac{\partial u_y}{\partial y_0} - w_{22} \right)$$

Из условия постоянства потока частиц в пределах выделенной в пространстве трубки траекторий аэрозольных частиц следует формула для определения концентрации $c_p(x_0, y_0, t)$ частиц (количества частиц на единицу объема газа):

$$c_p(x_0, y_0, t) = c_p(x_0, y_0, 0) / |J_{11} J_{22} - J_{12} J_{21}| \quad (8)$$

Численное решение системы уравнений (6), (7) совместно с уравнениями движения частиц (1) и соответствующими начальными условиями позволяет определять координаты частицы x, y , составляющие скорости частицы v_x, v_y и элементы якобиана $J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}$ вдоль траектории. Затем по формуле (8) находится значение концентрации частиц в произвольной точке траектории. На рис. 3 показан пример картины изолиний концентраций частиц. Наблюдается возрастание концентрации вблизи стенок пробоотборника. Наибольшая неоднородность распределения концентрации частиц по высоте входного отверстия проявляется для промежуточных чисел Стокса (рис. 4). Для меньших значений параметра a достигаются более высокие значения концентраций частиц в окрестности пробоотборника.

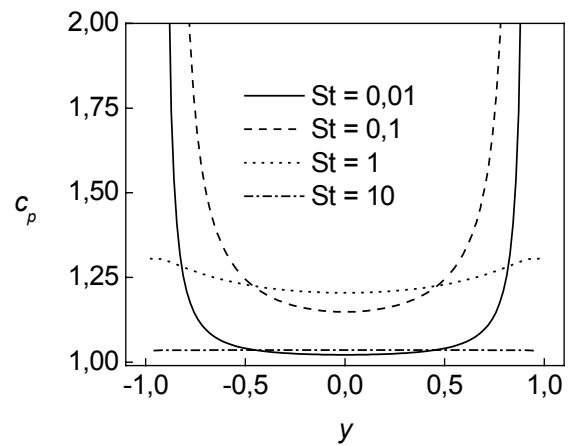
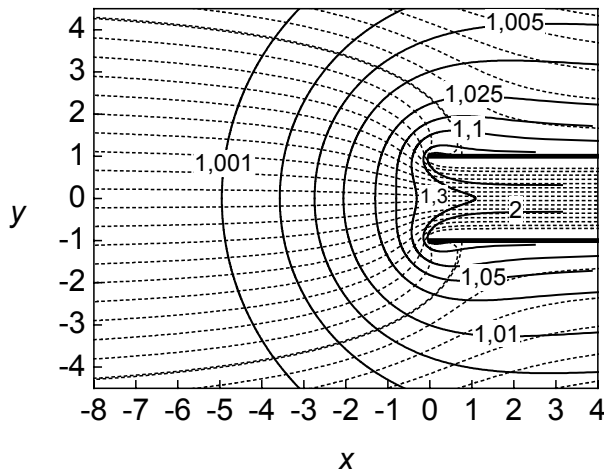


Рис. 3. Распределение изолиний концентраций частиц в окрестности входного отверстия в щель при $\alpha = 0$ и $a = 0,2$ для $St = 0,1$.

Рис. 4. Распределение концентрации частиц на входе в щель при $a = 0,2$.

Пробоотбор жидких аэрозольных капель может сопровождаться их испарением, что приводит к изменению размеров частицы и её инерционных свойств, следовательно, и к изменению коэффициента аспирации. Влияние испарения может быть значительным для пробоотбора из неподвижной среды. В § 4 решена задача об аспирации аэрозоля из неподвижного газа в щелевой пробоотборник с учетом испарения. Для задания поля скоростей несущей среды использовано известное аналитическое решение, полученное в рамках модели отрывного потенциального течения несжимаемой жидкости. Уравнения движения

частиц дополняются дифференциальным уравнением для изменения радиуса частицы в результате испарения, записанным в рамках диффузионной модели испарения жидких капель. Для удобства интегрирования полная система обыкновенных дифференциальных уравнений преобразуется к переменным годографа скорости несущей среды. Проведено параметрическое исследование счетного A и массового $A_m = c_{ma}/c_{m0}$ (c_{ma} , c_{m0} – массовые концентрации частиц внутри пробоотборника и в невозмущенном потоке соответственно) коэффициентов аспирации в зависимости от размера частиц при различной относительной влажности воздуха. Счетный коэффициент аспирации A для испаряемых частиц становится большим коэффициента аспирации, полученного при отсутствии испарения, что объясняется увеличением невозмущенной области их захвата и, следовательно, количества уловленных частиц. При этом коэффициент A_m с учетом влияния испарения уменьшается, так как, несмотря на большее число уловленных частиц, их общая масса существенно меньше из-за снижения веса частиц в результате испарения. С увеличением влажности среды уменьшается влияние испарения на эффективность аспирации.

Во второй главе приводятся результаты моделирования аспирации аэрозоля в цилиндрический пробоотборник. В § 5 исследуется задача об аспирации аэрозольных частиц из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды с учетом конечного размера входного отверстия пробоотборника при его ориентации вверх и вниз. Рассматриваемый пробоотборник представляет собой длинный цилиндр радиуса r_0 , ориентированный перпендикулярно потоку. Вдоль образующей цилиндра расположена щель шириной $2H$, через которую аспирируется аэрозоль (рис. 5). Аэрозольные частицы вдали от пробоотборника падают под действием силы тяжести со стационарной скоростью оседания V_s вместе с нисходящим равномерным газовым потоком, движущимся со скоростью U_0 . В рамках модели потенциального течения несжимаемой жидкости получено аналитическое представление для поля скоростей несущей среды. Функция $\zeta = 0,5(z + z^{-1})$ дает отображение области течения в плоскости $z = x + iy$ на верхнюю полуплоскость ζ . Области течения в плоскости $w = W/U_a r_0 = \varphi + i\psi$ соответствует четырехугольник $DABND$ с углами $\pi, \pi/2, \pi/2, 2\pi$ (рис. 6).

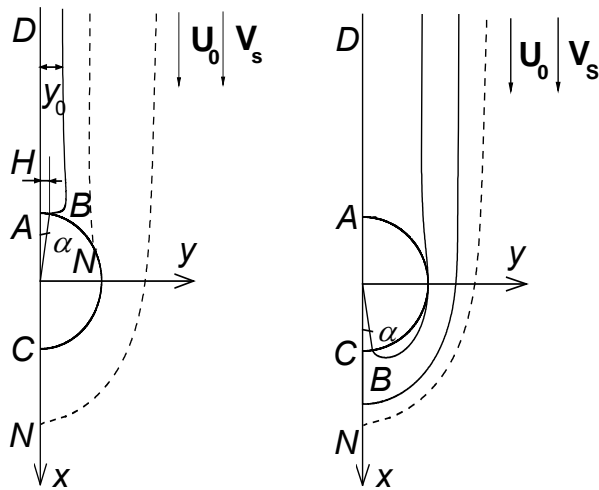


Рис. 5. Схема течения при аспирации в цилиндрический пробоотборник из нисходящего потока. Штриховые линии – разделительные линии тока газа.

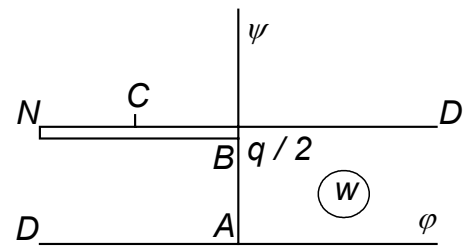


Рис. 6. Область течения в плоскости $w = \varphi + i\psi$.

С помощью интеграла Кристоффеля–Шварца комплексный потенциал $w(z)$ и комплексно–сопряженная скорость течения $\chi(z) = dw/dz = u_x - iu_y$ представлены в виде ($h = H/r_0$)

$$w(z) = a \left[\frac{1+z}{z} \sqrt{z^2 + 2z \cos \alpha + 1} - 2(1 + \cos \alpha + 2n) \ln \frac{1+z + \sqrt{z^2 + 2z \cos \alpha + 1}}{\sqrt{z}} \right] \quad (9)$$

$$\frac{dw}{dz} = \frac{a(z-1)(z^2 - 2nz + 1)}{z^2(z^2 + 2z \cos \alpha + 1)^{1/2}}, \quad n = \frac{1}{2} \left(Q - \sqrt{1-h^2} - 1 \right), \quad Q = \frac{h}{\pi a} \quad (10)$$

На основе численного интегрирования уравнений движения частиц в найденном поле скоростей и определения предельных траекторий проведены параметрические исследования коэффициента аспирации при изменении числа Стокса для различных отношений скоростей набегающего потока и аспирации и различной скорости седиментации. Результаты, полученные в рамках предложенной модели, хорошо согласуются с экспериментальными данными и с расчетами, проведенными в приближении вязкого течения (рис. 7). В задаче об аспирации из низкоскоростного потока и из неподвижного воздуха сила тяжести становится важным фактором, влияющим на коэффициент аспирации. В предельных случаях безынерционных и сильно инерционных частиц, когда пробоотборник ориентирован отверстием вверх, вклад силы тяжести в значение коэффициента аспирации пропорционален

стационарной скорости их оседания. При промежуточных значениях числа Стокса коэффициент аспирации определяется совместным действием инерционных и гравитационных сил. Обнаружено, что для пробоотборника, ориентированного отверстием вниз, при малых значениях ширины отверстия и скорости седиментации возможно осаждение частиц на нижней стороне цилиндра, приводящее к провалам в распределении зависимости коэффициента аспирации от числа Стокса (рис. 8).

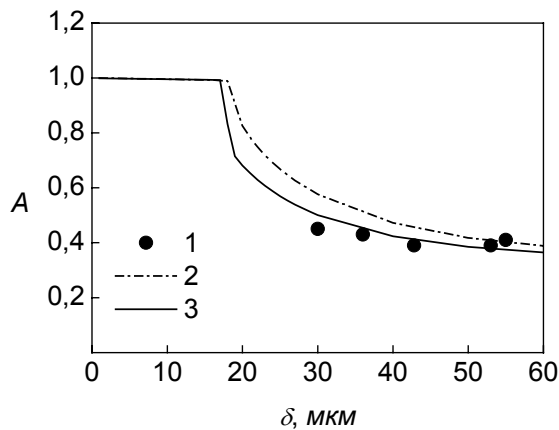


Рис. 7. Зависимость коэффициента аспирации от диаметра частицы при $a = 0,36$ и $h = 0,088$: 1 – экспериментальные данные Chung, Trinh, Dunn–Rankin (1994), 2 – модель точечного стока, 3 – исследуемая модель.

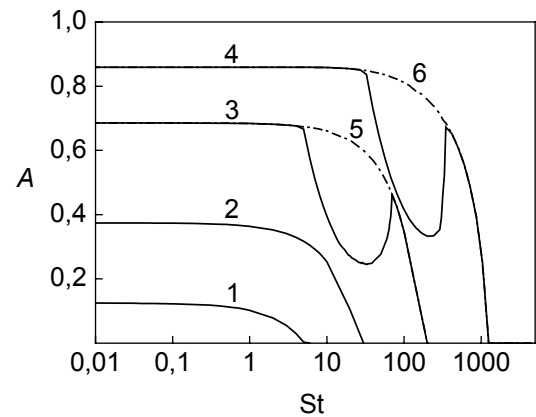


Рис. 8. Зависимость коэффициента аспирации от числа Стокса в случае ориентации пробоотборника отверстием вниз при $a = 0$ и различных v_s (1 – 0,014; 2 – 0,01; 3 и 5 – 0,005; 4 и 6 – 0,002) для $h = 0,016$ (1 – 4) и $h = 0,16$ (5, 6) при сохранении расхода газа.

В задаче об аспирации из неподвижного воздуха вокруг пробоотборника могут возникать стационарные или особые точки, где скорость частиц и ее производная равны нулю. Картина траекторий аэрозольных частиц при аспирации из неподвижного или малоподвижного воздуха в значительной степени определяется положением этих точек. В § 6 проведено исследование особых точек уравнений движения аэрозольных частиц для задачи аспирации в цилиндрический пробоотборник при его произвольной ориентации относительно направления силы тяжести и скорости ветра (рис. 9). В приближении модели точечного стока мощностью q комплексный потенциал записывается в форме

$$w(z) = a \left(z + \frac{1}{z} \right) - \frac{q}{2\pi r U_a} \ln \frac{(z - e^{(\pi-\alpha)i})^2}{z} \quad (11)$$

Приравнявая нулю правые части уравнений движения частиц и с учетом (11), получим систему нелинейных алгебраических уравнений для координат особых точек x, y при заданных значениях скорости осаждения v_s и угла ориентации пробоотборника α :

$$\begin{cases} a \left(1 - \frac{x^2 - y^2}{r^4} \right) + \frac{h}{\pi} \left[\frac{x}{r^2} - \frac{2(x + \cos \alpha)}{r^2 + 2(x \cos \alpha - y \sin \alpha) + 1} \right] = 0, \\ -a \frac{2xy}{r^4} + \frac{h}{\pi} \left[\frac{y}{r^2} - \frac{2(y - \sin \alpha)}{r^2 + 2(x \cos \alpha - y \sin \alpha) + 1} \right] = v_s \end{cases} \quad (12)$$

Результаты численного решения системы (12) в случае аспирации из движущегося воздуха для различных a , соответствующих слабому ветру, и углов α ориентации пробоотборника показаны на рис. 10.

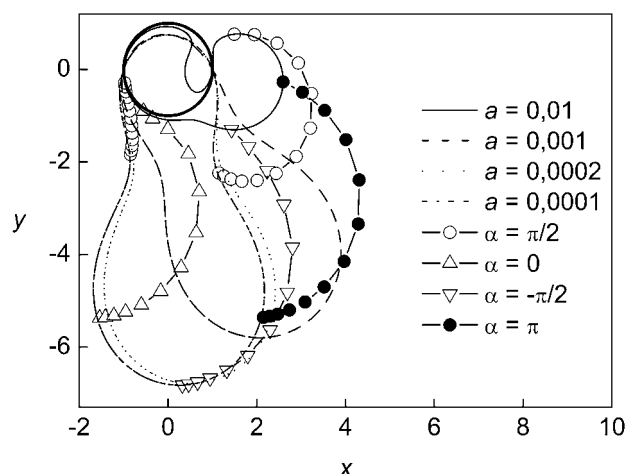
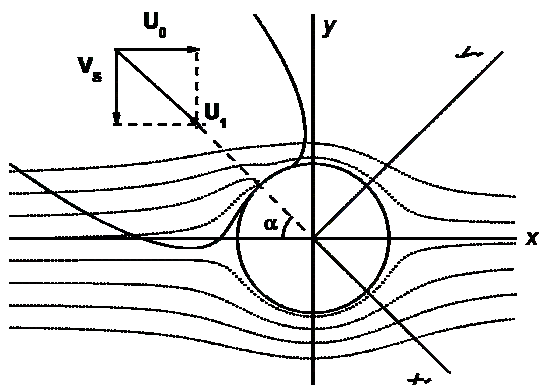


Рис. 9. Схема течения аэрозоля при аспирации в цилиндрический пробоотборник для произвольной его ориентации.

Рис. 10. Положение особых точек вокруг пробоотборника при $v_s = 0,002$.

Существуют критические значения скорости осаждения v_s и угла α , соответствующие положению особых точек на цилиндре ($x = \pm 1, y = 0$). Из (12) следуют соотношения, связывающие критические значения v_s и α :

$$v_{s1} = \frac{h}{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \quad v_{s2} = \frac{h}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (13)$$

Графики функции (13) при $0 \leq \alpha \leq \pi$ изображены на рис. 11. В плоскости (v_s, α) можно выделить три характерные области: I – $v_s > v_{s1}$ ($0 < \alpha < \pi/2$), $v_s > v_{s2}$ ($\pi/2 < \alpha < \pi$) – особые точки вне цилиндра

отсутствуют, II – $v_{s2} < v_s \leq v_{s1}$ ($0 < \alpha < \pi/2$), $v_{s1} < v_s \leq v_{s2}$ ($\pi/2 < \alpha < \pi$) – существует единственная особая точка, лежащая за пределами цилиндра, III – $v_s \leq v_{s2}$ ($0 < \alpha < \pi/2$), $v_s \leq v_{s1}$ ($\pi/2 < \alpha < \pi$) – существуют две особые точки. Знание положения особых точек делает возможным анализ топологии траекторий аэрозольных частиц. В общем случае в окрестности пробоотборника можно выделить четыре характерные зоны: зоны уловленных и оседающих на стенках прибора частиц, зоны без частиц и зоны частиц, проходящих мимо пробоотборника. В частности, положение особых точек за пределами пробоотборника указывает на явление дополнительного отбора воздуха из зоны без частиц.

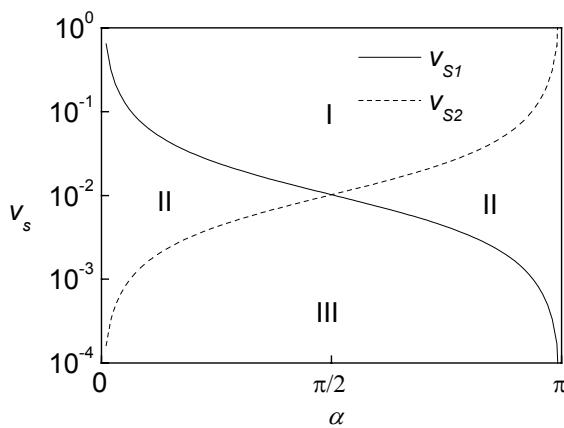


Рис. 11. Характерные области в плоскости (v_s, α) .

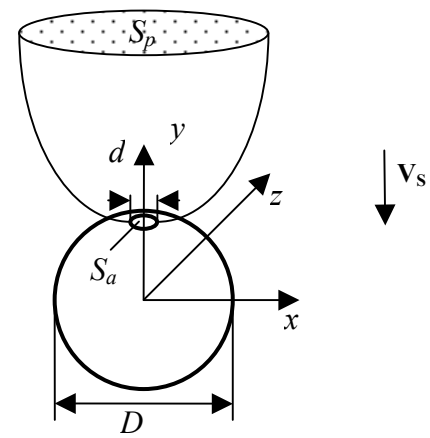


Рис. 12. Схема аспирации в сферический пробоотборник в неподвижном воздухе

Третья глава посвящена моделированию аспирации аэрозоля в пробоотборник со сферической головной частью. В § 7 приводится математическая модель аспирации аэрозоля в идеализированный сферический пробоотборник с одиночным круговым отверстием, ориентированным вертикально вниз или вверх (рис.12). Движение несущей среды вокруг пробоотборника вызывается аспирацией воздуха и частиц через входное отверстие пробоотборника, газ вдали от пробоотборника неподвижен. Течение несущей среды в приближении потенциального течения несжимаемой жидкости представляется течением, вызванным многоточечным стоком на сфере. Поле скоростей несущей среды определяется как сумма полей скоростей, создаваемых отдельными

точечными стоками, равномерно распределенными по входному отверстию (конечномерный сток).

Безразмерные декартовы составляющие скорости течения несущей среды, создаваемого одиночным точечным стоком, записаны в виде явных функций координат x, y, z (Galeev, Zaripov, 2003):

$$u_x = \frac{H^2}{4} \left(\frac{1}{r} - \frac{r^2 + 3 + 4x}{r_1^3} \right), u_y = \frac{H^2}{4} y \left(\frac{2x+1}{r_2} - \frac{2}{r_1^3} \right), u_z = \frac{H^2}{4} z \left(\frac{2x+1}{r_2} - \frac{2}{r_1^3} \right), \quad (14)$$

где $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $r_1^2 = r^2 + 2x + 1$, $r_2 = r^2 r_1(x+1) + r r_1^2 x$, $H = d/D$, d - диаметр отверстия, D - диаметр сферы. Для определения предельных траекторий и коэффициента аспирации уравнения движения аэрозольных частиц интегрировались численно при известных выражениях для составляющих скорости газа.

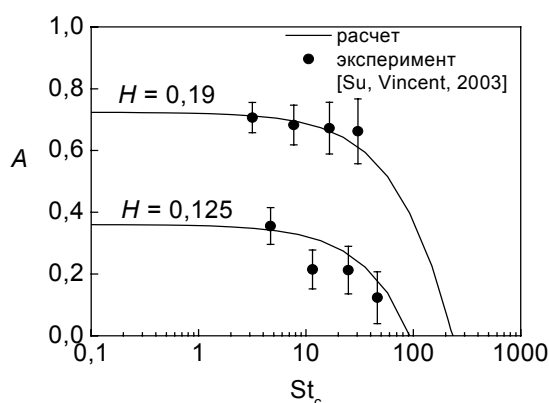
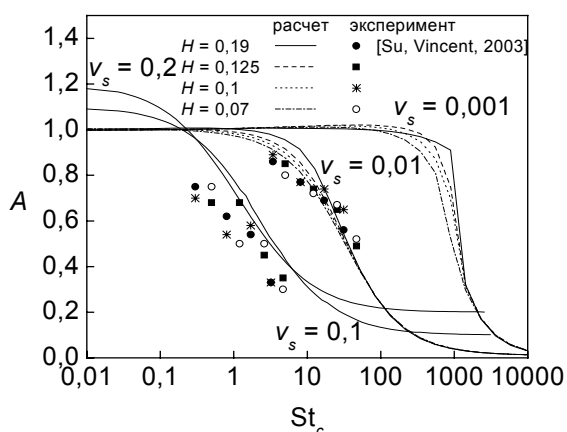


Рис. 13. Зависимость $A(St_c)$ ($St_c = St/2H$) при различных v_s и H в случае ориентации пробоотборника отверстием вверх. Рис. 14. Зависимость $A(St_c)$ при $v_s = 0,01$ и двух значениях H в случае ориентации пробоотборника отверстием вниз.

В § 8 приводятся результаты исследований зависимости коэффициента аспирации от числа Стокса при варьировании относительного размера входного отверстия (степени затупленности) для различных значений скорости оседания. Показано, что в случае ориентации пробоотборника отверстием вверх влияние изменения размера входного отверстия сказывается на коэффициенте аспирации только при малых скоростях седиментации (рис. 13). При ориентации пробоотборника отверстием вниз часть частиц оседает на сфере, причем с уменьшением размера входного отверстия влияние такого оседания увеличивается (рис. 14). Показано, что известная формула Левина для коэффициента

аспирации в точечный сток, дополненная членом, учитывающим оседание частиц на сфере, хорошо описывает коэффициент аспирации для сферического пробоотборника, ориентированного отверстием вниз. Обнаружено, что для малых скоростей седиментации и малых размеров отверстия возможно инерционное оседание частиц вблизи аспирирующего отверстия.

Основные научные положения и результаты работы

1. Предложена математическая модель и решена задача об аспирации аэрозоля из движущегося газа в измерительное устройство - щелевой пробоотборник в приближении безотрывного потенциального течения несжимаемой жидкости. Исследована зависимость коэффициента аспирации от отношения скоростей ветра и аспирации для различных чисел Стокса и двух углов ориентации устройства. Подтверждены экспериментальные данные о немонотонном поведении коэффициента аспирации в области малых значений указанного отношения.
2. Исследованы поля концентраций аэрозольных частиц в окрестности щелевого пробоотборника. Найден диапазон чисел Стокса, для которых имеет место наибольшая неоднородность распределения концентраций во входном сечении.
3. Предложена математическая модель и исследована задача об аспирации аэрозоля из неподвижного газа в щелевой пробоотборник с учетом испарения. Исследовано влияние испарения на коэффициент аспирации.
4. Построена математическая модель и исследованы характеристики цилиндрического пробоотборника. Развита теория особых точек уравнений движения частиц в окрестности цилиндра с аспирацией. Исследованы координаты особых точек как функций скорости гравитационного осаждения и угла ориентации пробоотборника. Получены критерии существования в области решения одной и двух особых точек, связывающие значения скорости осаждения, угла ориентации и относительного размера входной щели.
5. Проведен параметрический анализ коэффициента аспирации для сферического пробоотборника из неподвижного воздуха в поле силы тяжести. Исследовано влияние положения устройства и его геометрии на коэффициент аспирации. Показано, что в случае

ориентации пробоотборника отверстием вверх влияние изменения размера входного отверстия сказывается на коэффициенте аспирации лишь при малых скоростях седиментации, а при ориентации его отверстием вниз на коэффициент аспирации оказывает значительное влияние оседание частиц на сфере, и с уменьшением размера входного отверстия влияние оседания растет.

Список публикаций по теме диссертации

1. Ванюнина М. В. Аспирация аэрозоля в щелевой пробоотборник при двух углах его ориентации / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2002. – № 3. – С. 108 – 113.
2. Ванюнина М. В. Аспирация аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды / М. В. Ванюнина, Р. С. Галеев, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Сибирское отделение РАН. Прикладная механика и техническая физика. – 2005. – Т. 46. - № 2. – С. 122 – 129.
3. Зарипов Ш.Х. Современные задачи теории пробоотбора аэрозольных частиц / Ш. Х. Зарипов, Р. С. Галеев, Э. В. Скворцов, М. В. Ванюнина // Ученые записки Казанского государственного университета, Т. 147. Кн. 1. – Естественные науки. – 2005. – С. 33 – 46.
4. Ванюнина М. В. Математическая модель аспирации аэрозоля с учетом испарения / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов // Труды Математического центра им. Н.И. Лобачевского. Т. 3. Материалы третьей Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и их приложения». – Казань: УНИПРЕСС. – 1999. – С. 155 - 156.
5. Ванюнина М. В. Математическая модель аспирации аэрозоля при различной ориентации пробоотборника / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Материалы IV республиканской научной конференции “Актуальные экологические проблемы Республики Татарстан”. – Казань. - 2000. – С. 196.
6. Ванюнина М. В. Математическая модель аспирации аэрозоля в щель / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского. Т. 7. Материалы международной конференции «Краевые задачи аэрогидромеханики и их приложения», посвященной 90 – летию со дня рождения Г. Г. Тумашева. – Казань: ДАС. - 2000. – С. 289.

7. Ванюнина М. В. Определение поля концентрации частиц при аспирации аэрозоля в щелевой пробоотборник / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского. Т. 12. Материалы международной молодежной научной школы–конференции «Лобачевские чтения – 2001». – Казань: ДАС. - 2001. – С. 76.
8. Ванюнина М. В. Об одной модели аспирации аэрозоля в цилиндрический пробоотборник / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Труды Математического центра им. Н.И. Лобачевского. Т. 21. Материалы третьей Всероссийской молодежной научной школы–конференции «Лобачевские чтения – 2003». – Казань: ДАС. – 2003. – С. 86 - 88.
9. Ванюнина М. В. Аспирация аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды / М. В. Ванюнина, Ш. Х. Зарипов, Э. В. Скворцов // Тезисы VI Международной конференции “Естественные и антропогенные аэрозоли”, Санкт–Петербург, 5 – 9 октября 2003. – С. 102 – 103.