На правах рукописи

МАРДАНШИН Рифкат Галимович

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ПРИЛОЖЕНИЕМ К ВЕТРОЭНЕРГОУСТАНОВКАМ

Специальность 05.13.01 - «Системный анализ, управление и обработка информации»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Казань – 2005

Работа выполнена в Камском государственном политехническом институте

Научный руководитель: Доктор технических наук, профессор Байрамов Фарит Давлетович

Официальные оппоненты: Академик АН РТ, доктор технических наук, профессор Сиразетдинов Талгат Касимович

Кандидат физико-математических наук, доцент Осипов Петр Петрович

Ведущая организация: Казанский государственный университет

Защита состоится «_25_» _марта__2005 года в ____часов на заседании Диссертационного Совета Д 212.079.01 в Казанском государственном техническом университете (КАИ) им. А.Н. Туполева по адресу: 420111, Казань, ул. Карла Маркса, дом 10

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского государственного технического университета (КАИ) им. А.Н. Туполева

Автореферат разослан «____» _февраля_ 2005 года

Ученый секретарь Диссертационного Совета,
доктор физико-математических наук,
профессор П.Г. Данилаев

и в целом и стабилизация гибридных систем // XXXII Уральский научный семинар по механике и процессам управления, статья в сборнике научных трудов «Механика и процессы управления», Екатеринбург, Уральское отделение РАН, 2003 г.

14. Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. Устойчивость в большом и целом и синтез оптимальных управлений в гибридных системах // Наука и практика. Диалоги нового века: Материалы конференции. Часть 2 – Набережные Челны,: Изд-во КамПИ, 2003. – С.68-69
15. Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. Устойчивость систем с распределенными параметрами в большом. // Развитие рыночных отношений в Российском обществе в условиях формирования новой институционально-правовой среды: Труды итоговой научно-практической конференции Института экономики, управления и права: Набережные Челны 2002, - С.213-221.

матизация и информационные технологии: Тезисы докладов. - Набережные Челны: Изд-во КамПИ, 2002. - С.58-59.
3. Байрамов Ф.Д., Галимов Н.С., Марданшин Р.Г. Уравнения динамики и устойчивость номинального режима работы ветроэнергоустановки (ВЭУ) // Онлайновый журнал. Камский государственный политехнический институт. -Набережные Челны.: 2002. №9.
4. Байрамов Ф.Д., Галимов Н.С., Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. Уравнения динамики и устойчивость номинального режима работы ветроустановки с вертикальной осью вращения // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №4, 2004. - С.56-61
5. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г. Асимптотическая устойчивость в целом систем с распределенными параметрами // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №1, 2002. - С.25-29
6. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г. Об абсолютной устойчивости регулируемых систем с распределенными параметрами // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №1, 2002. - С.21-25
7. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г. Управление гибридными системами с обеспечением их асимптотической устойчивости в целом // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №5, 2004. - С.39-44
8. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г., Мардамшин И.Г., Хайруллин С.Р. Обеспечение заданной точности функционирования управляемых систем // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №3, 2003. - С.73-77
9. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г., Мардамшин И.Г., Хайруллин С.Р. Устойчивость гибридных систем в большом и в целом // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №4, 2004. - С.5-9
10. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. Абсолютная устойчивость регулируемых гибридных систем // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №3, 2003. - С.28-31
11. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. К задаче синтеза оптимальных управлений в распределенных системах // Проектирование и исследование технических систем. Межвузовский научный сборник. Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №2, 2002. - С.67-71
12. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. Обеспечение асимптотической устойчивости распределенных систем в большом и в целом с помощью управлений // Онлайновый журнал «SETS». Камский государственный политехнический институт. - Набережные Челны.: 2004. №7
13. Байрамов Ф.Д., Марданшин Р.Г., Хайруллин С.Р. Устойчивость в большом

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Возникновение понятия устойчивости в целом, как обобщения устойчивости по Ляпунову, связано техническими соображениями. Так как во многих технических задачах важно, чтобы невозмущенное движение было асимптотически устойчивым и эта устойчивость имела место при любых, даже сколь угодно больших начальных возмущениях. В ряде задач наряду с произвольными начальными требуется также учитывать конечные постоянно действующие возмущения (ПДВ). Это привело к появлению понятия асимптотической устойчивости в целом при ПДВ, когда возмущенные траектории будут асимптотически приближаться не к самой невозмущенной траектории, а только к некоторой ее окрестности.

Частным случаем проблемы устойчивости в целом является задача об абсолютной устойчивости, т.е. задача о сохранении устойчивости в целом при любых значениях нелинейности специального вида из заданной области. В технических задачах к этому понятию приводит то обстоятельство, что вид некоторой характеристики исследуемой системы не может быть точно определен и может меняться во время эксплуатации, а устойчивость должна сохраняться.

Одним из основных методов исследования задач устойчивости в целом и абсолютной устойчивости различных динамических систем является метод функций Ляпунова. Исследованиями этих задач на базе функций Ляпунова занимались М.А. Айзерман, Е.А. Барабашин, Ю.М. Зайцев, Н.Ф. Кириченко, Н.Н. Красовский, Ж. Ла-Салль, С. Лефшец, А.М. Летов, А.И. Лурье, И.Г. Малкин, В.М. Матросов, В.В. Румянцев, Т.К. Сиразетдинов и многие другие исследователи. К настоящему времени задачи устойчивости в целом и абсолютной устойчивости наиболее полно исследованы для конечномерных систем. Однако, в современной технике часто встречаются системы с распределенными параметрами, которые описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. К ним относятся упругие и аэроупругие системы, процессы тепло- и массопереноса, процессы, протекающие в химических и ядерных реакторах, многие производственные процессы, такие как сушка, нагрев и охлаждение тел и многие другие. К системам с распределенными параметрами относятся также гибридные системы с конечномерными и распределенными звеньями, описываемые уравнениями в обыкновенных и частных производных. К ним относятся, например, объекты с упругими элементами, системы с пневматическими и гидравлическими приводами и т.д. Задачи устойчивости в целом и абсолютной устойчивости для систем с распределенными параметрами остаются недостаточно полно исследованными. В первую очередь здесь возникает проблема построения соответствующих функций (функционалов) Ляпунова. В отличие от конечномерных систем, отсутствуют конструктивные, доведенные до конкретных процедур, методы исследования устойчивости в целом и абсолютной устойчивости для широкого класса систем с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных произвольного порядка. Насколько известно автору, для таких систем задача асимптотической устойчивости в целом при ПДВ вообще не рассматривалась. Все это затрудняет решение многих прикладных задач и определяет актуальность темы диссертации.

Одной из важных гибридных систем является ветроэнергоустановка (ВЭУ) с вертикальной осью вращения и системой передачи механической энергии. Такие ВЭУ по сравнению с пропеллерными с горизонтальной осью вращения имеют ряд существенных преимуществ и в последнее время привлекают все больше внимания специалистов по ветроэнергетике. Однако, задачи математического моделирования и исследования устойчивости ВЭУ с вертикальной осью вращения (под ВЭУ здесь понимается система, состоящая из самого ветродвигателя, привода и нагрузки) остаются почти нерешенными. Этим актуальным задачам посвящена прикладная часть диссертации.

Объектами исследования диссертации является класс объектов с распределенными параметрами, описываемых системой дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка по времени и пространственным координатам, включающей эволюционные уравнения и уравнения связей, а также гибридные объекты, описываемые системой уравнений в частных и обыкновенных производных первого порядка.

Предметом исследования являются разработка методов исследования асимптотической устойчивости в целом и абсолютной устойчивости.

Отметим, что используемая в работе система уравнений в частных производных первого порядка является универсальной формой записи уравнений в частных производных или их систем любого порядка. При этом уравнения связей, не содержащие производных по времени появляются при понижении порядка частных производных, а также за счет тех уравнений без производных по времени, которые могут входить в исходную систему, например, уравнение неразрывности несжимаемой жидкости.

Цель работы:

- разработка эффективных для приложений методов исследования асимптотической устойчивости в целом и абсолютной устойчивости систем с распределенными параметрами;
- математическое моделирование и исследование устойчивости ВЭУ с вертикальной осью вращения.

Исходя из цели исследования, определены основные задачи:

1. Разработка методов исследования асимптотической устойчивости в целом и асимптотической устойчивости в целом при ПДВ систем с распределенными параметрами.
2. Разработка методов исследования абсолютной устойчивости систем с распределенными параметрами.
3. Обобщение этих методов на гибридные системы с распределенными и сосредоточенными параметрами.
4. Синтез управлений, в том числе оптимальных, по принципу обратной связи для распределенных и гибридных систем, обеспечивающих асимптоти-

ствии ПДВ, так и при их наличии.

3. Разработана методика исследования абсолютной устойчивости нелинейных стационарных систем с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных первого порядка, с использованием функционалов Ляпунова двух видов – обычной интегральной формы и интегральной формы с добавлением интеграла от нелинейности. В качестве примера решена задача об абсолютной устойчивости процесса нагрева тонкого материала в проходной печи.
4. Получены достаточные условия асимптотической устойчивости в целом, асимптотической устойчивости в целом при ПДВ, а также абсолютной устойчивости гибридных систем, описываемых уравнениями в обыкновенных и частных производных первого порядка.
5. Построены законы управлений, в том числе оптимальных, по принципу обратной связи для линейных нестационарных одномерных распределенных и гибридных систем, обеспечивающих асимптотическую устойчивость в целом замкнутой системы. Оптимальные управления строятся из условия минимума интегрального по времени критерия качества и наименьшего значения нормы самого управления в каждый момент времени. Указаны также условия, при выполнении которых эти управления обеспечивают асимптотическую устойчивость в целом замкнутой системы при ПДВ. Синтезированные управления, приложенные к границам распределенных звеньев и (или) к конечномерным звеньям, требуют измерения состояния системы только в отдельных точках и достаточно просто и точно могут быть реализованы на практике.
6. Разработана математическая модель ВЭУ с вертикальной осью вращения и системой подачи механической энергии к нагрузке в виде системы уравнений в частных и обыкновенных производных первого порядка. В отличие от известных результатов, здесь учитываются распределенный характер вала, передающего механическую энергию от ветродвигателя к нагрузке, а также конкретные зависимости моментных характеристик ветродвигателя и нагрузки от соответствующих угловых скоростей и скорости ветра.
7. Получены достаточные условия асимптотической устойчивости в целом номинального режима работы ВЭУ при расчетной скорости ветра и при отклонениях скорости ветра от расчетного значения в заданных пределах. Построены области устойчивости в пространстве некоторых параметров и сделан анализ их влияния на устойчивость установки.

Основное содержание диссертации отражено в следующих публикациях:

1. Байрамов Ф.Д., Галимов Н.С., Марданшин Р.Г. Автоматическое торможение ротора ветроэнергоустановки при предельной (ураганной) скорости ветра. // Проектирование и исследование технических систем: Межвузовский научный сборник. - Набережные Челны: КамПИ, Выпуск №2, 2002. - С.112-115.
2. Байрамов Ф.Д., Галимов Н.С., Марданшин Р.Г. Об устойчивости и оптимальном управлении в системах с распределенными параметрами. // Авто-

четной скорости ветра в виде

$$\frac{b_1 c_2}{2\sqrt{a_1}} > b_0, \qquad \frac{b_1 c_2 - \sqrt{f}}{2 b_0 a_1} < c_1 < \frac{b_1 c_2 + \sqrt{f}}{2 b_0 a_1},$$

где $f = \sqrt{b_1^2 c_2^2 - 4 b_0^2 a_1}$, $a_1 = \dfrac{GI}{J \cdot l \cdot g}$, $b_0 = \dfrac{1}{J_b}\left(\dfrac{\partial M_b}{\partial w_1}\right)_н \sqrt{\dfrac{l}{g}}$,

$$b_1 = \frac{M_н}{J_b w_1}\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad c_1 = \frac{\sqrt{gl}}{GI}\left(\frac{\partial M_c}{\partial w_5}\right)_н, \quad c_2 = \frac{w_н GI}{M_н \sqrt{gl}},$$

J_b - момент инерции ротора ВД; J, GI, l - постоянный погонный момент инерции, жесткость на кручение и длина вала 3 соответственно; g - ускорение свободного падения; w_1 и w_5 - угловые скорости валов 1 и 5 соответственно. Частные производные $\left(\dfrac{\partial M_b}{\partial w_1}\right)_н$, $\left(\dfrac{\partial M_c}{\partial w_5}\right)_н$ вычисляются по формулам, которые приводятся в диссертации, или путем графического дифференцирования экспериментальных моментных характеристик.

Построены области устойчивости в пространстве некоторых параметров и сделан анализ их влияния на устойчивость ВЭУ.

Получены также условия асимптотической устойчивости в целом номинального режима работы ВЭУ при отклонениях скорости ветра от расчетного значения в заданных пределах, которые здесь рассматриваются как постоянно действующие возмущения.

Основные результаты работы

1. При исследовании асимптотической устойчивости в целом и абсолютной устойчивости систем с распределенными параметрами методом функций Ляпунова исходные уравнения в частных производных высокого порядка сначала преобразовываются в систему уравнений в частных производных первого порядка по всем переменным, состоящую из эволюционных уравнений и уравнений связей, не содержащих производных по времени. Переход к уравнениям первого порядка позволяют конструктивно (по конкретным уравнениям) строить функции Ляпунова в виде однократных интегральных квадратичных форм; проверять условия устойчивости в целом и абсолютной устойчивости; разработать универсальную (единую) методику исследования устойчивости для систем с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных любого порядка.

2. Сформулированы и доказаны теоремы об асимптотической устойчивости в целом, асимптотической устойчивости в целом при ПДВ систем с распределенными параметрами. На их основе получены конкретные условия устойчивости линейных нестационарных распределенных систем, описываемых уравнениями в частных производных первого порядка, как при отсут-

ческую устойчивость в целом или асимптотическую устойчивость в целом при ПДВ замкнутой системы.

5. Математическое моделирование ВЭУ с вертикальной осью вращения и системой передачи механической энергии к нагрузке.

6. Исследование асимптотической устойчивости в целом номинального режима работы ВЭУ при расчетной скорости ветра и при изменениях скорости ветра от расчетного значения в заданных пределах.

Методы исследований. Используются методы функций Ляпунова, теории дифференциальных уравнений в частных производных, функционального анализа, вариационного исчисления, динамического программирования, теорий матриц, управления, устойчивости и теоретической механики.

Достоверность полученных результатов подтверждается корректным применением математического аппарата, согласованностью новых результатов с известными теоретическими положениями и результатами экспериментальных исследований.

Научная новизна заключается в следующем:

1. Разработаны методы исследования асимптотической устойчивости в целом, в том числе при ПДВ и абсолютной устойчивости систем с распределенными параметрами и гибридных систем. В отличие от других работ по устойчивости в целом и абсолютной устойчивости распределенных систем исходные уравнения в частных производных высокого порядка представлены в виде универсальной системы уравнений в частных производных первого порядка по всем переменным, состоящей из эволюционных уравнений и уравнений связей, не содержащих производных по времени.

2. Разработаны методы синтеза управлений, в том числе оптимальных, по принципу обратной связи в линейных нестационарных одномерных распределенных и гибридных системах, обеспечивающих асимптотическую устойчивость в целом и асимптотическую устойчивость в целом при ПДВ замкнутой системы. Оптимальные управления построены из условия минимума интегрального по времени критерия качества и нормы самого управления в каждый момент времени.

3. Разработана математическая модель ВЭУ с вертикальной осью вращения и системой подачи механической энергии к нагрузке в виде системы уравнений в частных и обыкновенных производных. В отличие от известных результатов, учитываются распределенный характер вала, передающего механическую энергию от ветродвигателя к нагрузке, а также конкретные зависимости моментных характеристик ветродвигателя и нагрузки от соответствующих угловых скоростей и скорости ветра.

4. Получены достаточные условия асимптотической устойчивости в целом номинального режима работы ВЭУ при расчетной скорости ветра и при отклонениях скорости ветра от расчетного значения в заданных пределах.

Практическая ценность работы. Разработанные методы исследования устойчивости позволяют конструктивно строить функции Ляпунова, проверять условия устойчивости и значительно расширяют возможности практического использования метода функций Ляпунова для исследования устойчивости в целом и абсолютной устойчивости инженерных объектов с распределенными параметрами.

Синтезированные управления достаточно просто и точно реализуются в виде сосредоточенных управлений, приложенных к границам распределенных звеньев и (или) к конечномерным звеньям, требующих измерения состояния системы только в отдельных точках, что имеет большое прикладное значение.

С использованием разработанных методов получены достаточные условия асимптотической устойчивости в целом ВЭУ с вертикальной осью вращения и абсолютной устойчивости процесса нагрева тонкого материала в проходной печи.

Так как методы исследования устойчивости разработаны для достаточно широкого класса распределенных и гибридных систем, то они могут быть использованы на различных предприятиях машиностроения, автомобилестроения, авиастроения и др., а результаты по математическому моделированию и исследования устойчивости ВЭУ с вертикальной осью вращения – при проектировании различных ВЭУ такого типа.

Реализация результатов. Результаты работы использованы в ОАО «КАМАЗ», ОАО «ЗАИНСКНЕФТЬ», в Камском государственном политехническом институте (КамГПИ) при проектировании и изготовлении опытных образцов ВЭУ с вертикальной осью вращения нового типа – с сопловой системой воздухозаборника и эжекторами на концах ротора, один из которых экспонировался на III Международной специализированной выставке «Энергетика – ресурсосбережение» в г. Казани 4 – 7 декабря 2001 г. и был награжден дипломом выставки, а также в учебном процессе в КамГПИ.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на Международной научно-технической конференции «Автоматизация и информационные технологии» (Наб. Челны, 2002), на научно-технической конференции «Наука и практика. Диалоги нового века» (Наб. Челны, 2003), на Итоговой научно-практической конференции Института экономики, управления и права (Наб. Челны, 2002), на XXXII Уральском научном семинаре «Механика и процессы управления» (Уральское отд. РАН, Екатеринбург – Миасс, 2003), а также на научных семинарах кафедры теоретической механики и сопротивления материалов КамГПИ.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 15 научных работ, в том числе 12 статьи, 3 тезиса докладов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 100 наименований и 10 рисунков. Полный объем диссертации составляет 130 страниц.

Содержание работы.

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и основные задачи исследований, освящены научная новизна и практическая цен-

точное высокое значение коэффициента использования энергии ветра; отсутствие системы ориентации на ветер; упрощенный механизм передачи механической энергии; возможность применения в конструкции недорогих, легких композиционных материалов. Установка безопасна, бесшумна, не оказывает негативного влияния на окружающую среду и может быть размещена в непосредственной близости населенных пунктов и зданий.

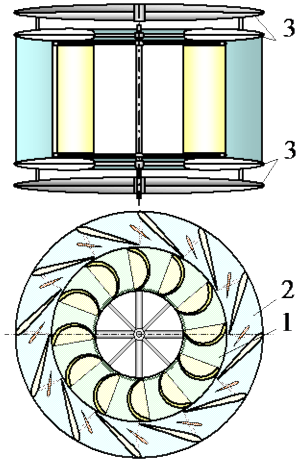

Рис.1. Схема одного модуля ВЭУ

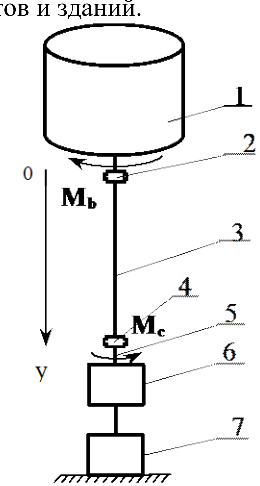

Рис. 2. Принципиальная схема ВЭУ

Принципиальная схема ВЭУ с системой передачи механической энергии к нагрузке приведена на Рис.2. Она состоит из самого ветродвигателя 1, привода и нагрузки 7. Привод в свою очередь включает передаточный вал 3, соединительные муфты 2 и 4, редуктор 6. В качестве нагрузки могут выступать электро- или теплогенератор, насос, компрессор и т.д. Вал 3 может иметь значительную длину и считается за упругой балкой с постоянным поперечным сечением. M_b - крутящий момент, создаваемый ветродвигателем, M_c - момент сопротивления нагрузки и редуктора, приведенный к выходному валу 5 редуктора.

Используя обобщенный принцип Гамильтона – Остроградского, получены уравнения динамики ВЭУ в виде системы уравнений в обыкновенных и частных производных первого порядка, рассмотренной во второй главе. Все уравнения записаны в безразмерной форме в относительных отклонениях от номинального режима работы ВЭУ. Под номинальным режимом понимается работа ВЭУ, когда $M_b = M_c = M_н = const$, и угловые скорости вращения ротора ветродвигателя, валов 3 и 5 постоянны и равны $w_н = const$, а вал 3 имеет постоянную по длине деформацию кручения.

С использованием результатов второй главы получены условия асимптотической устойчивости в целом номинального режима работы ВЭУ при рас-

$$\frac{dV}{dt} \le W_1 = -\left[\int_0^l \varphi^T \Omega_1(x,t)\varphi dx + \varphi^T(0,t)\Omega_2(t)\varphi(0,t) + \right.$$
$$\left. + \varphi^T(1,t)\Omega_3(t)\varphi(1,t)\right]$$

где dV/dt - производная формы (7) в силу системы (18), а матрицы F, Ω_1, Ω_2, Ω_3 удовлетворяют вышеприведенным условиям 3.1) – 3.3).

Для решения задачи 3.3б сначала методом множителей Лагранжа строится управление u^0, обеспечивающее выполнение равенства $\frac{dV}{dt} = W_1$ с наименьшим значением $\|u\|^2_{L_2}$. Это управление получено в виде

$$u_x^0 = -\lambda G_x^T F\varphi(x,t),\ u_1^0 = -\lambda(E + \lambda Q_1)^{-1} Q_5 \varphi(0,t),$$
$$u_2^0 = -\lambda(E + \lambda Q_2)^{-1} Q_6 \varphi(l,t),\ \lambda = const > 0,$$

и, как показано в диссертации, минимизирует величину $\|u\|^2_{L_2}$ и на множестве U.

Управление $u^0 = \left(u_x^0, u_1^0, u_2^0\right)^T$ разрешает задачу 3.3б, если выполняются условия 3.1) – 3.3) при замене в них

$$N_0 = -\lambda G_x^T F,\ N_1 = -\lambda(E + \lambda Q_1)^{-1} Q_5,\ N_2 = -\lambda(E + \lambda Q_2)^{-1} Q_6.$$

В диссертации эти три задачи решаются и для гибридных систем. Получены также условия, при выполнении которых построенные управления обеспечивают асимптотическую устойчивость в целом как распределенной, так и гибридной систем с учетом ПДВ.

Четвертая глава посвящена вопросам математического моделирования и исследования устойчивости в целом ВЭУ с вертикальной осью вращения.

Даны анализ состояния развития ветроэнергетики и общие сведения о ветроприемных устройствах различных типов. К настоящему времени наибольшее применение нашли крыльчатые ВЭУ с горизонтальной осью вращения, параллельной скорости ветрового потока. Такие ВЭУ обладают более высоким коэффициентом использования энергии ветра, но имеют и существенные недостатки: дороговизна изготовления лопастей; высокие опорные башни, составляющие около 40% всего веса ВЭУ; сложные и дорогие системы управления, ориентации на ветер, съема энергии; шумность и негативные влияние на окружающую среду. Поэтому в последнее время все большее внимание уделяется разработкам ВЭУ с вертикальной осью вращения. Один из вариантов такой ВЭУ модульного типа с сопловой системой воздухозаборника разработан в КамГПИ с участием автора. Один модуль ВЭУ представляет собой (Рис. 1.) ротор 1 с изогнутыми лопастями, который вращается внутри воздухозаборника 2. поступивший вовнутрь ротора воздух выходит наружу через верхний и нижний эжекторы 3, увеличивая эффективность ВЭУ. Предлагаемая ВЭУ имеет ряд весомых преимуществ по сравнению с известными: доста-

ность полученных результатов, дана краткая аннотация содержания работы.

В первой главе на базе функций Ляпунова исследуются вопросы асимптотической устойчивости в целом, устойчивости в целом при ПДВ, а также абсолютной устойчивости систем с распределенными параметрами, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных.

Рассмотрим возмущенные процессы, описываемые однородным уравнением

$$\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t} = L_1\varphi(x,t),\ x \in X \subset E_m,\ t \in I = [t_0, \infty) \quad (1)$$

с однородным граничным условием

$$L_2\varphi(x,t) = 0,\ \ x \in \partial X, \quad (2)$$

где $\varphi = \varphi(x,t)$ - n-мерная вектор-функция состояния процесса, X – ограниченная область евклидова пространства E_m, ∂X - кусочно гладкая граница этой области, L_1 и L_2 - матрицы дифференциальных операторов.

Введем меру $\rho[\varphi]$ отклонения возмущенного процесса от невозмущенного $\varphi = 0$.

Определение 1. Невозмущенный процесс $\varphi = 0$ называется асимптотически устойчивым в целом по мере $\rho[\varphi]$, если он устойчив в малом по этой мере и все возмущенные процессы с начальным распределением $\rho[\varphi(x,t_0)] < H_0$, где H_0 - любое сколь угодно большое положительное число, остаются ограниченными и $\lim\rho = 0$ при $t \to \infty$.

Теорема 1. Невозмущенный процесс $\varphi \equiv 0$ асимптотически устойчив в целом по мере ρ, если в сколь угодно большой окрестности невозмущенного процесса существует равномерно непрерывный при $\rho = 0$ и определенно положительный по мере ρ функционал $V[\varphi,t]$, производная которого dV/dt в силу уравнений возмущенных процессов определенно отрицательна по этой мере и равномерно по $t \in I = [t_0, \infty)$ выполняются условия

$$\lim V[\varphi,t] = \infty \text{ при } \rho \to \infty,\ \lim\rho[\varphi] = \infty \text{ при } V \to \infty. \quad (3)$$

На основании этой теоремы получены конкретные условия устойчивости по мере $\rho = \int_X \varphi^T\varphi dx$ для процессов, описываемых следующей системой уравнений в частных производных первого порядка:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \sum_{k=1}^m \left(A_k \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} + B_k \frac{\partial\psi}{\partial x_k}\right) + A_0\varphi + B_0\psi, \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^m \left(C_k \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} + Д_k \frac{\partial\psi}{\partial x_k}\right) + C_0\varphi + Д_0\psi = 0, \quad (5)$$

где $\varphi=\varphi(x,t)$ - n-мерный вектор фазовых функций; $\psi=\psi(x,t)$ - l-мерный вектор фазовых функций, производная по времени которого в систему (4), (5) не входит; $A_i(x,t)$, $B_i(x,t)$, $C_i(x,t)$, $Д_i(x,t)$ ($i=\overline{0,m}$) – матрицы, элементы которых ограниченные измеримые функции.

В некоторой части ∂X_0 границы ∂X заданы граничные условия

$$\Gamma_1\varphi(x,t)+\Gamma_2\psi(x,t)=0\,,\ x\in\partial X_0\,. \qquad (6)$$

Здесь $\Gamma_i=\Gamma_i(x,t)$, ($i=1,2$) – матрицы с непрерывными ограниченными элементами.

При исследовании устойчивости системы (4) – (6) используется функция Ляпунова в виде интегральной квадратичной формы

$$V=\int_X \varphi^T(x,t)F(x,t)\varphi(x,t)dx\,, \qquad (7)$$

где $F(x,t)$ - симметричная матрица.

Производная dV/dt в силу (4) – (6) после некоторых преобразований приводится к виду

$$\frac{dV}{dt}=-\int_X \varphi^T\left(N-\frac{\partial F}{\partial t}\right)\varphi dx\,, \qquad (8)$$

где

$$N=\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\left(FA_k+P_1C_k\right)}{\partial x_k}-\left(FA_0+P_1C_0\right)-\left(FA_0+P_1C_0\right)^T\,, \qquad (9)$$

Согласно теореме 1 условия асимптотической устойчивости в целом системы (4) – (6) запишутся в виде: 1.1) матрица $F(x,t)$ ограничена и определенно положительна почти всюду на X и при любом $t\in I$; 1.2) матрица $N(x,t)-\dfrac{\partial F(x,t)}{\partial t}$ определенно положительна почти всюду на X и при любом $t\in I$.

Наряду с (1), (2) рассмотрим уравнения

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t}=L_1\varphi(x,t)+\alpha(x,t),\quad x\in X,\\ &L_2\varphi(x,t)=\beta(x,t),\quad x\in\partial X,\end{aligned} \qquad (10)$$

где $\alpha(x,t)$ и $\beta(x,t)$ - функции, описывающие ПДВ, распределенные соответственно по области X и по поверхности.

Пусть заданы область возможных значений ПДВ $\pi_в=\{\alpha,\beta|\rho_\alpha\le H_\alpha,\rho_\beta\le H_\beta\}$ и некоторая окрестность невозмущенного процесса $\pi=\{\varphi(x,t)|\rho\le H\}$, где ρ_α, ρ_β - меры для измерения ПДВ, H_α,H_β,H - заданные положительные числа.

Определение 2. Невозмущенный процесс $\varphi\equiv 0$ называется асимптотиче-

ничная матрица.

Согласно теореме 1 любые управления (19) решают задачу 3.1, если при любом $t\in I$: 3.1) матрица $F(x,t)$ ограничена и определенно положительна почти всюду на X; 3.2) матрица $\Omega_1(x,t)$ определенно положительна почти всюду на X; 3.3) матрицы $\Omega_2(t)$, $\Omega_3(t)$ неотрицательны.

Очевидно, что если задача 3.1 имеет решение, то оно не будет единственным, поэтому может быть поставлена задача синтеза управлений, решающих задачу 3.1 и оптимальных в том или ином смысле. В диссертации решаются две такие задачи.

Задача 3.2. Найти оптимальное управление $u_0=\left(u_{x0},u_{10},u_{20}\right)^T$, разрешающее задачу 3.1 и минимизирующее критерий качества

$$J(u)=\int_{t_0}^{\infty}\left[\int_0^l\left(\varphi^T w_1\varphi+u_x^T w_2 u_x\right)dx+u_1^T w_3 u_1+u_2^T w_4 u_2\right]dt\,,$$

где $w_1=w_1(x,t)$, $w_2=w_2(x,t)$, $w_3=w_3(t)$, $w_4=w_4(t)$ - симметричные матрицы: $w_1\ge 0$, $w_2>0$, $w_3\ge 0$, $w_4\ge 0$.

Оптимальное управление, минимизирующее критерий $J(u)$, получено методом динамического программирования в виде

$$u_{x0}=-w_2^{-1}G_x^T F\varphi(x,t),\qquad u_{10}=-\left(w_3+Q_1\right)^{-1}Q_5\varphi(0,t),$$
$$u_{20}=-\left(w_4+Q_2\right)^{-1}Q_6\varphi(l,t).$$

Эти управления решают задачу 3.2, если выполняются вышеприведенные условия 3.1) – 3.3) при замене в них $N_0=-w_2^{-1}G_x^T F$, $N_1=-\left(w_3+Q_1\right)^{-1}Q_5$, $N_2=-\left(w_4+Q_2\right)^{-1}Q_6$.

В ряде случаев целесообразно строить оптимальное управление из условия минимума самого управления в каждый момент времени. В связи с этим решается следующая задача.

Задача 3.3. а) выделить множество U управлений $u=\left(u_x,u_1,u_2\right)^T$, обеспечивающих асимптотическую устойчивость системы (18) в целом по мере ρ; б) на множестве U найти оптимальное управление $u^0=\left(u_x^0,u_1^0,u_2^0\right)^T$ с наименьшим значением величины $\|u\|_{L_2}^2=\int_0^l u_x^T u dx+\sum_{i=1}^{2}u_i^T u_i$ в каждый момент времени $t\in I$.

Множество U определяется как множество управлений $u=\left(u_x,u_1,u_2\right)^T$, обеспечивающих выполнение неравенства

$$V=\int_0^l \varphi^T(x,t)F(x)\varphi(x,t)dx+z^T(t)Qz(t) \text{ и } V_\xi=V+\gamma\int_0^u \xi(u)du .$$

В третьей главе также методом функций Ляпунова решаются задачи синтеза управлений, в том числе оптимальных, по принципу обратной связи в линейных одномерных распределенных и гибридных системах, обеспечивающих асимптотическую устойчивость в целом замкнутой системы.

Рассмотрим управляемую систему вида (4) - (6) в одномерной области:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\varphi}{\partial t}=A_0\frac{\partial\varphi}{\partial x}+A_1\frac{\partial\psi}{\partial x}+A_2\varphi+A_3\psi+G_x u_x ,\\
&A_4\frac{\partial\varphi}{\partial x}+A_5\frac{\partial\psi}{\partial x}+A_6\varphi+A_7\psi=0 ,\\
&x\in X=[0,l],\ t\in I=[t_0,\infty), \qquad\qquad (18)\\
&\Gamma_1\varphi(0,t)+\Gamma_2\psi(0,t)+G_1u_1=0 ,\ t\in I ,\\
&\Gamma_3\varphi(l,t)+\Gamma_4\psi(l,t)+G_2u_2=0 ,\ t\in I ,
\end{aligned}$$

где $G_x=G_x(x,t)$; $G_1=G_1(t)$; $u_x=u_x(x,t)$ - вектор распределенного управления; $u_1=u_1(t)$, $u_2=u_2(t)$ - векторы граничных управлений. Остальные величины такие же, что и в уравнениях (4) – (6).

Задача 3.1. Требуется найти управление $u=(u_x,u_1,u_2)^T$, обеспечивающее асимптотическую устойчивость в целом системы (18) по мере $\rho[\varphi]$.

Для решения задачи используем функционал (7). Управления будем искать из класса

$$u_x=N_0(x,t)\varphi(x,t),\ u_1=N_1(t)\varphi(0,t),\ u_2=N_2(t)\varphi(l,t), \qquad (19)$$

где N_0, N_1, N_2 - непрерывные, ограниченные матрицы.

Производная dV/dt в силу системы (18), (19) после некоторых преобразований, аналогичных при вычислении (13) примет вид

$$\frac{dV}{dt}=-\left[\int_0^l \varphi^T\Omega_1(x,t)\varphi dx+\varphi^T(0,t)\Omega_2(t)\varphi(0,t)+\varphi^T(l,t)\Omega_3(t)\varphi(l,t)\right],$$

где $\Omega_1(x,t)=N-\dfrac{\partial F}{\partial t}-2FG_xN_0$, $\quad\Omega_2(t)=-N_1^T(Q_1N_1+2Q_5)-Q_3$,

$\Omega_3(t)=-N_2^T(Q_2N_2+2Q_6)-Q_4$

$$Q_1=-G_1^TM(0,t)G_1 , \qquad Q_2=G_2^TM(l,t)G_2 ,$$

$$Q_3=-(E+\Gamma_1)^TM(0,t)(E+\Gamma_1),\ Q_4=-(E+\Gamma_3)^TM(l,t)(E+\Gamma_3),$$

$$Q_5=-G_1^TM(0,t)(E+\Gamma_1), \qquad Q_6=G_2^TM(l,t)(E+\Gamma_3).$$

$N(x,t)=\dfrac{\partial M(x,t)}{\partial x}-FA_2-A_2^TF-P_1A_6-A_6^TP_1^T$, $\quad M(x,t)=FA_0+P_1A_4$, E - еди-

ски устойчивым в целом по мере ρ при ПДВ, если он асимптотически устойчив в целом по этой мере без учета ПДВ и все возмущенные процессы с начальным распределением $\rho[\varphi(x,t_0)]\le H_0$, где H_0 - любое сколь угодно большое положительное число, при произвольных α и β, из области $\pi_в$, удовлетворяют условию $\lim\rho=\rho_\infty\le H$ при $t\to\infty$.

Устойчивость по определению 2 означает, что все решения системы (10) со сколь угодно большими начальными данными при $t\to\infty$ попадают в область π.

Обозначим $h=\inf\{V[\varphi,t]\,|\,\rho=H,t\in I\}$.

Теорема 2. Невозмущенный процесс $\varphi\equiv 0$ асимптотически устойчив в целом по мере $\rho[\varphi]$ при ПДВ, если в сколь угодно большой окрестности невозмущенного процесса существует равномерно непрерывный при $\rho=0$ и определенно положительный по мере ρ функционал $V[\varphi,t]$, производная которого в силу уравнений (1), (2), т.е. без учета ПДВ определенно отрицательна по этой мере, а в силу уравнений (10) производная dV/dt строго отрицательна, т.е. удовлетворяет условию $dV/dt<-\eta$ ($\eta-const>0$) в области $\{\varphi,t\,|\,V[\varphi,t]>h,t\in I\}$ при любых α и β из области $\pi_в$, и равномерно по $t\in I$ выполняются условия (3).

На основании этой теоремы получены достаточные условия асимптотической устойчивости в целом для системы (4) – (6) с учетом ПДВ, распределенных по области X и некоторой части ∂X_1 ее границы ∂X.

Далее в диссертации рассматривается проблема абсолютной устойчивости для системы

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\sum_{k=1}^m\left(A_k\frac{\partial\varphi}{\partial x_k}+B_k\frac{\partial\psi}{\partial x_k}\right)+A_0\varphi+B_0\psi+q\xi(u),\\
&\sum_{k=1}^m\left(C_k\frac{\partial\varphi}{\partial x_k}+Д_k\frac{\partial\psi}{\partial x_k}\right)+C_0\varphi+Д_0\psi=0, \qquad\qquad (11)\\
&u=c^T\varphi(x,t),\ \ x\in X\subset E_m,\ \ t\in I=[0,\infty),\\
&\Gamma_1\varphi(x,t)+\Gamma_2\psi(x,t)=0 ,\ x\in\partial X_0
\end{aligned}$$

Здесь $A_k,B_k,C_k,Д_k$ $(k=\overline{0,m})$, Γ_i $(i=1,2)$ - такие же матрицы, что и в (4) - (6), но не зависящие от времени; q,c - постоянные матрицы размерности $n\times 1$; $\xi(u)$ - произвольная скалярная нелинейная однозначная непрерывная функция, удовлетворяющая условиям

$$\xi(0)=0 ,\ 0\le\frac{\xi(u)}{u}\le k ,\ 0<k=const<\infty \qquad (12)$$

Определение 3. Система (11) - (12) называется абсолютно устойчивой по мере ρ, если ее нулевое решение $\varphi = \psi \equiv 0$ асимптотически устойчиво в целом по этой мере при любой функции $\xi(u)$, удовлетворяющей условиям (10).

При исследовании абсолютной устойчивости системы (11), (12) имеются два различных способа построения функции Ляпунова. Сначала функцию Ляпунова возьмем в виде обычной интегральной формы (7), в которой матрица $F(x)$ считается независящей от времени. Повторяя преобразования, проведенные при вычислении (8), для производной dV/dt в силу системы (11) получим

$$\frac{dV}{dt} = -\int_X \left[\varphi^T N(x)\varphi - 2\varphi^T F(x) q \xi(u)\right] dx\,, \qquad (13)$$

где матрица $N(x)$ дается выражением (9).

Производная (13) будет определенно отрицательной по мере ρ при условии (12), если имеет место неравенство

$$\varphi^T N(x)\varphi - 2\varphi^T F(x) q \xi(u) > 0\,,\ \ x \in X \qquad (14)$$

при условии (12).

Следуя подходу, принятому при исследовании абсолютной устойчивости конечномерных систем, неравенство (14) с условием (12) заменим неравенством

$$\varphi^T N(x)\varphi - 2\varphi^T F(x) q \xi - \left(u - \frac{\xi}{k}\right)\xi > 0\,,\ \ x \in X\,, \qquad (15)$$

которое с учетом того, что $u = c^T \varphi$ представим так

$$\varphi^T N(x)\varphi - 2\varphi^T \left(F(x) q + \frac{c}{2}\right)\xi + \frac{\xi^2}{k} > 0\,,\ \ x \in X \qquad (16)$$

Правомерность такой замены следует из того, что выражение $\left(u - \frac{\xi}{k}\right)\xi$ неотрицательно для любой функции $\xi = \xi(u)$ из угла $[0,k]$, поэтому при выполнении условия (15) будет выполняться и неравенство (14). Но, если в неравенстве (14) переменные φ и ξ в силу условия (12) не являются независимыми, то левая часть неравенства (16) уже представляет форму $n+1$ независимых переменных φ_i, ξ.

Итак, пусть матрица $F(x)$ и матрица

$$\begin{bmatrix} N & -Fq - \frac{c}{2} \\ -q^T F - \frac{c}{2} & \frac{1}{k} \end{bmatrix}$$

определенно положительной почти всюду на X. Тогда выполняются все условия теоремы 1, следовательно, система (11), (12) является абсолютно устойчивой.

Во втором варианте, следуя Лурье-Постникову, в качестве функции Ляпунова берется интегральная квадратичная форма с добавлением интеграла от нелинейности:

$$V_\xi = \int_X \left[\varphi^T F(x)\varphi + \gamma \int_0^u \xi(u) du\right] dx\,, \qquad (17)$$

где $\gamma = const \geq 0$.

Аналогично предыдущему случаю получены условия абсолютной устойчивости системы (11), (12). Однако, при использовании функционала (17) на коэффициенты системы (11) накладываются некоторые дополнительные ограничения, которые указаны в диссертации.

В качестве примера решается задача об абсолютной устойчивости процесса прогрева материала в проходной нагревательной печи. Получены условия устойчивости с использованием функционалов видов (7) и (17) и по ним построены области устойчивости. Во втором варианте область устойчивости получилась шире.

Во второй главе результаты первой главы распространяются на гибридные системы с распределенными и сосредоточенными параметрами, описываемые уравнениями в частных и обыкновенных производных первого порядка. С использованием результатов второй главы и известных результатов для конечномерных систем получены условия асимптотической устойчивости в целом без учета и с учетом ПДВ, а также абсолютной устойчивости таких систем.

Например, проблема абсолютной устойчивости рассматривается для стационарных систем вида

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \varphi}{\partial t} = A_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_2 \varphi + A_3 \psi, \\
&A_4 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_5 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_6 \varphi + A_7 \psi = 0, \quad x \in X = [0, l], \\
&\Gamma_1 \varphi(l,t) = \Gamma_2 z, \quad \Gamma_3 \varphi(0,t) = \Gamma_4 z, \\
&\frac{dz}{dt} = B_0 + B_1 \varphi(l,t) + B_2 \varphi(0,t) + q\xi(u), \\
&u = c^T z, \quad t \in I = [0, \infty),
\end{aligned}$$

где $\varphi = \varphi(x,t)$, $\psi = \psi(x,t)$ и $z = z(t)$ - векторы фазовых функций распределенных и конечномерных звеньев соответственно; $A_i = A_i(x,t)$ $\left(i = \overline{0,7}\right)$, Γ_i, $\left(i = \overline{1,4}\right)$, B_i, $\left(i = \overline{0,2}\right)$, q, c - постоянные матрицы; $\xi(u)$ - произвольная скалярная нелинейная функция, удовлетворяющая условиям (12).

Условия абсолютной устойчивости получены с использованием функций Ляпунова двух видов: