

«КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра математики и экономической информатики

Учебно-методическое пособие

по дисциплине

**«Теория вероятностей и
математическая статистика»**

для организации индивидуальной

работы студентов, обучающихся

по направлению 080100.62 «Экономика»

Казань 2012

Составители:

зав. кафедрой, профессор **Марданов Р.Ш.**,

к.ф.-м.н., доцент **Хасанова А.Ю.**,

к.ф.-м.н., доцент **Фатыхов А.Г.**,

к.ф.-м.н., ст. преп. **Опокина Н.А.**

Рецензент:

к.ф.-м.н., доцент **Султанов Р.А.**

Обсуждена на заседании кафедры, протокол № 10 от 2.06.2011 г.

Утверждена Учебно-методической комиссией института, протокол
№ 2 от 16.04. 2012 г.

Введение

При изучении математики требуются не только учебники и справочники по соответствующим разделам математики, но и учебно-методические пособия и методические разработки, включающие упражнения и задания для закрепления знаний, полученных на лекционных и практических занятиях и при самостоятельном изучении.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с программой курса «Теория вероятностей и математическая статистика» и календарно-тематическим планом для изучения математики студентами 1-го курса, обучающимися по направлению «Экономика». По учебному плану во 2-м семестре предусмотрено 9 индивидуальных занятий по 8 темам.

По каждой теме приводятся 30 вариантов заданий. В рамках индивидуальных занятий студенты должны выполнить по одному варианту задания соответствующей темы. Варианты студентам распределяет преподаватель. На выполнение одного варианта индивидуальных заданий по каждой теме отводится 2 часа. Контроль знаний осуществляется путем проверки письменной работы и оценки по балльно-рейтинговой системе.

В конце учебно-методического пособия приводятся приложения, которые необходимы для выполнения индивидуальных работ по темам «Повторные независимые испытания», «Основные законы распределения случайной величины», «Выборочный метод», «Статистическая проверка гипотез», «Корреляционный анализ».

Тема: Основные понятия и теоремы теории вероятностей. (1 задание)

Вариант 1

1. Из колоды в 36 карт извлекаются 6 карт. Какова вероятность того, что:
 - а) они все пиковой масти;
 - б) из них ровно 4 карты пиковой масти?
2. В коллективе 15 человек. Составляется график дежурств. В первый день необходимо 4 человека, во второй – 2, в третий – 5 человек. Сколько существует вариантов составления графика?
3. В фонотеке 10 дисков.
 - а) Сколько существует способов их размещения;
 - б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны находиться рядом?
4. На автобусном маршруте 15 остановок, включая начальную и конечную. На начальной остановке садятся 7 пассажиров. Найти вероятность того, что:
 - а) все пассажиры выйдут на 5 - ой остановке;
 - б) все пассажиры выйдут вместе;
 - в) все пассажиры выйдут на разных остановках;
 - г) никто не выйдет на 6 остановке.
5. Из колоды в 52 карты извлекаются 5 карт. Найти вероятность того, что:
 - а) все карты одного цвета;
 - б) все карты одной масти.
6. В урне 5 белых шаров и 8 красных. Один за другим вынимаются два шара. Найти вероятность того, что вторым по счету будет извлечен красный шар.

Вариант 2

1. В корзине 15 одинаковых по форме яблок. Из них 10 сладких. Наугад извлекаются 6 яблок. Какова вероятность того, что

- а) все извлеченные яблоки сладкие;
- б) среди извлеченных яблок ровно 4 сладких?

2. В спортивной секции занимаются 8 девушек и 7 юношей. Необходимо выставить команду из 4 девушек и 3 юношей. Найти число способов формирования команды.

3. На полке 9 книг.

- а) сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные три книги должны находиться рядом?

4. В доме 7 этажей. В лифт входят 4 пассажира. Найти вероятность того, что:

- а) все пассажиры выйдут на 6 этаже,
- б) все пассажиры выйдут вместе;
- в) все пассажиры выйдут на разных этажах;
- г) никто не выйдет на 5 этаже.

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях вес карты одного цвета;
- б) в одной половине 2 туза;
- в) в одной половине 4 дамы.

6. На складе готовой продукции 60% изделий, изготовленных на станках 1-го типа, а остальные изготовлены на станках 2-го типа. Известно, что среди изделий, изготовленных на станках 1-го типа, брак составляет 5%, а на станках 2-го типа – 7%. Наугад извлекается одно изделие. Найти вероятность того, что это изделие – стандартное.

Вариант 3

1. В урне 13 белых и 10 черных шаров. Наугад извлекаются 8 шаров. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные шары – белые;
- б) среди извлеченных ровно 3 белых шара.

2. В роте 4 офицера, 7 сержантов и 75 рядовых. Найти число вариантов выбора разведывательного дозора, состоящего из 2 офицеров, 4 сержантов и 20 рядовых.

3. В видеотеке 9 дисков DVD.

- а) сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 диска должны стоять вместе?

4. В электричке 9 вагонов. 5 туристов договорились встретиться в электричке. Какова вероятность того, что:

- а) все сядут в последний вагон;
- б) все сядут в один вагон;
- в) все сядут в разные вагоны;
- г) никто не сядет в третий вагон?

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 5 карт. Какова вероятность того, то среди извлеченных карт:

- а) окажутся 2 короля;
- б) окажутся 3 туза;
- в) не будет дам?

6. В футбольной команде два лучших пенальтиста. Вероятность забить гол с пенальти для одного из них равна 0,9, а для другого – 0,85. Судья назначил пенальти. Найти вероятность того, что гол будет забит.

Вариант 4

1. В лотерейном барабане 30 билетов. Из них 10 с выигрышем. Наугад извлекаются 8 билетов. Найти вероятность того, что:

- а) они все выигрышные;
- б) среди них ровно 3 выигрышных.

2. В городе 7 архитектурных памятников, 8 крупных магазинов и 5 площадок обзора. Сколько можно составить туристических маршрутов по городу с посещением 4 архитектурных памятников, 3 магазинов и 2 площадок обзора?

3. В фонотеке 11 дисков.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 диска должны находиться рядом?

4. В спортлагере 5 корпусов. 4 студента из одной группы получили путевки в спортлагерь. Найти вероятность того, что:

- а) всех поселят в корпусе № 2;
- б) всех поселят в одном корпусе;
- в) все будут поселены в разных корпусах;
- г) никто не будет поселен в корпусе № 3.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 6 карт. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные карты одного цвета;
- б) все извлеченные карты одной масти.

6. В группе 25 студентов, из них 15 девушек и 10 юношей. На занятии по математике преподаватель поочередно вызывает к доске двух студентов. Найти вероятность того, что вторым по счету будет вызван к доске юноша.

Вариант 5

1. В ящике 15 деталей, из них 9 стандартных. Для контроля берутся 6 деталей. Какова вероятность того, что

- а) все взятые детали стандартны;
- б) из них ровно 4 детали – стандартны?

2. В книжном магазине имеются книги в подарочном исполнении: 20 книг – проза, 10 – поэзия, 6 – альбомы. Формируется подарочный набор: проза – 5 книг, поэзия – 2 книги и 1 альбом. Найти число вариантов подарочных наборов.

3. На полке 10 книг.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 книги должны находиться рядом?

4. Случайным образом отобрали 4 студентов. Какова вероятность того, что:

а) у всех день рождения в июле,

б) у всех день рождения в одном месяце;

в) у всех дни рождения в разные месяцы;

г) из них никто не родился в феврале?

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

а) в обеих частях все карты одного цвета;

б) в одной половине 3 туза;

в) в одной половине 2 дамы.

6. Две фирмы изготавливают однотипную продукцию и реализуют ее через одну и ту же торговую точку. 70% продукции первой фирмы и 60% продукции второй фирмы – высшего сорта. Первая фирма поставила в эту торговую точку 18 единиц этой продукции, а вторая фирма поставила 12 единиц. Наугад выбирается одно изделие этого типа. Найти вероятность того, что это изделие – высшего сорта.

Вариант 6

1. В магазине 25 продавцов, из них 10 женщин. В утреннюю смену выходят 7 человек. Найти вероятность того, что среди них

а) все женщины;

б) среди них ровно три женщины.

2. В галантерейном отделе магазина 9 типов галстуков, 8 видов мужского парфюма, 12 типов носовых платков. Ко дню «Защитника Отечества» формируется подарочный набор из 2 галстуков, 3 видов парфюма и 5 видов платков. Найти число вариантов подарочных наборов.

3. В видеотеке 10 дисков DVD.

а) Сколько существует способов их размещения;
 б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны стоять вместе?

4. Имеются 8 лунок. 4 шарика случайным образом разбрасываются по лункам. Найти вероятность того, что:

- а) все шарики окажутся в 3-й лунке;
- б) все шарики попадут в одну лунку;
- в) все шарики будут в разных лунках;
- г) ни один шарик не попадет в 7-ю лунку.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 5 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

- а) окажутся 4 короля;
- б) окажется 1 туз;
- в) не будет дам?

6. В первой коробке 8 белых и 7 черных шаров, а во второй 6 белых и 9 черных шаров. Из первой коробки наугад извлекается один шар и перекладывается во вторую, после чего из второй коробки так же наугад берется один шар и перекладывается в первую коробку. Какова вероятность того, что после этого состав шаров в каждой коробке окажется прежним?

Вариант 7

1. На 20 карточках написано по одной букве русского алфавита. Из них гласных букв 8. Наудачу извлекают 5 карточек. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные буквы – гласные;

б) среди извлеченных ровно три гласных.

2. В военкомат прибыла группа из 30 призывников. В первую очередь необходимо отобрать 5 человек в танкисты, 6 человек в ВДВ и 2 человека на флот. Найти число вариантов отбора.

3. В фонотеке 12 дисков.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 диска должны находиться рядом?

4. В городке 8 школ. Случайным образом отбираются 6 школьников. Найти вероятность того, что:

а) все эти школьники учатся в 4-й школе;

б) все эти школьники учатся в одной школе;

в) ни один из них не обучается в 3-й школе;

г) все эти школьники учатся в разных школах.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 7 карт. Найти вероятность того, что:

а) все извлеченные карты одного цвета;

б) все извлеченные карты одной масти.

6. В среднем 80% телевизоров марки “Samsung”, 85% телевизоров марки “Sony” и 90% телевизоров марки “Toshiba” выдерживают гарантийный срок без поломки. В магазин завезли 12 телевизоров марки “Samsung”, 13 – марки “Sony” и 15 – марки “Toshiba”. Случайным образом выбирается один из телевизоров. Какова вероятность того, что этому телевизору не потребуется гарантийный ремонт?

Вариант 8

1. В ящике 16 деталей, из них 10 деталей окрашены. Сборщик наудачу извлекает 7 деталей. Найти вероятность того, что

а) все извлеченные детали окрашены;

б) среди извлеченных деталей окрашены ровно 4 детали.

2. На курсе 130 студентов. Поступили заявки на производственную практику: в Ульяновск – 10 человек, в Самару – 13, в Челябинск – 16 человек. Найти число вариантов распределения студентов на практику.

3. На полке 11 книг.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 книги должны находиться рядом?

4. В саду расцвели 9 яблонь. 5 пчелок залетели в сад. Найти вероятность того, что:

а) все пчелы сядут на 4-ю яблоню;

б) все пчелы сядут на одну яблоню;

в) ни одна пчела не сядет на 6-ю яблоню;

г) все пчелы сядут на разные яблони;

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

а) в обеих частях все карты одного цвета;

б) в одной половине 4 туза;

в) в одной половине 2 дамы.

6. За одно дежурство инспектор ГИБДД накладывает взыскания в среднем на 10% водителей легковых автомобилей, 15 % водителей грузовиков и 8% водителей других транспортных средств, проходящих мимо поста ГИБДД. Инспектор случайным образом останавливает одну машину. Найти вероятность того, что на ее водителя не будет наложено взыскание, если за одно дежурство мимо инспектора проходят в среднем 800 легковых автомобилей, 500 грузовиков и 300 других транспортных средств.

Вариант 9

1. В пенале 20 ручек, из них 8 гелиевых и 12 шариковых. Наугад извлекаются ручки. Какова вероятность того, что:

а) все извлеченные ручки – гелиевые;

б) среди извлеченных ручек гелиевых – ровно 4?

2. Рота из 100 человек успешно выполнила правительственное задание. Командование выделило следующие награды: 1 звание «Герой России», 4 ордена «Красная звезда», 7 медалей «За отвагу». Найти число вариантов награждения.

3. В библиотеке 11 дисков DVD.

а) Сколько существует способов их размещения;
б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 диска должны стоять вместе?

4. Стеллаж состоит из 8 полок. 5 книг надо поместить на полках стеллажа. Найти вероятность того, что:

- а) все эти книги окажутся на 2-й полке;
- б) все эти книги окажутся на одной полке;
- в) все эти книги окажутся на разных полках;
- г) ни одна из этих книг не окажется на 3-й полке.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 7 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт: а) окажутся 3 короля; б) окажутся 2 туза; в) не будет дам?

6. В корзине 14 красных, 16 зеленых и 10 желтых яблок, по форме неразличимых. 40% красных, 60% зеленых и 50% желтых яблок высокого качества. Наугад извлекается одно яблоко. Найти вероятность того, что оно – высокого качества.

Вариант 10

1. Среди 27 студентов группы 10 девушек. Разыгрываются 10 билетов на студенческий бал в «баскет – холле», Найти вероятность того, что

- а) все билеты достанутся девушкам;
- б) на бал пойдут ровно 6 девушек.

2. В коллективе 20 человек. Составляется график дежурств. В первый день необходимо 3 человека, во второй – 3, в третий – 4 человека. Сколько существует вариантов составления графика?

3. В фонотеке 13 дисков,

- а) сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны находиться рядом?

4. Четыре друга-курсанта оканчивают военное училище. Заявки на распределение выпускников этого училища поступили из 12 военных частей. Определить вероятность того, что:

- а) все четверо будут служить в 6-й военной части;
- б) все четверо будут служить в одной военной части;
- в) все четверо будут служить в разных военных частях;
- г) никто из этих четверых выпускников училища не будет служить в 3-й военной части.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 4 карты. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные карты одного цвета;
- б) все извлеченные карты одной масти.

6. В группе 16 девушек и 9 юношей. В среднем 12,5% девушек и $\frac{1}{3}$ юношей выполняют контрольную работу по математике неудовлетворительно. Наугад извлекается одна работа. Найти вероятность того, что эта работа выполнена на положительную оценку.

Вариант 11

1. Известно, что в партии из 25 швейных машинок 6 имеют внутренний дефект. Наугад отбираются 5 машинок. Найти вероятность того, что:

- а) все выбранные машинки бездефектные;
- б) среди выбранных машинок ровно три машинки бездефектные.

2. В бригаде 10 каменщиков, 7 штукатуров и 6 маляров. На строительный объект необходимо выделить группу из 5 каменщиков, 3 штукатуров и 2 маляров. Найти число способов формирования группы.

3. На полке 12 книг.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 книги должны находиться рядом?

4. Семь учащихся художественной школы должны нарисовать на выбор по одному из 10 предметов. Найти вероятность того, что:

а) все семеро нарисуют 8-й предмет;

б) все семеро нарисуют один предмет;

в) все семеро нарисуют разные предметы;

г) никто не нарисует 4-й предмет.

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

а) в обеих частях вес карты одного цвета;

б) в одной половине 1 туз;

в) в одной половине 2 дамы.

6. 60% сотрудников фирмы моложе 30 лет. Среди них 70% сотрудников – высокой квалификации. Среди сотрудников старше 30 лет 80% – высокой квалификации. Случайным образом выбирается один из сотрудников. Какова вероятность того, что этот сотрудник имеет низкую квалификацию?

Вариант 12

1. В вазочке 20 конфет. Из них 11 шоколадных и 9 карамелей. Наугад вынимаются 7 конфет. Какова вероятность того, что

а) все взятые конфеты – шоколадные;

б) среди взятых конфет 5 шоколадных?

2. В группе 25 студентов. Необходимо выбрать старосту группы, двух ответственных за культурно-массовую работу и 5 шефов в подшефную школу. Найти число вариантов такого выбора.

3. В видеотеке 12 дисков DVD.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны стоять вместе?

4. Сборная страны по футболу формируется из игроков 16 команд премьер-лиги. Наугад выбираются 4 игрока сборной. Найти вероятность того, что:

а) эти 4 игрока – игроки команды «Зенит»;

б) эти 4 игрока – игроки одной из команд Премьер-лиги;

в) эти 4 игрока – игроки различных команд Премьер-лиги;

г) ни один из этих 4-х игроков не является игроком ЦСКА.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 6 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

а) окажется 1 король;

б) окажутся 3 туза;

в) не будет дам?

6. В цехе 5 станков 1-го типа, 9 станков 2-го типа и 6 станков 3-го типа. Вероятность того, что в течение рабочей смены выйдет из строя станок 1-го типа, равна 0,1, 2-го типа – 0,15, 3-го типа – 0,09. Наугад выбирается один станок. Какова вероятность того, что в течение рабочей смены этот станок не выйдет из строя.

Вариант 13

1. В группе 25 студентов, из них 8 человек занимаются спортом. Наугад отбираются 6 студентов. Найти вероятность того, что:

а) все выбранные студенты занимаются спортом;

б) среди выбранных студентов 4 студента занимаются спортом.

2. В цветочном магазине составляется букет из 3-х роз, 4-х хризантем и 2-х гербер. Найти число вариантов составления букета, если имеются 20 роз, 30 хризантем и 10 гербер.

3. В фонотеке 13 дисков.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны находиться рядом?

4. В лесопарковой зоне установили 15 скворечников. Весной в эту зону прилетели 6 пар скворцов. Найти вероятность того, что:

а) все 6 пар будут претендовать на первый скворечник;

б) все 6 пар будут претендовать на один скворечник;

в) все пары будут претендовать на разные скворечники;

г) ни одна пара не захочет жить в 8-м скворечнике.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 4 карты. Найти вероятность того, что все извлеченные карты: а) одного цвета; б) одной масти.

6. В овощном магазине 45% арбузов из Астрахани, а остальные – из Волгограда. В среднем 80% астраханских и 70% волгоградских арбузов – спелые. Наудачу выбирается один арбуз. Какова вероятность того, что этот арбуз – спелый?

Вариант 14

1. В коробке 20 плиток шоколада по 40 гр. и 15 плиток по 50 гр. Наудачу извлекаются 6 плиток шоколада. Найти вероятность того, что:

а) все извлеченные плитки шоколада весят по 50 гр.;

б) среди извлеченных плиток шоколада только 2 весят по 50 гр.

2. В группе 25 студентов. Студенческий совет выделил на группу 5 билетов на фестиваль «Студенческая весна», 6 билетов на дискотеку и 3 билета в «Баскет – холл». Найти число вариантов распределения билетов.

3. На полке 12 книг.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 книги должны находиться рядом?

4. В городе 14 банков. 5 определенных выпускников института могут устроиться на работу в банки. Найти вероятность того, что:

- а) эти 5 выпускников устроятся в «Промстройбанк»;
- б) эти 5 выпускников устроятся в один банк;
- в) эти 5 выпускников устроятся в разные банки;
- г) ни один из этих выпускников не устроится в «Альфа-банк».

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях вес карты одного цвета;
- б) в одной половине 2 туза;
- в) в одной половине 3 дамы.

6. Вероятность того, что экскурсия состоится 15 мая, равна 0,3, 16 мая – 0,3, а 17 мая – 0,4. Вероятность хорошей погоды 15 мая равна 0,5, 16 мая – 0,6, а 17 мая 0,4. Найти вероятность того, что во время экскурсии будет хорошая погода.

Вариант 15

1. Из полного комплекта шахмат шахматист наугад извлекает 6 фигур. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные фигуры – белые;
- б) среди извлеченных фигур 3 фигуры – белые.

2. Швейная фабрика реализует свою продукцию в трех магазинах. Найти число способов распределения партии из 80 костюмов, если в первый магазин необходимо поставить 15 костюмов, во второй – 20, в третий – 12 костюмов?

3. В видеотеке 10 дисков DVD.

- а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 диска должны стоять вместе?

4. Семь студентов заочной формы обучения выполняют контрольную работу по вариантам. На выбор имеются 10 вариантов. Найти вероятность того, что:

- а) все 7 студентов выполняют 2-й вариант;
- б) все 7 студентов выполняют один вариант;
- в) все они выполняют разные варианты;
- г) ни один из этих 7 студентов не выполнит 9-й вариант.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 9 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

- а) окажутся 2 короля;
- б) окажутся 4 дамы;
- в) не будет тузов?

6. В бригаде 6 токарей 4-го разряда, 3 токаря 5-го и 1 токарь 6-го разряда. Вероятность изготовления стандартной детали токарем 4-го разряда равна 0,92, 5-го разряда – 0,95, 6-го разряда – 0,98. Какова вероятность того, что деталь, изготовленная этой бригадой, окажется стандартной?

Вариант 16

1. Из колоды в 36 карт извлекаются 7 карт. Какова вероятность того, что:

- а) они все не пиковой масти;
- б) из них ровно 4 карты не пиковой масти?

2. В коллективе 20 человек. Составляется график дежурств. В первый день необходимо 3 человека, во второй – 5, в третий – 4 человека. Сколько

существует вариантов составления графика?

3. В фонотеке 8 дисков.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 диска должны находиться рядом?

4. На автобусном маршруте 17 остановок, включая начальную и конечную. На начальной остановке садятся 9 пассажиров. Найти вероятность того, что:

- а) все пассажиры выйдут на 8 - ой остановке;
- б) все пассажиры выйдут вместе;
- в) все пассажиры выйдут на разных остановках;
- г) никто не выйдет на 5 остановке.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 7 карт. Найти вероятность того, что:

- а) все карты одного цвета;
- б) все карты одной масти.

6. В урне 7 белых шаров и 10 красных. Один за другим вынимаются два шара. Найти вероятность того, что вторым по счету будет извлечен красный шар.

Вариант 17

1. В корзине 16 одинаковых по форме яблок. Из них 9 сладких. Наугад извлекаются 5 яблок. Какова вероятность того, что

- а) все извлеченные яблоки кислые;
- б) среди извлеченных яблок ровно 4 кислых?

2. В спортивной секции занимаются 10 девушек и 8 юношей. Необходимо выставить команду из 5 девушек и 2 юношей. Найти число способов формирования команды.

3. На полке 8 книг.

- а) сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные две книги должны находиться рядом?

4. В доме 9 этажей. В лифт входят 5 пассажиров. Найти вероятность того, что:

- а) все пассажиры выйдут на 5 этаже,
- б) все пассажиры выйдут вместе;
- в) все пассажиры выйдут на разных этажах;
- г) никто не выйдет на 7 этаже.

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях вес карты одного цвета;
- б) в одной половине 2 туза;
- в) в одной половине 3 дамы.

6. На складе готовой продукции 70% изделий, изготовленных на станках 1-го типа, а остальные изготовлены на станках 2-го типа. Известно, что среди изделий, изготовленных на станках 1-го типа, брак составляет 6%, а на станках 2-го типа – 4%. Наугад извлекается одно изделие. Найти вероятность того, что это изделие – стандартное.

Вариант 18

1. В урне 14 белых и 11 черных шаров. Наугад извлекаются 8 шаров. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные шары – черные;
- б) среди извлеченных ровно 2 черных шара.

2. В роте 5 офицеров, 8 сержантов и 70 рядовых. Найти число вариантов выбора разведывательного дозора, состоящего из 2 офицеров, 3 сержантов и 15 рядовых.

3. В видеотеке 9 дисков DVD.

- а) сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 диска должны стоять вместе?

4. В электричке 10 вагонов. 7 туристов договорились встретиться в электричке. Какова вероятность того, что:

- а) все сядут в первый вагон;
- б) все сядут в один вагон;
- в) все сядут в разные вагоны;
- г) никто не сядет в третий вагон?

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 10 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

- а) окажутся 4 короля;
- б) окажутся 3 туза;
- в) не будет дам?

6. В футбольной команде два лучших пенальтиста. Вероятность забить гол с пенальти для одного из них равна 0,8, а для другого – 0,75. Судья назначил пенальти. Найти вероятность того, что гол будет забит.

Вариант 19

1. В лотерейном барабане 40 билетов. Из них 15 с выигрышем. Наугад извлекаются 10 билетов. Найти вероятность того, что:

- а) они все невыигрышные;
- б) среди них ровно 4 невыигрышных.

2. В городе 9 архитектурных памятников, 6 крупных магазинов и 4 площадок обзора. Сколько можно составить туристических маршрутов по городу с посещением 5 архитектурных памятников, 2 магазинов и 2 площадок обзора?

3. В фонотеке 9 дисков.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны находиться рядом?

4. В спортлагере 6 корпусов. 3 студента из одной группы получили путевки в спортлагерь. Найти вероятность того, что:

- а) всех поселят в корпусе № 4;
- б) всех поселят в одном корпусе;
- в) все будут поселены в разных корпусах;
- г) никто не будет поселен в корпусе № 2.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 8 карт. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные карты одного цвета;
- б) все извлеченные карты одной масти.

6. В группе 25 студентов, из них 17 девушек и 8 юношей. На занятии по математике преподаватель поочередно вызывает к доске двух студентов. Найти вероятность того, что вторым по счету будет вызван к доске юноша.

Вариант 20

1. В ящике 18 деталей, из них 10 стандартных. Для контроля берутся 7 деталей. Какова вероятность того, что

- а) все взятые детали нестандартны;
- б) из них ровно 3 детали – нестандартны?

2. В книжном магазине имеются книги в подарочном исполнении: 25 книг – проза, 15 – поэзия, 7 – альбомы. Формируется подарочный набор: проза – 3 книги, поэзия – 2 книги и 1 альбом. Найти число вариантов подарочных наборов.

3. На полке 9 книг.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 книги должны находиться рядом?

4. Случайным образом отобрали 5 студентов. Какова вероятность того, что:

- а) у всех день рождения в апреле,
- б) у всех день рождения в одном месяце;
- в) у всех дни рождения в разные месяцы;
- г) из них никто не родился в марте?

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях все карты одного цвета;
- б) в одной половине 1 туз;
- в) в одной половине 2 дамы.

6. Две фирмы изготавливают однотипную продукцию и реализуют ее через одну и ту же торговую точку. 80% продукции первой фирмы и 70% продукции второй фирмы – высшего сорта. Первая фирма поставила в эту торговую точку 20 единиц этой продукции, а вторая фирма поставила 15 единиц. Наугад выбирается одно изделие этого типа. Найти вероятность того, что это изделие – высшего сорта.

Вариант 21

1. В магазине 30 продавцов, из них 20 женщин. В утреннюю смену выходят 9 человек. Найти вероятность того, что среди них

- а) все мужчины;
- б) среди них ровно трое мужчин.

2. В галантерейном отделе магазина 8 типов галстуков, 7 видов мужского парфюма, 10 типов носовых платков. Ко дню «Защитника Отечества» формируется подарочный набор из 1 галстука, 2 видов парфюма и 4 видов платков. Найти число вариантов подарочных наборов.

3. В библиотеке 8 дисков DVD.

а) Сколько существует способов их размещения;
б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны стоять вместе?

4. Имеются 9 лунок. 5 шариков случайным образом разбрасываются по лункам. Найти вероятность того, что:

- а) все шарики окажутся в 4-й лунке;
- б) все шарики попадут в одну лунку;
- в) все шарики будут в разных лунках;

г) ни один шарик не попадет в 6-ю лунку.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 12 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

- а) окажутся 3 короля;
- б) окажется 1 туз;
- в) не будет дам?

6. В первой коробке 9 белых и 5 черных шаров, а во второй 7 белых и 6 черных шаров. Из первой коробки наугад извлекается один шар и перекладывается во вторую, после чего из второй коробки так же наугад берется один шар и перекладывается в первую коробку. Какова вероятность того, что после этого состав шаров в каждой коробке окажется прежним?

Вариант 22

1. На 16 карточках написано по одной букве русского алфавита. Из них гласных букв 7. Наудачу извлекают 4 карточки. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные буквы – согласные;
- б) среди извлеченных ровно три согласных.

2. В военкомат прибыла группа из 50 призывников. В первую очередь необходимо отобрать 8 человек в танкисты, 7 человек в ВДВ и 3 человека на флот. Найти число вариантов отбора.

3. В фонотеке 11 дисков.

а) Сколько существует способов их размещения;
 б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 диска должны находиться рядом?

4. В городке 9 школ. Случайным образом отбираются 5 школьников. Найти вероятность того, что:

- а) все эти школьники учатся в 3-й школе;
- б) все эти школьники учатся в одной школе;
- в) ни один из них не обучается в 5-й школе;

г) все эти школьники учатся в разных школах.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 9 карт. Найти вероятность того, что:

а) все извлеченные карты одного цвета;

б) все извлеченные карты одной масти.

6. В среднем 90% телевизоров марки “Samsung”, 80% телевизоров марки “Sony” и 88% телевизоров марки “Toshiba” выдерживают гарантийный срок без поломки. В магазин завезли 15 телевизоров марки “Samsung”, 12 – марки “Sony” и 13 – марки “Toshiba”. Случайным образом выбирается один из телевизоров. Какова вероятность того, что этому телевизору не потребуется гарантийный ремонт?

Вариант 23

1. В ящике 18 деталей, из них 8 деталей – окрашены. Сборщик наудачу извлекает 7 деталей. Найти вероятность того, что

а) все извлеченные детали не окрашены;

б) среди извлеченных деталей не окрашены ровно 3 детали.

2. На курсе 150 студентов. Поступили заявки на производственную практику: в Ульяновск – 12 человек, в Самару – 10, в Челябинск – 15 человек. Найти число вариантов распределения студентов на практику.

3. На полке 10 книг.

а) Сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 книги должны находиться рядом?

4. В саду расцвели 8 яблонь. 6 пчелок залетели в сад. Найти вероятность того, что:

а) все пчелы сядут на 5-ю яблоню;

б) все пчелы сядут на одну яблоню;

в) ни одна пчела не сядет на 4-ю яблоню;

г) все пчелы сядут на разные яблони;

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях вес карты одного цвета;
- б) в одной половине 4 туза;
- в) в одной половине 1 дама.

6. За одно дежурство инспектор ГИБДД накладывает взыскания в среднем на 15% водителей легковых автомобилей, 12 % водителей грузовиков и 10% водителей других транспортных средств, проходящих мимо поста ГИБДД. Инспектор случайным образом останавливает одну машину. Найти вероятность того, что на ее водителя не будет наложено взыскание, если за одно дежурство мимо инспектора проходят в среднем 900 легковых автомобилей, 400 грузовиков и 500 других транспортных средств.

Вариант 24

1. В пенале 15 ручек, из них 7 гелиевых и 8 шариковых. Наугад извлекаются 5 ручек. Какова вероятность того, что:

- а) все извлеченные ручки – шариковые;
- б) среди извлеченных ручек шариковых – ровно 4?

2. Рота из 150 человек успешно выполнила правительственное задание. Командование выделило следующие награды: 1 звание «Герой России», 5 ордена «Красная звезда», 8 медалей «За отвагу». Найти число вариантов награждения.

3. В видеотеке 11 дисков DVD.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 диска должны стоять вместе?

4. Стеллаж состоит из 9 полок. 4 книг надо поместить на полках стеллажа. Найти вероятность того, что:

- а) все эти книги окажутся на 3-й полке;
- б) все эти книги окажутся на одной полке;

в) все эти книги окажутся на разных полках;

г) ни одна из этих книг не окажется на 5-й полке.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 9 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт: а) окажутся 2 короля; б) окажется 1 туз; в) не будет дам?

6. В корзине 12 красных, 15 зеленых и 13 желтых яблок, по форме неразличимых. 60% красных, 70% зеленых и 50% желтых яблок высокого качества. Наугад извлекается одно яблоко. Найти вероятность того, что оно – высокого качества.

Вариант 25

1. Среди 26 студентов группы 14 девушек. Разыгрываются 10 билетов на студенческий бал в «баскет – холле», Найти вероятность того, что

а) все билеты достанутся юношам;

б) на бал пойдут ровно 5 юношей.

2. В коллективе 30 человек. Составляется график дежурств. В первый день необходимо 5 человека, во второй – 4, в третий – 6 человек. Сколько существует вариантов составления графика?

3. В фонотеке 10 дисков,

а) сколько существует способов их размещения;

б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны находиться рядом?

4. Три друга-курсанта оканчивают военное училище. Заявки на распределение выпускников этого училища поступили из 14 военных частей. Определить вероятность того, что:

а) все четверо будут служить в 9-й военной части;

б) все четверо будут служить в одной военной части;

в) все четверо будут служить в разных военных частях;

г) никто из этих четверых выпускников училища не будет служить в 4-й военной части.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 10 карт. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные карты одного цвета;
- б) все извлеченные карты одной масти.

6. В группе 16 девушек и 10 юношей. В среднем 12,5% девушек и 10% юношей выполняют контрольную работу по математике неудовлетворительно. Наугад извлекается одна работа. Найти вероятность того, что эта работа выполнена на положительную оценку.

Вариант 26

1. Известно, что в партии из 30 швейных машинок 8 имеют внутренний дефект. Наугад отбираются 6 машинок. Найти вероятность того, что:

- а) все выбранные машинки бездефектные;
- б) среди выбранных машинок ровно четыре машинки бездефектные.

2. В бригаде 12 каменщиков, 8 штукатуров и 7 маляров. На строительный объект необходимо выделить группу из 6 каменщиков, 4 штукатуров и 3 маляров. Найти число способов формирования группы.

3. На полке 11 книг.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 книги должны находиться рядом?

4. Шесть учащихся художественной школы должны нарисовать на выбор по одному из 8 предметов. Найти вероятность того, что:

- а) все шестеро нарисуют 5-й предмет;
- б) все шестеро нарисуют один предмет;
- в) все шестеро нарисуют разные предметы;
- г) никто не нарисует 3-й предмет.

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях все карты одного цвета;
- б) в одной половине 2 туза;
- в) в одной половине 4 дамы.

6. 40% сотрудников фирмы моложе 30 лет. Среди них 60% сотрудников – высокой квалификации. Среди сотрудников старше 30 лет 80% - высокой квалификации. Случайным образом выбирается один из сотрудников. Какова вероятность того, что этот сотрудник имеет низкую квалификацию?

Вариант 27

1. В вазочке 25 конфет. Из них 14 шоколадных и 11 карамелей. Наугад вынимаются 6 конфет. Какова вероятность того, что

- а) все взятые конфеты – карамели;
- б) среди взятых конфет 4 карамели?

2. В группе 26 студентов. Необходимо выбрать старосту группы, двух ответственных за культурно-массовую работу и 4 шефов в подшефную школу. Найти число вариантов такого выбора.

3. В видеотеке 12 дисков DVD.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 диска должны стоять вместе?

4. Сборная страны по футболу формируется из игроков 15 команд Премьер-лиги. Наугад выбираются 3 игрока сборной. Найти вероятность того, что:

- а) эти 3 игрока – игроки команды «Зенит»;
- б) эти 3 игрока – игроки одной из команд Премьер-лиги;
- в) эти 4 игрока – игроки различных команд Премьер-лиги;
- г) ни один из этих 3-х игроков не является игроком ЦСКА.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 6 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

- а) окажется 4 короля;
- б) окажутся 2 туза;
- в) не будет дам?

6. В цехе 6 станков 1-го типа, 8 станков 2-го типа и 6 станков 3-го типа. Вероятность того, что в течение рабочей смены выйдет из строя станок 1-го типа, равна 0,2, 2-го типа – 0,1, 3-го типа – 0,15. Наугад выбирается один станок. Какова вероятность того, что в течение рабочей смены этот станок не выйдет из строя.

Вариант 28

1. В группе 27 студентов, из них 9 человек занимаются спортом. Наугад отбираются 5 студентов. Найти вероятность того, что:

- а) все выбранные студенты занимаются спортом;
- б) среди выбранных студентов 3 студента занимаются спортом.

2. В цветочном магазине составляется букет из 5-х роз, 3-х хризантем и 3-х гербер. Найти число вариантов составления букета, если имеются 30 роз, 20 хризантем и 15 гербер.

3. В фонотеке 13 дисков.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 4 диска должны находиться рядом?

4. В лесопарковой зоне установили 20 скворечников. Весной в эту зону прилетели 7 пар скворцов. Найти вероятность того, что:

- а) все 7 пар будут претендовать на первый скворечник;
- б) все 7 пар будут претендовать на один скворечник;
- в) все пары будут претендовать на разные скворечники;
- г) ни одна пара не захочет жить в 6-м скворечнике.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 11 карт. Найти вероятность того, что все извлеченные карты: а) одного цвета; б) одной масти.

6. В овощном магазине 60% арбузов из Астрахани, а остальные – из Волгограда. В среднем 90% астраханских и 80% волгоградских арбузов – спелые. Наудачу выбирается один арбуз. Какова вероятность того, что этот арбуз – спелый?

Вариант 29

1. В коробке 30 плиток шоколада по 40 гр. и 20 плиток по 50 гр. Наудачу извлекаются 10 плиток шоколада. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные плитки шоколада весят по 50 гр.;
- б) среди извлеченных плиток шоколада только 4 весят по 50 гр.

2. В группе 25 студентов. Студенческий совет выделил на группу 3 билетов на фестиваль «Студенческая весна», 5 билетов на дискотеку и 2 билета в «Баскет – холл». Найти число вариантов распределения билетов.

3. На полке 12 книг.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 2 книги должны находиться рядом?

4. В городе 12 банков. 4 определенных выпускника института могут устроиться на работу в банки. Найти вероятность того, что:

- а) эти 4 выпускника устроятся в «Промстройбанк»;
- б) эти 4 выпускника устроятся в один банк;
- в) эти 4 выпускника устроятся в разные банки;
- г) ни один из этих выпускников не устроится в «Альфа-банк».

5. В колоде 36 карт. Колода делится пополам. Найти вероятность того, что:

- а) в обеих частях все карты одного цвета;
- б) в одной половине 3 туза;
- в) в одной половине 2 дамы.

6. Вероятность того, что экскурсия состоится 22 мая, равна 0,4, 23 мая – 0,4, а 24 мая – 0,2. Вероятность хорошей погоды 22 мая равна 0,6, 23

мая – 0,4, а 24 мая 0,5. Найти вероятность того, что во время экскурсии будет хорошая погода.

Вариант 30

1. Из полного комплекта шахмат шахматист наугад извлекает 8 фигур. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные фигуры – черные;
- б) среди извлеченных фигур 5 фигур – черные.

2. Швейная фабрика реализует свою продукцию в трех магазинах. Найти число способов распределения партии из 90 костюмов, если в первый магазин необходимо поставить 12 костюмов, во второй – 18, в третий – 20 костюмов?

3. В видеотеке 13 дисков DVD.

- а) Сколько существует способов их размещения;
- б) сколько существует способов их размещения, если определенные 3 диска должны стоять вместе?

4. Шесть студентов заочной формы обучения выполняют контрольную работу по вариантам. На выбор имеются 10 вариантов. Найти вероятность того, что:

- а) все 6 студентов выполняют 4-й вариант;
- б) все 6 студентов выполняют один вариант;
- в) все они выполняют разные варианты;
- г) ни один из этих 6 студентов не выполнит 8-й вариант.

5. Из колоды в 52 карты извлекаются 8 карт. Какова вероятность того, что среди извлеченных карт:

- а) окажутся 3 короля;
- б) окажутся 4 дамы;
- в) не будет тузов?

6. В бригаде 5 токарей 4-го разряда, 3 токаря 5-го и 2 токаря 6-го разряда. Вероятность изготовления стандартной детали токарем 4-го раз-

ряда равна 0,91, 5-го разряда – 0,94, 6-го разряда – 0,98. Какова вероятность того, что деталь, изготовленная этой бригадой, окажется бракованной?

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 13, с. 5 – 26.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 11, №№11.34 – 11.46, 11.157 – 11.165.

Тема: Повторные независимые испытания (1 занятие)

Задание 1

Задача 1. Вероятность стрелка попасть в цель при одном выстреле равна p . Найти вероятность того, что при n выстрелах стрелок попадает в цель:

а) m раз;

б) не менее k раз.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	8	7	5	6	4	7	8	9	6	5
p	0,7	0,9	0,4	0,8	0,5	0,4	0,6	0,3	0,3	0,2
m	5	4	3	4	2	5	4	3	3	3
k	7	6	4	5	3	6	7	5	5	4

Задача 2. На прием к врачу записались n человек. Вероятность того, что пациенту потребуется сдать кровь на анализ, равна p . Найти вероятность того, что необходимо сдать кровь на анализ:

а) m пациентам;

б) не менее, чем k пациентам.

№ варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	9	6	4	5	8	7	6	9	8	5
p	0,4	0,5	0,7	0,3	0,6	0,8	0,7	0,4	0,6	0,9

m	4	3	2	2	5	5	3	4	5	3
k	8	5	3	4	7	6	5	8	7	4

Задача 3. Вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение 5 лет, равна p . Найти вероятность того, что из n купленных телевизоров в течение 5 лет потребуют ремонта:

- а) m телевизоров;
 б) не менее k телевизоров.

№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	8	6	4	5	8	9	7	8	6	5
p	0,2	0,1	0,3	0,4	0,7	0,5	0,6	0,4	0,8	0,3
m	5	3	2	3	4	4	3	4	2	3
k	7	5	3	4	7	8	6	7	5	4

Задание 2

Задача 1. Вероятность того, что завод выпускает телефонный аппарат высшего сорта, равна p . Предприятие приобретает n телефонных аппаратов. Найти:

- а) наиболее вероятное число телефонных аппаратов высшего сорта и вероятность того, что именно это число телефонных аппаратов высшего сорта приобретено предприятием;
 б) вероятность того, что среди приобретенных телефонных аппаратов окажется m аппаратов высшего сорта.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	80	70	60	90	100	120	110	80	50	60
p	0,2	0,4	0,5	0,6	0,3	0,7	0,8	0,6	0,8	0,4
m	25	30	46	60	40	90	70	35	30	20

Задача 2. В магазин в день заходят n человек. Вероятность того, что покупатель сделает покупку, равна p . Найти:

- а) наиболее вероятное число покупателей, которые сделают покупку, и вероятность того, что именно это количество человек сделают покупку;

б) вероятность того, что m человек сделают покупку.

№ варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	40	50	30	70	60	80	100	110	120	130
p	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,2	0,1
m	10	15	13	20	25	20	50	28	20	15

Задача 3. Всхожесть семян равна p . Посажено n семян. Найти:

а) наивероятнейшее число взошедших семян и вероятность того, что именно это количество семян взойдет;

б) вероятность того, что взойдет m семян.

№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	100	120	130	80	70	150	120	60	90	110
p	0,8	0,6	0,5	0,7	0,8	0,8	0,7	0,9	0,7	0,6
m	70	50	75	50	52	130	75	45	55	60

Задание 3

Задача 1. В районе n предприятий, финансовую деятельность которых проверяет налоговая инспекция. Вероятность того, что по результатам проверки предприятию будут предъявлены штрафные санкции, равна p . Найти вероятность того, что штрафные санкции будут предъявлены:

а) не менее a и не более b предприятиям;

б) не менее a предприятиям.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	50	60	70	80	90	100	110	60	65	75
p	0,4	0,3	0,6	0,5	0,4	0,8	0,6	0,4	0,6	0,5
a	15	15	35	32	30	70	60	20	35	18
b	35	20	45	44	50	85	75	28	45	30

Задача 2. Вероятность того, что абитуриент вуза, окончивший школу, станет студентом, равна p . Найти вероятность того, что среди n абитуриентов вуза, окончивших школу, студентами станут:

а) не менее a и не более b человек;

б) не менее a человек.

№ вариан- та	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	100	110	120	130	140	60	70	80	90	100
p	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,9	0,8	0,7	0,6	0,9
a	50	70	90	70	65	40	50	48	45	80
b	65	85	95	84	80	55	63	60	65	95

Задача 3. Вероятность изготовления на станке детали первого сорта равна p . Изготовлено n деталей. Найти вероятность того, что деталей первого сорта будет изготовлено:

а) не менее a и не более b ;

б) не менее a штук.

№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
p	0,5	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,4
a	40	17	30	35	60	80	100	130	150	75
b	70	30	45	48	85	120	140	150	175	130

Задание 4

Задача 1. За день обувной отдел магазина посещают n человек. Вероятность того, что спрос покупателя будет удовлетворен, равна p . Найти вероятность того, что абсолютная величина отклонения доли покупателей, сделавших покупку, от вероятности p не превысит ε .

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
p	0,4	0,3	0,2	0,6	0,5	0,7	0,5	0,6	0,8	0,3
ε	0,01	0,02	0,05	0,04	0,03	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

Задача 2. Вероятность того, что после вызова машина скорой помощи прибудет в течение 10 минут, равна p . На станцию в течение дня поступило n вызовов. Найти вероятность того, что абсолютная величина отклонения доли машин, прибывших вовремя, от вероятности p не превысит ε .

№ варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
P	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
ε	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

Задача 3. Сколько раз надо подбросить игральный кубик, что бы с вероятностью, равной P , можно было утверждать, что абсолютная величина отклонения частности выпадения шести очков от вероятности выпадения шести очков в одном испытании не превысит ε ?

№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P	0,9545	0,95	0,9973	0,9426	0,6873	0,9426	0,9545	0,95	0,9973	0,6873
ε	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 14, с. 29 – 42.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 12, №№12.35 – 12.55.

Тема: Непрерывная случайная величина (1 занятие)

Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения вероятностей $f(x)$. Найти:

- 1) коэффициент m ;
- 2) математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины;
- 3) вероятность того, что случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу (c, d) .

Задача 1

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ mx^k, & a < x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	0	1	2	0	1	2	0	1	0	0
b	2	2	3	1	3	3	2	2	1	2
k	1	2	2	3	1	2	2	1	2	3
c	0	1	2	0	1	2	1	1	0	0
d	0	1,5	2,5	0,5	2	2,5	2	1,5	0,5	1

Задача 2

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ me^{kx}, & a < x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

№ варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
b	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
k	2	2	3	2	3	2	3	2	3	2
c	0	0,5	0,75	0	1	1	1,5	1	0	1
d	0,5	1	1	1	2	1,5	2	2	1	2

Задача 3

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{m}{x}, & a < x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
c	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 15, с. 63 – 78.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 14, №№14.14 – 14.30.

Тема: Основные законы распределения случайной величины. (1 занятие)

Задача 1. Закон нормального распределения

1. Размер детали подчиняется закону нормального распределения со средней арифметической 20 мм и дисперсией 0,16. Определить ожидаемый процент брака, если допустимые размеры находятся в пределах от 18 мм до 21 мм. Найти выражение интегральной и дифференциальной функций.

2. Рост студентов института подчиняется закону нормального распределения с математическим ожиданием, равным 174 см и средним квадратическим отклонением 16 см. Определить вероятность того, что рост случайно выбранного студента будет заключен в пределах от 170 см до 180 см. Найти выражение интегральной и дифференциальной функций.

3. Вес студенток института подчиняется закону нормального распределения с математическим ожиданием, равным 59 кг и дисперсией 81. Определить вероятность того, что вес случайно выбранной студентки будет заключен в пределах от 60 до 65 кг. Найти выражение интегральной и дифференциальной функций.

4. Диаметр вишен в корзине подчиняется закону нормального распределения с математическим ожиданием, равным 11 мм и дисперсией 4. Определить вероятность того, что диаметр случайно выбранной ягоды будет заключен в пределах от 10 мм до 13 мм.

5. Длина хвоста арабского скакуна подчиняется закону нормального распределения с математическим ожиданием 94 см и дисперсией 36. Определить вероятность того, что длина хвоста случайно выбранного из питомника скакуна будет заключена в пределах от 92 см до 100 см.

6. Глубина проникания реагента в пропитываемый образец почвы подчиняется закону нормального распределения с математическим ожиданием 14 см и дисперсией 1,44. Определить вероятность того, что в случайно выбранной опытной колонке с почвой реагент проникнет на глубину от 14 см до 15 см.

7. Стандартное отклонение измерений пленга радиомаяка, выполненное с самолета, составляет 3° . Какова вероятность того, что ошибка пленга окажется не более 5° ? Решить задачу, предполагая нормальный закон распределения.

8. Вес яблока в партии яблок, поступивших в магазин, – случайная нормально распределенная величина с математическим ожиданием 90 гр. С вероятностью 0,9545 определить среднее квадратическое отклонение случайной величины, если отклонение веса яблок от среднего веса по абсолютной величине не превосходит 10 гр.

9. Средний балл за экзамен студентов института – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием 4,1. С вероятностью 0,92 определить среднее квадратическое отклонение случайной величины, если отклонение среднего балла от математического ожидания по абсолютной величине не превосходит 0,2.

10. Ошибка взвешивания – случайная нормально распределенная величина с дисперсией 100. Весы заранее настроены на обвес 20 г. Найти вероятность того, что ошибка взвешивания находится в пределах от 15 до 30 г.

11. Случайная величина подчинена закону нормального распределения с математическим ожиданием 120 и дисперсией 49. С вероятностью 0,9973 определить границы изменения значений случайной величины.

12. Удельное содержание витаминов в одном грейпфруте подчинено закону нормального распределения с математическим ожиданием 0,35 и дисперсией 0,16. С вероятностью 0,9545 определить границы изменения этой случайной величины среди всех фруктов, поступивших в магазин для продажи.

13. Известно, что средний расход удобрений на 1 га пашни составляет 75 кг, а среднее квадратическое отклонение расхода равно 4. Считая расход удобрений нормально распределенной случайной величиной, опре-

делить диапазон, в который вносимая доза удобрений попадает с вероятностью 0,95.

14. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины – количества сыра, используемого на изготовление 100 бутербродов, равно 1 кг. Известно, что с вероятностью 0,98 расход сыра на изготовление 100 бутербродов составляет от 950 до 1050 г. Определить среднее квадратическое отклонение расхода сыра на 100 бутербродов.

15. При измерении нормально распределенной случайной величины оказалось, что ее среднее квадратическое отклонение равно 8. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность попадания ее в интервал от 95 до 135, симметричный относительно математического ожидания.

16. Длина детали, изготавливаемой на станке, – случайная величина с нормальным распределением. При измерении длины детали оказалось, что ее среднее квадратическое отклонение равно 4 мм. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность попадания в интервал от 22 мм до 26 мм, симметричный относительно математического ожидания.

17. Производится измерение диаметра вала без систематических ошибок. Случайные ошибки измерения X подчинены закону нормального распределения со средним квадратическим отклонением $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 12 мм.

18. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены закону нормального распределения со средним квадратическим отклонением $\sigma = 15$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.

19. Автомат изготавливает шарики. Шарик считается годным, если отклонение X – диаметра шарика от проектного размера по абсолютной величине меньше 0,5 мм. Считая, что случайная величина X распределена

нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,2$ мм и математическим ожиданием $a = 0$, найти, сколько будет годных шариков среди ста изготовленных.

20. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 5 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены закону нормального распределения со средним квадратическим отклонением 3 мм и математическим ожиданием, $a = 0$. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

21. Станок – автомат изготавливает валики, причем контролируется их диаметр X . Считая, что X – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием $a = 10$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,2$ мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

22. Средний размер ступни солдата – новобранца 43 см, а среднее квадратическое отклонение размера равно 4 см. Считая размер ступни солдата нормально распределенной случайной величиной, определить диапазон, в который с вероятностью 0,9545 попадет размер сапог случайно выбранного солдата.

23. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины – количества мясного фарша используемого на изготовление 50 бифштексов, – равно 5 кг. Известно, что с вероятностью 0,92 расход фарша на изготовление 50 бифштексов составляет от 4,8 кг до 5,2 кг. Определить среднее квадратическое отклонение расхода фарша на 50 бифштексов.

24. Удельное содержание золота в металлическом сплаве подчиняется закону нормального распределения с математическим ожиданием 0,58 и дисперсией 0,005. С вероятностью 0,9973 определить границы изменения этой случайной величины среди всех золотых украшений, продающихся в ювелирном магазине.

25. Процентное содержание белка в зерне пшеницы – случайная, нормально распределенная величина с математическим ожиданием 0,31% и дисперсией 0,25. С вероятностью 0,92 определить границы изменения значений этой случайной величины.

26. Вес ананаса в партии ананасов, продающихся в магазине, случайная величина, подчиненная закону нормального распределения с математическим ожиданием 1,45 кг и дисперсией 0,2 кг. Найти вероятность того, что вес случайно выбранного ананаса находится в интервале (1,3 кг; 1,6 кг).

27. Вес бычка в стаде – случайная нормально распределенная величина. При взвешивании животных обнаружилось, что среднее квадратическое отклонение этой величины равно 6 кг. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность ее попадания в интервал (83 кг, 89 кг), симметричный относительно математического ожидания.

28. Длина винта, изготавливаемого на станке – автомате, – случайная величина с нормальным распределением. При измерении длины винта обнаружилось, что ее среднее квадратическое отклонение равно 1,7 мм. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность попадания в интервал (22 мм, 25 мм), симметричный относительно математического ожидания.

29. Диаметр ствола строевого леса – случайная величина с нормальным распределением. При измерении диаметра ствола обнаружилось, что ее среднее квадратическое отклонение равно 5 см. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность попадания в интервал (26 см, 34 см), симметричный относительно математического ожидания.

30. Объем молока, получаемый от коровы за вечернюю дойку, – случайная величина с нормальным распределением. Оказалось, что ее среднее квадратическое отклонение равно 1,2 л. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность попадания в интервал (10,5 л, 11,5л), симметричный относительно математического ожидания.

Задача 2. Задачи на распределение Пуассона и показательное распределение

1. В месяц в Татарстане рождается 1000 детей. Вероятность того, что один из детей будет негритенком, равна 0,004. Какова вероятность того, что за месяц родятся два темнокожих ребенка?

2. В отаре 2500 овец. Вероятность того, что волк задерет овцу, равна 0.002. Какова вероятность того, что в отаре не досчитаются трех овец?

3. В месяц на АЗС «Татнефть» заправляются около 2500 машин. Вероятность того, что водитель уедет, не расплатившись за бензин, равна 0,002. Найти вероятность того, что четыре водителя сэкономят на бензине (не заплатят за бензин).

4. Продано 1200 лотерейных билетов. Вероятность выиграть квартиру равна 0,005. Какова вероятность того, что два человека получают ключи от квартиры?

5. В 2005 году в экономический ВУЗ поступило 800 абитуриентов. Вероятность того, что один из них в будущем станет доктором экономических наук, равна 0,00125. Какова вероятность того, что докторами наук станут три человека из числа поступивших в 2005 году?

6. Численность новобранцев в дивизии 1000 человек. Вероятность того, что новобранец с первого выстрела попадет в «яблочко», равна 0,002. Какова вероятность того, что точно в цель попадут пять новобранцев?

7. На базу поступило 6000 бутылок сока. Вероятность, что при транспортировке бутылка разобьется, равна 0,0005. Найти вероятность того, что при транспортировке разобьются четыре бутылки.

8. Ежегодно за границу на учебу выезжают 1500 студентов. Вероятность того, что студент останется за границей на постоянное жительство, равна 0,002. Какова вероятность того, что восемь студентов выехавших на учебу, станут гражданами другой страны?

9. Стая из 2500 скворцов улетела на юг. Вероятность того, что одна птица отобьется от стаи и погибнет, равна 0,02. Какова вероятность того, что от стаи отобьются три птицы?

10. На овощную базу привезли 1400 астраханских арбузов. Вероятность того, что арбуз испортится при перевозке, равна 0,005. Какова вероятность того, что испортятся четыре арбуза?

11. Интенсивность движения поездов – 10 поездов в час. Найти вероятность того, что в течение 10 минут не будет поезда.

12. Интенсивность поступления жалоб на работу жилищно-коммунальной службы равна 21 жалобе в неделю. Найти вероятность того, что в текущей неделе не будет ни одной жалобы.

13. Поток вызовов команды пожарной охраны имеет интенсивность $\lambda = 10$ вызовов в день. Найти вероятность того, что за два дня будет 15 вызовов.

14. На станции скорой помощи поток вызовов имеет интенсивность $\lambda = 3$ вызова в минуту. Найти вероятность того, что за три минуты будет четыре вызова.

15. Интенсивность движения машин мимо КГФЭИ – 8 машин в минуту. Найти вероятность того, что в течение 15 минут проедет машина.

16. В страховую компанию поступают требования на выплату страховых сумм с интенсивностью $\lambda = 4$ требования в неделю. Найти вероятность того, что в текущей неделе поступят пять требований.

17. Интенсивность движения маршруток – 2 машины в минуту. Какова вероятность того, что за 5 минут подойдет маршрутное такси.

18. Интенсивность звонков на «горячую линию» – 2 звонка в минуту. Найти вероятность того, что интервал между двумя звонками будет от 0,6 до 2 минут.

19. Интенсивность приезда – отъезда машин на склад – 2 машины в час. Найти вероятность того, что промежуток времени между двумя машинами будет от 0,5 до 2 часов.

20. В период эпидемии гриппа терапевт принимает пациентов с интенсивностью $\lambda = 4$ человека в час. Какова вероятность того, что за 30 минут терапевт примет хотя бы одного больного?

21. Интенсивность посещения паспортного стола 15 человек в час. Какова вероятность того, что между двумя посещениями пройдет от 3 до 5 минут?

22. Интенсивность вылупления цыплят в инкубаторе 3 птенца в минуту. Найти вероятность того, что за 5 минут вылупится хотя бы один птенец.

23. Интенсивность аварий на дорогах 12 аварий в день. Найти вероятность того, что в течение двух дней не будет аварий.

24. Интенсивность звонков в справочное бюро 2 звонка в минуту. Найти вероятность того, что между двумя звонками пройдет от 3 до 5 минут.

25. Писательница Дарья Донцова пишет детективы с интенсивностью $\lambda = 15$ страниц в день. Какова вероятность того, что в течение трех дней она напишет 30 страниц рукописи?

26. Среднее время безотказной работы батарейки (наработки на отказ) равно 700 часов. Найти вероятность того, что батарейка проработает от 750 до 800 часов.

27. Среднее время безотказной работы игрушечного электропоезда (наработки на отказ) равно 600 часов. Найти вероятность того, что игрушка не сломается за 700 часов.

28. Среднее время безотказной работы стиральной машины (наработки на отказ) равно 24 месяца. Найти вероятность того, что стиральная машина проработает без отказа от 30 до 36 месяцев.

29. Среднее время безотказной работы утюга (наработки на отказ) равно 12 месяцев. Какова вероятность того, что утюг не перегорит за 24 месяца?

30. Среднее время безотказной работы телевизора (наработки на отказ) равно 36 месяцев. Какова вероятность того, что телевизор проработает без отказа от 40 до 48 месяцев?

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 16, с. 92 – 124.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 15, №№15.25 – 15.33.

Тема: Случайные процессы. Цепи Маркова. (1 занятие)

Задание 1. Состояние курса акций имеет 3 фазы: S_1 – низкий уровень, S_2 – средний уровень, S_3 – высокий уровень. Вектор начального состояния курса P_0 в начале первого года приведен в таблице 1.

Таблица 1

№ варианта	$P_0(S_1)$	$P_0(S_2)$	$P_0(S_3)$
1	2	3	4
1	0,2	0,5	0,3
2	0,1	0,8	0,1
3	0,3	0,6	0,1
4	0,1	0,2	0,7
5	0,4	0,5	0,1
6	0,2	0,2	0,6
7	0,3	0,2	0,5
8	0,2	0,4	0,4
9	0,7	0,1	0,2
10	0,3	0,4	0,3
11	0,1	0,6	0,3
12	0,5	0,1	0,4
13	0,2	0,6	0,2
14	0,1	0,7	0,2
15	0,3	0,3	0,4
16	0,3	0,5	0,2
17	0,1	0,3	0,6
18	0,4	0,4	0,2

19	0,8	0,1	0,1
20	0,2	0,3	0,5
21	0,4	0,3	0,3
22	0,1	0,5	0,4
23	0,7	0,2	0,1
24	0,3	0,6	0,1
25	0,5	0,4	0,1
26	0,6	0,2	0,2
27	0,2	0,7	0,1
28	0,5	0,3	0,2
29	0,1	0,4	0,5
30	0,6	0,3	0,1

В таблице 2 даны частоты перехода трех состояний курса акций.

Таблица 2

№ варианта	От состояния	К состоянию			Сумма по строке
		низкий	нормальный	высокий	
1	2	3	4	5	6
1	S_1	15	5	0	20
	S_2	10	75	15	100
	S_3	0	12	18	30
2	S_1	27	18	9	54
	S_2	32	64	32	128
	S_3	0	10	30	40
3	S_1	42	14	0	56
	S_2	30	90	15	135
	S_3	6	24	54	84
4	S_1	43	7	0	50
	S_2	16	80	24	120
	S_3	5	15	35	55
5	S_1	20	12	4	36
	S_2	13	78	26	117
	S_3	0	9	36	45
6	S_1	18	6	0	24
	S_2	22	66	33	121
	S_3	0	15	30	45
7	S_1	15	10	0	25
	S_2	7	84	21	112
	S_3	0	12	24	36

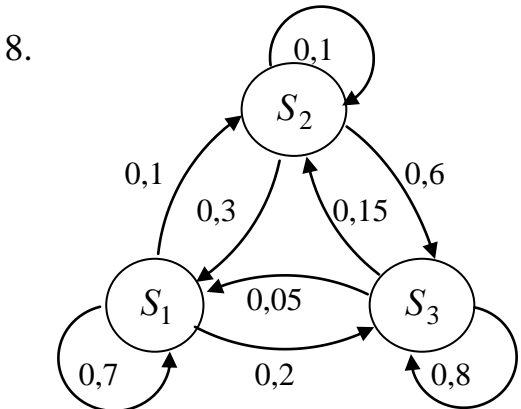
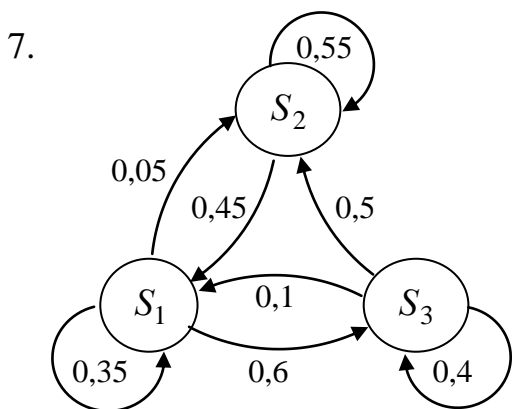
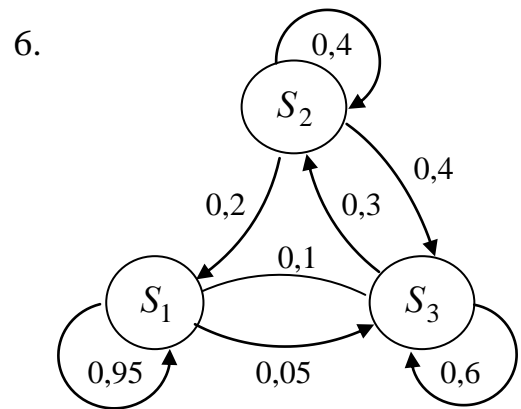
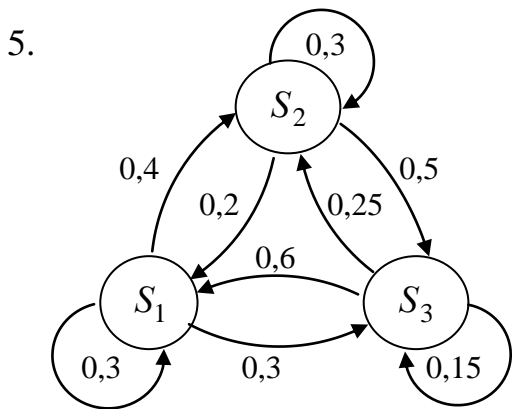
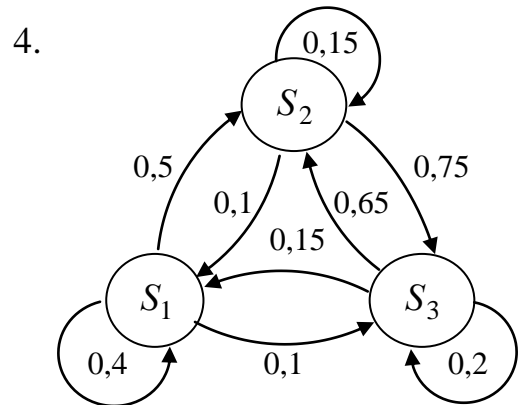
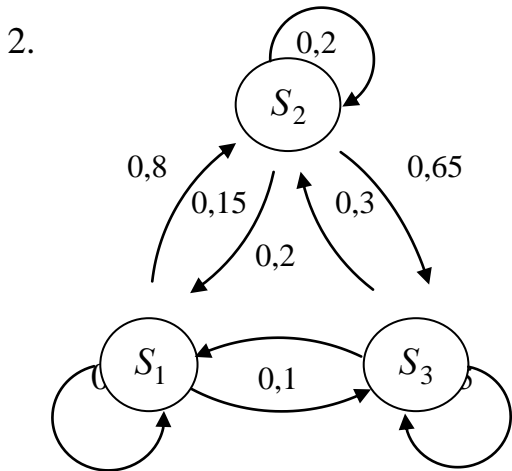
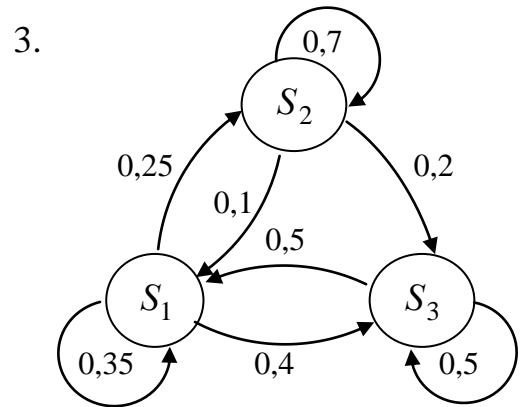
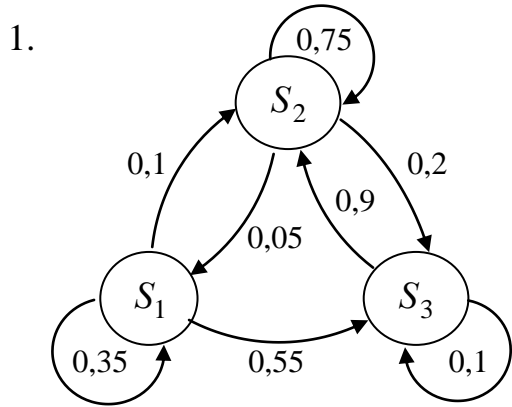
8	S_1	21	14	7	42
	S_2	32	96	16	144
	S_3	4	12	24	40
9	S_1	33	11	0	44
	S_2	15	90	30	135
	S_3	6	18	30	54
10	S_1	28	14	0	42
	S_2	26	91	13	130
	S_3	0	18	45	63
11	S_1	25	15	5	45
	S_2	17	136	51	204
	S_3	0	8	22	30
12	S_1	27	15	6	48
	S_2	26	91	39	156
	S_3	0	5	30	35
13	S_1	16	14	0	30
	S_2	12	71	17	100
	S_3	6	12	18	36
14	S_1	27	9	0	36
	S_2	24	84	36	144
	S_3	0	12	27	39
15	S_1	20	16	0	36
	S_2	55	77	11	143
	S_3	30	10	5	45
16	S_1	26	13	0	39
	S_2	18	162	18	198
	S_3	0	10	14	24
17	S_1	21	6	3	30
	S_2	30	165	15	210
	S_3	0	20	32	52
18	S_1	8	4	2	14
	S_2	28	63	14	105
	S_3	3	12	18	33
19	S_1	36	18	6	60
	S_2	13	104	39	156
	S_3	0	25	30	55

20	S_1	27	6	0	33
	S_2	34	170	17	221
	S_3	4	8	10	22
21	S_1	18	15	0	33
	S_2	18	144	36	198
	S_3	0	14	35	49
22	S_1	16	6	0	22
	S_2	33	110	22	165
	S_3	6	9	18	33
23	S_1	21	18	0	39
	S_2	45	120	30	195
	S_3	5	15	35	55
24	S_1	18	8	2	28
	S_2	26	78	39	143
	S_3	0	4	32	36
25	S_1	12	10	2	24
	S_2	9	81	36	126
	S_3	0	15	35	50
26	S_1	14	12	0	26
	S_2	14	168	28	210
	S_3	0	8	40	48
27	S_1	15	9	3	27
	S_2	30	105	60	195
	S_3	2	10	16	28
28	S_1	36	20	0	56
	S_2	62	104	26	192
	S_3	0	20	30	50
29	S_1	20	16	4	40
	S_2	14	154	42	210
	S_3	0	24	42	66
30	S_1	49	14	0	63
	S_2	48	160	16	224
	S_3	3	12	15	30

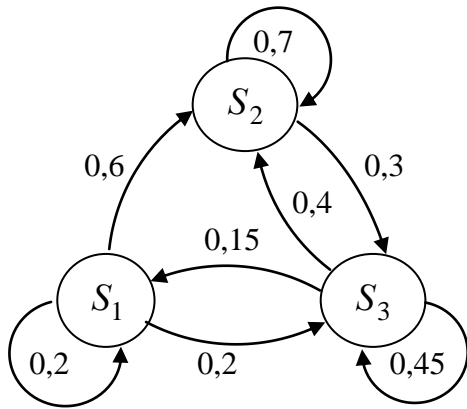
Необходимо:

- 1) Найти матрицу P вероятностей перехода.
- 2) Найти вектор состояния системы через два года ($t = 2$).

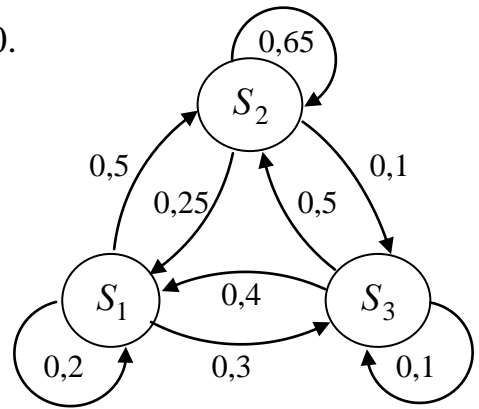
Задание 2. Найти матрицу вероятностей перехода, если соответствующий размеченный граф состояний имеет вид:



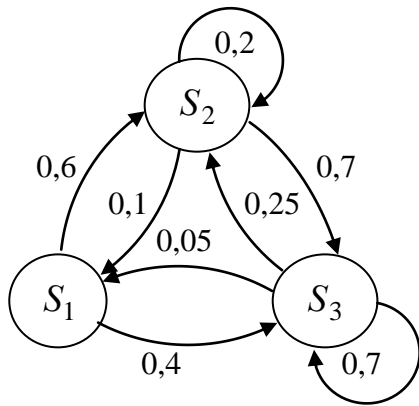
9.



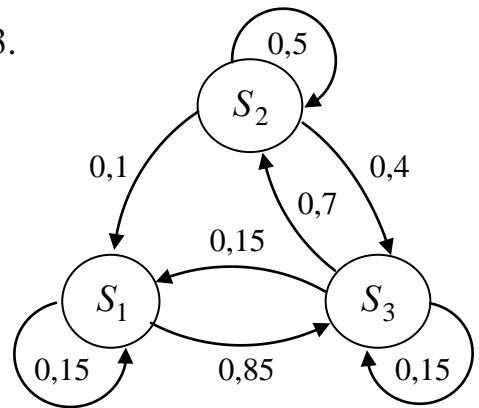
10.



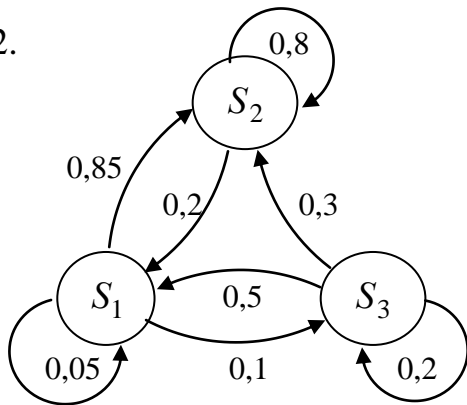
11.



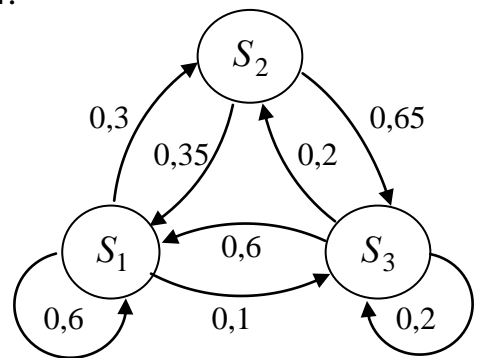
13.



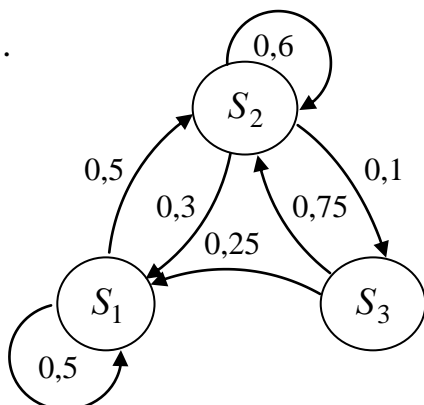
12.



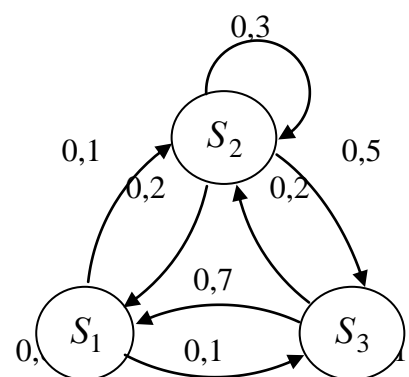
14.



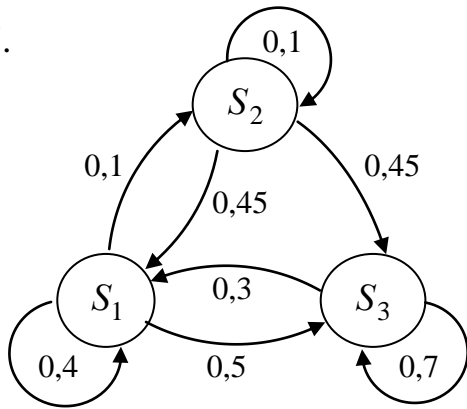
15.



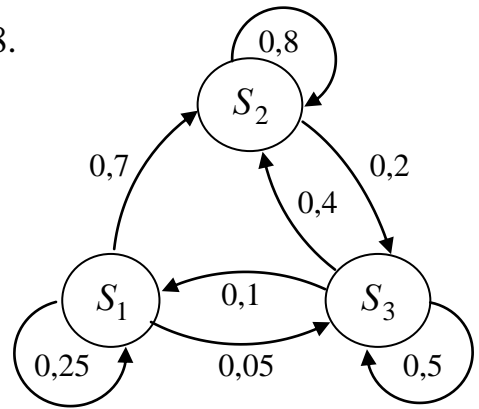
16.



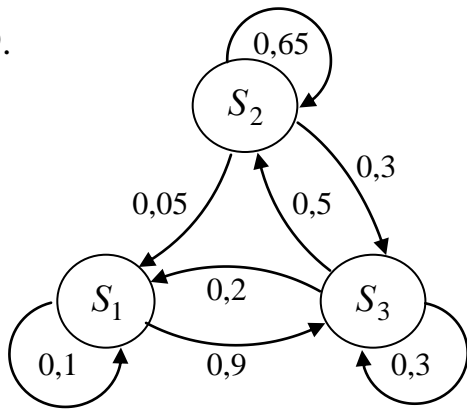
17.



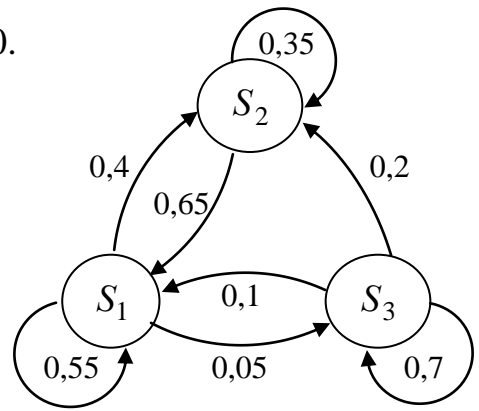
18.



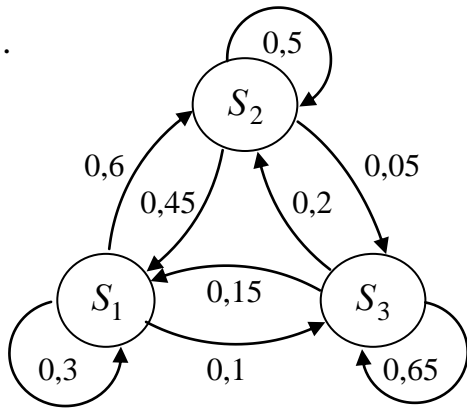
19.



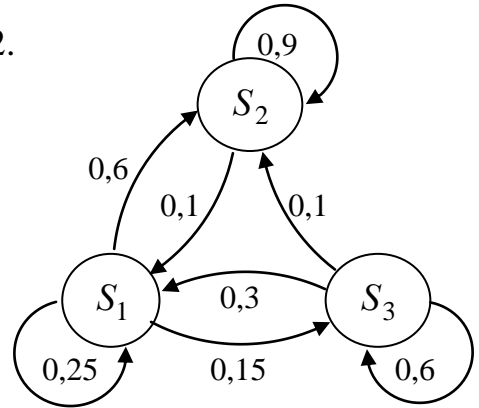
20.



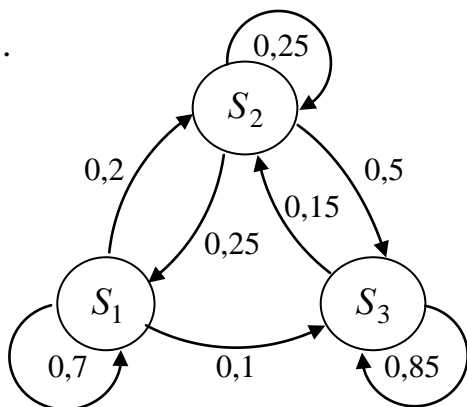
21.



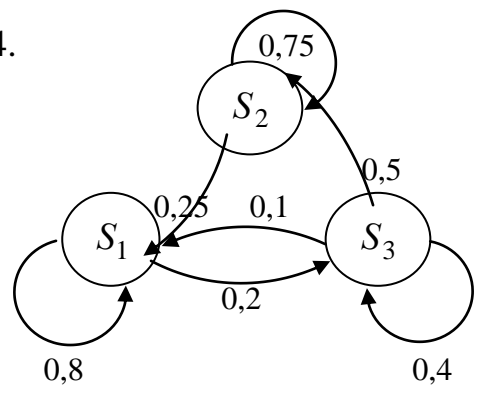
22.



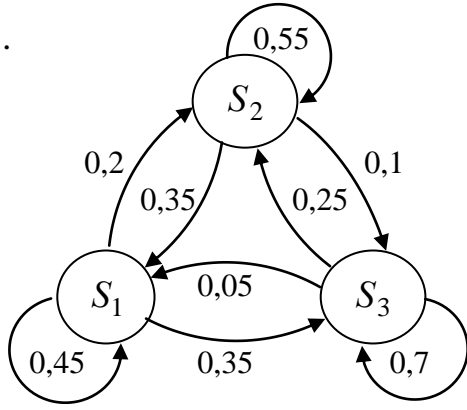
23.



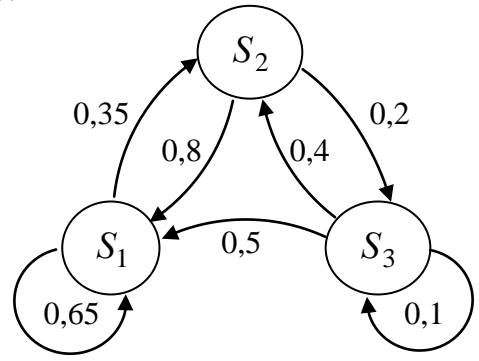
24.



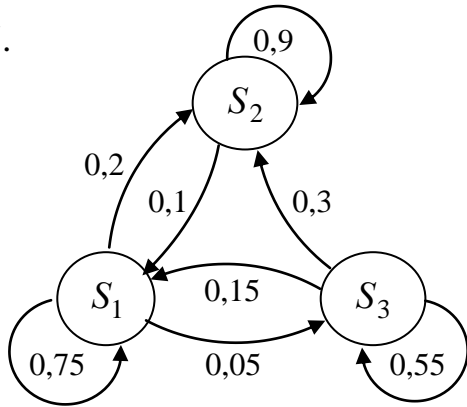
25.



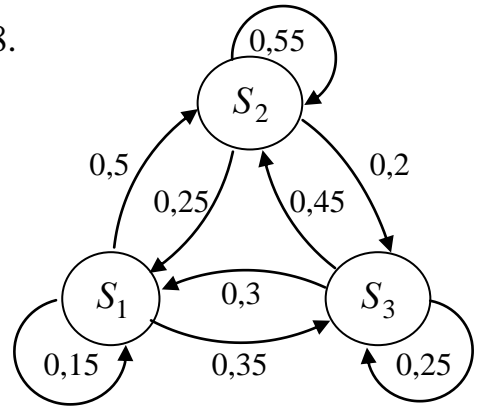
26.



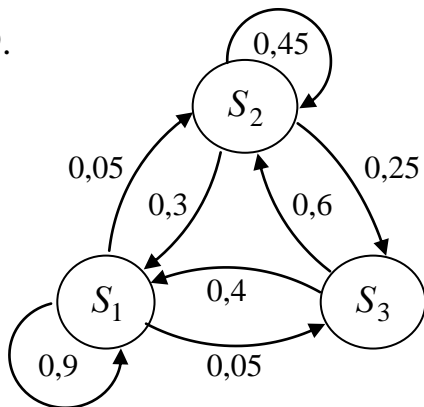
27.



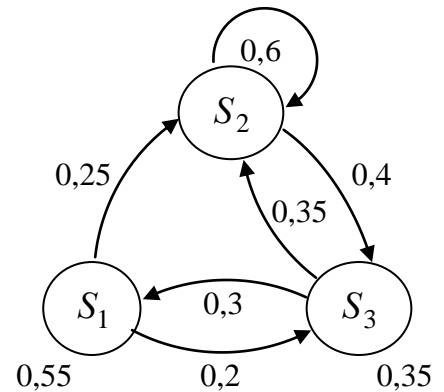
28.



29.



30.



Задание 3. Дана матрица P вероятностей

Построить граф состояний системы. Варианты заданий:

$$1) P = \begin{pmatrix} 0,61 & 0,24 & 0,15 \\ 0,1 & 0,83 & 0,07 \\ 0,11 & 0,17 & 0,72 \end{pmatrix};$$

$$2) P = \begin{pmatrix} 0,58 & 0,34 & 0,08 \\ 0,15 & 0,62 & 0,23 \\ 0 & 0,22 & 0,78 \end{pmatrix};$$

$$3) P = \begin{pmatrix} 0,81 & 0,19 & 0 \\ 0,28 & 0,56 & 0,16 \\ 0,08 & 0,17 & 0,75 \end{pmatrix};$$

$$4) P = \begin{pmatrix} 0,52 & 0,35 & 0,13 \\ 0,09 & 0,77 & 0,14 \\ 0 & 0,11 & 0,89 \end{pmatrix};$$

$$5) P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,18 & 0,12 \\ 0,18 & 0,49 & 0,33 \\ 0 & 0,09 & 0,91 \end{pmatrix};$$

$$6) P = \begin{pmatrix} 0,82 & 0,18 & 0 \\ 0,2 & 0,53 & 0,27 \\ 0,17 & 0,19 & 0,64 \end{pmatrix};$$

$$7) P = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,07 & 0 \\ 0,37 & 0,5 & 0,13 \\ 0,1 & 0,17 & 0,73 \end{pmatrix};$$

$$8) P = \begin{pmatrix} 0,84 & 0,16 & 0 \\ 0,18 & 0,57 & 0,25 \\ 0 & 0,12 & 0,88 \end{pmatrix};$$

$$9) P = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0 \\ 0,37 & 0,59 & 0,04 \\ 0,05 & 0,19 & 0,76 \end{pmatrix};$$

$$10) P = \begin{pmatrix} 0,66 & 0,24 & 0,1 \\ 0,19 & 0,54 & 0,27 \\ 0 & 0,08 & 0,92 \end{pmatrix};$$

$$11) P = \begin{pmatrix} 0,87 & 0,13 & 0 \\ 0,16 & 0,69 & 0,15 \\ 0,12 & 0,14 & 0,74 \end{pmatrix};$$

$$12) P = \begin{pmatrix} 0,71 & 0,18 & 0,11 \\ 0,15 & 0,65 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix};$$

$$13) P = \begin{pmatrix} 0,79 & 0,21 & 0 \\ 0,16 & 0,6 & 0,24 \\ 0 & 0,08 & 0,92 \end{pmatrix};$$

$$14) P = \begin{pmatrix} 0,86 & 0,14 & 0 \\ 0,2 & 0,63 & 0,17 \\ 0,07 & 0,22 & 0,71 \end{pmatrix};$$

$$15) P = \begin{pmatrix} 0,67 & 0,28 & 0,05 \\ 0,14 & 0,55 & 0,31 \\ 0,13 & 0,19 & 0,68 \end{pmatrix};$$

$$16) P = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0 \\ 0,38 & 0,49 & 0,13 \\ 0,08 & 0,15 & 0,77 \end{pmatrix};$$

$$17) P = \begin{pmatrix} 0,72 & 0,2 & 0,08 \\ 0,04 & 0,55 & 0,41 \\ 0 & 0,07 & 0,93 \end{pmatrix};$$

$$18) P = \begin{pmatrix} 0,83 & 0,17 & 0 \\ 0,24 & 0,54 & 0,22 \\ 0,1 & 0,21 & 0,69 \end{pmatrix};$$

$$19) P = \begin{pmatrix} 0,92 & 0,08 & 0 \\ 0,29 & 0,61 & 0,1 \\ 0,01 & 0,14 & 0,85 \end{pmatrix};$$

$$20) P = \begin{pmatrix} 0,88 & 0,12 & 0 \\ 0,21 & 0,57 & 0,22 \\ 0 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix};$$

$$21) P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,17 & 0,13 \\ 0,12 & 0,63 & 0,25 \\ 0 & 0,14 & 0,86 \end{pmatrix};$$

$$22) P = \begin{pmatrix} 0,91 & 0,09 & 0 \\ 0,38 & 0,5 & 0,12 \\ 0 & 0,13 & 0,87 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 23) P &= \begin{pmatrix} 0,82 & 0,18 & 0 \\ 0,32 & 0,53 & 0,15 \\ 0,06 & 0,16 & 0,78 \end{pmatrix}; & 24) P &= \begin{pmatrix} 0,89 & 0,11 & 0 \\ 0,29 & 0,62 & 0,09 \\ 0,07 & 0,35 & 0,58 \end{pmatrix}; \\
 25) P &= \begin{pmatrix} 0,76 & 0,24 & 0 \\ 0,26 & 0,51 & 0,23 \\ 0 & 0,16 & 0,84 \end{pmatrix}; & 26) P &= \begin{pmatrix} 0,65 & 0,26 & 0,09 \\ 0,13 & 0,73 & 0,14 \\ 0 & 0,19 & 0,81 \end{pmatrix}; \\
 27) P &= \begin{pmatrix} 0,67 & 0,3 & 0,03 \\ 0,23 & 0,56 & 0,21 \\ 0,1 & 0,11 & 0,79 \end{pmatrix}; & 28) P &= \begin{pmatrix} 0,74 & 0,15 & 0,11 \\ 0,36 & 0,52 & 0,12 \\ 0,15 & 0,17 & 0,68 \end{pmatrix}; \\
 29) P &= \begin{pmatrix} 0,59 & 0,35 & 0,06 \\ 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0,11 & 0,18 & 0,71 \end{pmatrix}; & 30) P &= \begin{pmatrix} 0,66 & 0,22 & 0,12 \\ 0,07 & 0,64 & 0,29 \\ 0 & 0,17 & 0,83 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Задание 4. Соотношение платежеспособных (состояние S_1) и неплатежеспособных (состояние S_2) клиентов банка в начале месяца определяется отношением $K = N(S_1) : N(S_2)$, а вероятности переходов между этими состояниями по истечении месяца характеризуются матрицей

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}.$$

Определить отношение K в конце месяца (или в начале следующего месяца). Варианты заданий:

№ варианта	$N(S_1)$	$N(S_2)$	p_{11}	p_{12}	p_{21}	p_{22}
1	2	3	4	5	6	7
1	12	5	0,8	0,2	0,4	0,6
2	9	3	0,7	0,3	0,2	0,8
3	10	4	0,6	0,4	0,1	0,9
4	8	3	0,5	0,5	0,3	0,7
5	7	2	0,4	0,6	0,2	0,8
6	11	3	0,9	0,1	0,3	0,7
7	15	4	0,7	0,3	0,4	0,6

8	13	5	0,6	0,4	0,5	0,5
9	6	1	0,8	0,2	0,1	0,9
10	9	2	0,5	0,5	0,4	0,6
11	17	3	0,4	0,6	0,7	0,3
12	18	7	0,9	0,1	0,2	0,8
13	14	3	0,3	0,7	0,8	0,2
14	19	6	0,7	0,3	0,1	0,9
15	20	7	0,8	0,2	0,3	0,7
16	8	5	0,6	0,4	0,2	0,8
17	16	3	0,5	0,5	0,3	0,7
18	25	4	0,4	0,6	0,1	0,9
19	12	7	0,9	0,1	0,4	0,6
20	13	3	0,8	0,2	0,2	0,8
21	17	4	0,3	0,7	0,6	0,4
22	7	3	0,6	0,4	0,3	0,7
23	5	1	0,8	0,2	0,5	0,5
24	9	4	0,7	0,3	0,3	0,7
25	10	3	0,5	0,5	0,2	0,8
26	7	1	0,8	0,2	0,1	0,9
27	5	2	0,7	0,3	0,2	0,8
28	15	2	0,6	0,4	0,3	0,7
29	11	4	0,9	0,1	0,4	0,6
30	16	5	0,8	0,2	0,3	0,7

Рекомендуемая литература

1. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 17, №№17.13 – 17.19.

Тема: Выборочный метод. (2 занятия)

Занятие 1.

Задача. В результате выборочного обследования стажа работы сотрудников предприятия получены данные, сведенные в таблицу:

Стаж работы (лет)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Число работников	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6

N – общее число сотрудников. Определить:

а) средний стаж работы и среднее квадратическое отклонение;

б) доверительный интервал, в котором с надежностью 0,9973 заключен средний стаж работы сотрудников всего предприятия при повторном и бесповторном отборе;

в) доверительный интервал, в котором с надежностью 0,9545 заключена доля сотрудников предприятия, имеющих стаж работы x_4 лет и более при повторном и бесповторном отборе.

1.

Стаж работы (лет)	1	3	6	9	10	13
Число работников	4	9	12	5	6	14

N=2500

2.

Стаж работы (лет)	3	7	8	10	12	15
Число работников	7	6	5	9	4	10

N=1100

3.

Стаж работы (лет)	2	5	8	9	12	14
Число работников	7	9	2	6	4	7

N=1000

4.

Стаж работы (лет)	4	6	7	9	10	13
Число работников	5	10	2	13	17	24

N=2100

5.

Стаж работы (лет)	5	6	7	9	12	15
Число работников	9	7	5	10	8	12

N=1500

6.

Стаж работы (лет)	5	6	7	9	11	15
Число работников	4	7	12	6	9	5

N=1200

7.

Стаж работы (лет)	1	3	4	5	7	8
Число работников	8	5	10	13	5	6

N=2200

8.

Стаж работы (лет)	3	7	8	9	11	14
Число работников	5	6	8	7	13	4

N=2600

9.	Стаж работы (лет)	1	3	7	12	14	15
	Число работников	6	4	8	9	3	2

N=2000

10.	Стаж работы (лет)	2	4	5	7	8	9
	Число работников	4	9	2	15	6	7

N=2100

11.	Стаж работы (лет)	4	8	12	16	20	24
	Число работников	4	2	6	22	12	9

N=5500

12.	Стаж работы (лет)	15	17	19	21	23	25
	Число работников	5	15	30	40	12	8

N=1100

13.	Стаж работы (лет)	22	26	30	34	38	42
	Число работников	18	16	38	58	40	30

N=2000

14.	Стаж работы (лет)	7	9	11	13	15	17
	Число работников	3	7	15	45	25	5

N=1000

15.	Стаж работы (лет)	41	43	45	47	49	51
	Число работников	8	32	57	63	37	7

N=2200

16.	Стаж работы (лет)	3	5	7	9	11	13
	Число работников	12	35	44	71	26	12

N=2000

17.	Стаж работы (лет)	2	4	6	8	10	12
	Число работников	4	9	20	40	19	8

N=1000

18.	Стаж работы (лет)	2	4	6	8	10	12
	Число работников	21	16	37	60	38	28

N=2000

19.	Стаж работы (лет)	4	6	8	10	12	14
	Число работников	4	9	12	5	6	14

N=2500

20.	Стаж работы (лет)	5	7	9	11	13	15
	Число работников	7	6	5	9	4	10

N=1100

21.	Стаж работы (лет)	3	6	9	12	15	18
	Число работников	7	9	2	6	4	7

N=1000

22.	Стаж работы (лет)	5	7	9	11	13	15
	Число работников	5	10	2	13	17	24

N=2100

23.	Стаж работы (лет)	4	7	10	13	16	19
	Число работников	9	7	5	10	8	12

N=1500

24.	Стаж работы (лет)	2	5	8	11	12	14
	Число работников	3	10	14	6	4	13

N=2500

25.	Стаж работы (лет)	1	4	9	13	17	21
	Число работников	8	5	10	13	5	6

N=2200

26.	Стаж работы (лет)	3	7	8	10	12	16
	Число работников	6	7	7	11	4	5

N=2000

27.	Стаж работы (лет)	2	6	9	11	14	18
	Число работников	6	8	4	8	4	5

N=700

28.	Стаж работы (лет)	3	7	8	10	11	12
	Число работников	4	9	5	12	18	22

N=1400

29.	Стаж работы (лет)	4	6	8	9	12	14
	Число работников	8	7	8	9	11	7

N=1000

30.	Стаж работы (лет)	4	6	8	9	11	14
	Число работников	3	6	11	9	8	3

N=800

Занятие 2

Задача 1. Для определения средней урожайности пшеницы в области произведена 20% типическая выборка с отбором единиц пропорционально посевной площади участков. Результаты выборки представлены в таблице.

Участки	Урожайность пшеницы (ц/га)				
	16,5 – 17,5	17,5 – 18,5	18,5 – 19,5	19,5 – 20,5	20,5 – 21,5
I	m_1	m_2	m_3		
II		m_4	m_5	m_6	
III		m_7	m_8	m_9	m_{10}

I. Определить

а) Средние урожайности \tilde{x}_j и дисперсии σ_j^2 по участкам.

б) Доли участков w_j с урожайностью не мене 18,5 ц/га по участкам.

Результаты считать с тремя знаками после запятой. Сам результат округлить до двух знаков после запятой.

Результаты разместить в таблице

	\tilde{x}_j	σ_j^2	w_j	n_j
I				
II				
III				

II. Определить

а) с вероятностью 0,9545 доверительный интервал, в котором заключена средняя урожайность пшеницы в области; б) с вероятностью 0,9973 довери-

тельный интервал для доли посевной площади, имеющей урожайность не менее 18,5 ц/га.

Номер варианта	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}
1	2	7	10	20	30	15	8	5	2	1
2	1	8	0	22	29	15	7	5	2	2
3	3	6	10	19	31	12	9	6	3	1
4	1	8	12	18	29	17	9	4	1	2
5	2	7	10	16	30	18	8	5	3	1
6	4	6	0	13	28	18	7	6	5	4
7	3	8	8	21	29	14	9	6	1	1
8	2	7	9	20	31	13	9	6	2	1
9	1	3	10	17	35	16	7	5	3	3
10	3	6	11	19	32	13	8	6	1	1
11	4	5	12	18	30	14	7	6	1	3
12	2	3	11	16	29	18	11	5	2	3
13	5	7	10	17	25	15	13	5	1	2
14	3	7	8	22	30	13	8	7	1	1
15	2	6	8	17	27	15	9	6	6	4
16	4	5	13	20	27	18	5	5	2	1
17	3	4	15	19	28	17	6	5	1	2
18	1	3	14	18	33	17	5	4	3	2
19	4	4	14	27	20	13	10	4	2	2
20	3	5	12	16	30	16	10	4	3	1
21	1	2	9	14	28	19	9	8	6	4
22	3	5	16	25	18	15	11	3	3	
23	2	7	9	16	28	14	12	5	4	1
24	1	3	11	16	34	17	8	7	2	3
25	2	6	15	26	16	15	11	5	1	1
26	3	5	14	16	24	15	12	6	3	3
27	2	4	9	18	30	20	10	5	1	2
28	1	8	10	15	30	20	9	4	1	1
29	2	3	7	17	34	19	8	5	2	2
30	3	4	8	19	30	17	9	6	3	3
										1

Задача 2. В районе N семей, из них N_1 – число семей рабочих, N_2 – число семей служащих, N_3 – число семей колхозников. Для определения числа детей в семье была проведена 10%-ная типическая выборка с отбором единиц пропорционально численности единиц типических групп (внутри типических

групп применялся метод случайного бесповторного отбора). Результаты выборки представлены в таблице.

Типы семей	Число семей в районе	Среднее число детей в семье	Среднее квадратическое отклонение
Рабочие	N_1	\tilde{x}_1	σ_1
Служащие	N_2	\tilde{x}_2	σ_2
Колхозники	N_3	\tilde{x}_3	σ_3

Номер варианта	N_1	N_2	N_3	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	\tilde{x}_3	σ_1	σ_2	σ_3
1	5000	1000	4000	2,5	1,8	2,2	0,5	1,0	0,7
2	5500	900	3500	2,6	1,5	2,0	0,6	0,5	0,9
3	4800	1000	4200	2,1	1,9	1,4	0,7	0,4	0,6
4	5000	4000	1000	1,8	2,5	2,2	1,0	0,7	0,5
5	3300	1700	5000	1,5	1,4	2,0	0,9	1,0	0,6
6	4300	2000	3700	1,2	1,6	2,3	0,7	0,8	0,9
7	1000	5000	4000	2,2	1,8	2,5	0,7	0,5	1,0
8	2500	1800	5700	2,0	1,9	2,0	1,0	0,6	0,8
9	2800	2100	5100	1,3	2,3	1,6	0,8	0,7	0,9
10	1000	4000	5000	2,2	2,5	1,8	0,5	0,7	1,0
11	1500	2500	6000	1,4	1,6	0,9	0,6	0,5	0,3
12	3500	1900	4600	2,1	1,3	1,0	0,7	0,4	0,4
13	4000	1000	5000	2,5	2,2	1,8	1,0	0,5	0,7
14	4300	1800	3900	1,5	1,4	0,8	0,9	0,8	0,5
15	5000	2500	2500	2,1	1,3	1,2	1,0	0,7	0,7
16	4000	5000	1000	1,8	2,2	2,5	0,7	1,0	0,5
17	3200	1700	5100	1,7	1,6	1,4	0,6	0,4	0,5
18	2700	2100	5200	1,6	1,5	1,3	0,8	0,9	0,6
19	3000	5000	2000	1,5	2,0	2,5	1,5	0,8	1,0
20	6200	1000	3800	1,4	1,3	1,5	0,9	0,7	0,6
21	3100	1800	5100	1,2	1,1	1,0	0,6	0,5	0,3
22	5000	3000	2000	2,0	1,5	2,5	0,5	1,5	1,0
23	4100	2600	3300	2,1	1,4	1,4	0,9	0,7	0,4
24	1900	2100	6000	1,5	0,9	1,7	0,7	0,8	0,5
25	2000	3000	5000	2,5	2,0	1,5	1,5	1,0	0,8
26	5500	1200	3300	2,0	1,0	1,4	0,5	0,6	0,7
27	4800	2000	3200	1,7	1,1	1,4	0,7	0,8	0,8
28	5000	2000	3000	2,0	2,5	1,5	1,0	0,7	0,5
29	2700	1800	5500	1,2	1,5	2,1	0,6	0,8	1,0
30	5400	1700	2900	1,6	0,9	1,1	0,5	0,4	0,3

С вероятностью 0,9545 определить доверительный интервал, в которых находится среднее число детей в семье по данному району.

Задача 3. Для определения доли рабочих завода, не выполняющих норму выработки, была произведена 10%-ная типическая выборка рабочих с отбором числа рабочих пропорционально численности типических групп (внутри типических групп применялся метод случайного бесповторного отбора). Результаты выборки представлены в таблице.

Цехи	Число рабочих в выборке	Доля рабочих, не выполняющих норму выработки (%)
I	n_1	w_1
II	n_2	w_2
III	n_3	w_3

Номер варианта	n_1	n_2	n_3	w_1	w_2	w_3
1	2	3	4	5	6	7
1	120	80	100	10	8	12
2	85	115	100	5	7	11
3	90	105	105	10	6	9
4	120	100	80	15	20	10
5	75	110	115	20	12	8
6	70	120	110	10	15	17
7	80	120	100	20	15	10
8	110	105	85	6	13	14
9	95	100	105	10	4	7
10	80	100	120	15	10	20
11	75	75	150	9	12	11
12	90	100	110	7	13	6
13	100	80	120	10	15	20
14	85	120	95	5	9	7
15	80	100	120	12	10	6
16	100	120	85	20	10	15
17	75	125	100	15	11	7
18	65	120	115	4	7	8
19	90	110	100	10	20	15
20	100	100	100	5	7	9
21	95	90	115	3	4	7
22	90	100	110	8	10	13
23	105	100	95	9	9	13
24	100	80	120	6	5	4

25	110	90	100	12	10	8
26	100	70	130	11	15	9
27	95	60	145	13	9	8
28	100	110	90	10	12	8
29	85	100	115	7	5	9
30	90	100	110	6	8	10

С вероятностью 0,9545 определить доверительный интервал, в котором находится доля рабочих завода, не выполняющих норму выработки.

Задача 4. Для определения доли рабочих, имеющих стаж работы более 10 лет, произведена 10%-ная типическая выборка служащих с отбором единиц пропорционально численности типических групп (внутри типических групп применялся метод случайного бесповторного отбора). Результаты выборки представлены в таблице.

Цехи	Число рабочих в выборке	Доля рабочих, имеющих стаж работы более 10 лет (%)
I	n_1	w_1
II	n_2	w_2
III	n_3	w_3

Номер варианта	n_1	n_2	n_3	w_1	w_2	w_3
1	2	3	4	5	6	7
1	14	16	20	30	40	50
2	17	23	10	28	45	49
3	31	8	11	44	16	23
4	20	15	15	25	35	45
5	15	23	12	31	43	18
6	20	19	11	16	52	21
7	12	16	22	10	15	17
8	7	28	15	47	18	36
9	13	19	18	21	27	49
10	16	13	21	60	70	90
11	24	9	17	37	43	15
12	31	9	10	15	62	41
13	18	16	16	24	32	44
14	11	14	25	20	14	23
15	22	17	11	31	23	40
16	24	16	10	57	62	77

17	15	20	15	23	41	48
18	32	6	12	41	16	30
19	17	24	9	22	37	45
20	19	21	10	37	31	25
21	32	12	6	16	25	50
22	25	13	12	34	47	38
23	5	15	30	25	63	52
24	14	6	30	31	24	15
25	12	20	18	15	24	38
26	25	13	12	14	40	25
27	16	17	17	40	33	15
28	16	16	19	20	28	46
29	18	20	12	45	35	50
30	10	14	26	33	14	27

Определить вероятность того, что доля служащих, имеющих стаж работы более 10 лет на предприятии, отличается от полученной в выборке по абсолютной величине не более, чем на 0,1 г.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 18, с. 141 – 172.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 18, №№18.33 – 18.40.

Тема: Статистическая проверка гипотез (1 занятие)

Задача 1. Для сравнения точности двух станков–автоматов по двум независимым выборкам объемов n_1 и n_2 , извлеченным из нормально распределенных генеральных совокупностей X_1 и X_2 , найдены выборочные средние квадратические отклонения σ_1 и σ_2 . При уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: D_1 = D_2$ при конкурирующей $H_1: D_1 > D_2$ (1-15 в.) и при $H_1: D_1 \neq D_2$ (16-30 в.). Какой из станков лучше налажен? Данные приведены в таблице.

Номер варианта	n_1	n_2	σ_1	σ_2	α
1	18	15	0,9	0,8	0,01
2	10	12	1,2	1,1	0,025
3	13	14	0,8	0,6	0,01
4	13	18	1,8	0,7	0,025
5	9	12	0,5	0,3	0,005
6	8	10	1,2	0,8	0,01
7	14	20	1,6	0,9	0,05
8	13	17	2,7	2,5	0,005
9	20	19	2,4	2,2	0,025
10	12	18	3,1	2,5	0,05
11	21	24	0,7	0,6	0,025
12	8	9	0,8	0,6	0,05
13	12	11	3,3	2,8	0,025
14	11	14	1,7	0,8	0,01
15	7	10	0,6	0,3	0,025
16	16	11	1,6	3,2	0,02
17	17	13	1,5	1,8	0,05
18	14	12	3,1	3,6	0,02
19	17	20	0,6	0,4	0,01
20	12	16	1,1	2,7	0,1
21	13	15	0,1	0,4	0,02
22	18	13	1,3	2,2	0,05
23	13	10	2,7	2,4	0,01
24	10	14	2,7	2,9	0,02
25	11	12	1,3	0,7	0,05
26	14	17	0,9	1,2	0,1
27	10	9	1,3	0,9	0,05
28	11	15	0,2	0,6	0,01
29	13	15	1,8	0,9	0,02
30	15	14	0,5	0,4	0,01

Задача 2. Для сравнения производительности труда рабочих двух цехов экономист исследовал среднюю выработку рабочих. Обследовано n_1 рабочих в первом цехе и n_2 рабочих во втором цехе. Найдены выборочные средние \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 и выборочные дисперсии σ_1^2 и σ_2^2 . Считая, что выборки извлечены из нормальных генеральных совокупностей, при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ при конкурирующей $H_1 : \bar{x}_1 < \bar{x}_2$ (1-

10 в), $H_1: \bar{x}_1 > \bar{x}_2$ (11-20 в.), $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$ (21-30 в.) Можно ли считать, что рабочие обоих цехов имеют одинаковую производительность труда? Данные приведены в таблице.

№ варианта	n_1	n_2	\bar{x}_1	\bar{x}_2	σ_1^2	σ_2^2	α
1	10	11	150	158	20	18	0,01
2	15	13	148	153	21	20	0,025
3	14	12	152	156	21	20	0,005
4	12	14	154	156	12	11	0,01
5	11	16	134	138	15	14	0,05
6	11	15	130	136	17	15	0,005
7	11	14	135	141	20	16	0,025
8	14	15	164	172	15	24	0,01
9	13	11	158	162	20	19	0,05
10	24	22	142	152	15	20	0,01
11	14	10	126	122	26	22	0,025
12	11	12	155	150	20	19	0,05
13	14	13	146	141	20	18	0,01
14	12	16	125	123	13	14	0,05
15	17	13	127	125	16	15	0,01
16	16	17	140	138	14	12	0,05
17	13	12	141	135	14	10	0,005
18	10	9	154	152	16	14	0,01
19	20	18	146	144	17	24	0,05
20	10	13	124	122	18	16	0,005
21	11	13	146	141	22	21	0,01
22	17	15	114	119	24	21	0,01
23	13	10	147	150	21	19	0,05
24	14	15	130	134	21	18	0,05
25	10	12	151	155	19	18	0,01
26	12	13	145	142	21	19	0,05
27	16	12	148	153	22	20	0,01
28	20	14	172	176	16	22	0,02
29	15	16	142	140	17	16	0,01
30	13	14	155	151	19	17	0,05

Задача 3. Для исследования влияния двух типов удобрений на урожайность пшеницы было засеяно n_1 и n_2 опытных участков. Найдены выборочные средние \tilde{x}_1 и \tilde{x}_2 . Дисперсии генеральных совокупностей соответственно равны D_1 и D_2 . Считая, что урожайность пшеницы подчиняется закону нормального

распределения, при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ при конкурирующей $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$ (1-10 в.), $H_1: \bar{x}_1 < \bar{x}_2$ (11-20 в.), $H_1: \bar{x}_1 > \bar{x}_2$ (21-30 в.) Зависит ли урожайность пшеницы от типа внесенных удобрений? Какой тип удобрений целесообразнее использовать? Данные приведены в таблице:

№ варианта	n_1	n_2	\bar{x}_1	\bar{x}_2	D_1	D_2	α
1	46	43	26,2	25,4	9,5	8,4	0,001
2	54	57	20,5	18,8	3,4	3,9	0,01
3	63	68	20,6	22,8	2,0	2,5	0,05
4	52	54	19,2	18,6	3,8	4,2	0,005
5	62	67	22,7	21,6	2,6	2,9	0,01
6	54	58	24,4	23,9	5,1	4,9	0,005
7	56	52	18,7	22,1	2,3	2,8	0,01
8	68	62	23,9	20,8	2,1	2,6	0,05
9	53	55	19,3	18,7	4,2	4,5	0,001
10	48	46	24,7	22,5	1,9	1,7	0,05
11	35	36	25,1	28,3	2,7	2,6	0,05
12	38	35	24,4	24,8	4,2	4,7	0,001
13	41	45	25,1	28,2	2,2	2,7	0,05
14	53	50	20,7	21,6	4,1	4,4	0,005
15	40	44	18,4	26,5	2,2	3,4	0,05
16	60	64	19,9	20,4	4,5	4,7	0,001
17	65	64	23,3	25,5	2,2	2,4	0,05
18	50	53	25,7	26,2	3,1	3,4	0,01
19	42	49	22,4	24,2	3,7	2,3	0,05
20	70	74	20,2	21,4	5,4	5,2	0,001
21	39	41	23,9	23,5	1,9	1,7	0,001
22	46	49	21,5	20,2	3,8	3,5	0,01
23	47	45	25,5	24,5	1,6	1,4	0,05
24	36	48	19,8	19,3	3,8	4,2	0,01
25	70	71	27,8	26,9	4,5	4,9	0,001
26	49	52	26,9	24,5	2,8	1,9	0,01
27	48	54	22,3	21,1	2,1	2,6	0,05
28	44	40	22,5	21,6	3,9	3,8	0,01
29	57	52	21,2	20,9	3,5	3,2	0,001
30	41	43	23,6	20,2	1,9	2,0	0,05

Задача 4. Стандартный вес детали, изготовленной станком–автоматом, должен быть равен a (г). Результат выборочной проверки веса n изделий приве-

ден в таблице (колонка 5). Считая, что вес деталей подчиняется нормальному распределению, при уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: \bar{x} = a$ при конкурирующей $H_1: \bar{x} > a$ (1-10 в.), $H_1: \bar{x} \neq a$ (11-20 в.), $H_1: \bar{x} < a$ (21-30 в.). Нуждается ли станок в наладке?

Номер варианта	n	a	α	Результат выборки					
				x_i					
1	27	44	0,01	x_i	10	30	40	60	70
				m_i	1	6	11	7	2
2	22	50	0,01	x_i	47	48	50	52	53
				m_i	2	4	8	5	3
3	27	60	0,05	x_i	58	59	60	61	63
				m_i	3	5	10	5	4
4	28	27	0,01	x_i	26	27	30	32	33
				m_i	9	8	7	3	1
5	29	38	0,05	x_i	37	38	39	40	42
				m_i	9	7	6	4	3
6	28	50	0,01	x_i	46	48	51	52	53
				m_i	4	5	6	7	6
7	29	88	0,05	x_i	85	86	87	90	92
				m_i	2	6	15	5	1
8	23	80	0,01	x_i	75	76	79	82	84
				m_i	2	3	6	7	5
9	27	97	0,05	x_i	95	97	100	101	102
				m_i	5	8	7	4	3
10	20	35	0,05	x_i	33	34	35	37	38
				m_i	4	3	4	6	3
11	29	100	0,1	x_i	95	97	98	100	102
				m_i	2	5	12	7	3
12	27	19	0,05	x_i	10	15	20	25	30
				m_i	4	6	11	4	2
13	20	20	0,1	x_i	15	17	20	21	22
				m_i	3	5	2	6	4
14	23	105	0,01	x_i	95	100	105	106	107
				m_i	2	3	5	7	6
15	27	85	0,1	x_i	80	82	84	85	87

				m_i	5	6	7	5	4
16	24	60	0,01	x_i	55	57	59	62	63
				m_i	4	7	8	3	2
17	27	60	0,1	x_i	56	58	59	61	62
				m_i	7	5	9	4	2
18	27	40	0,05	x_i	36	37	40	42	43
				m_i	4	5	6	8	4
19	26	80	0,1	x_i	74	75	79	80	82
				m_i	4	4	5	6	7
20	24	90	0,1	x_i	88	89	90	91	92
				m_i	7	6	5	4	2
21	29	40	0,05	x_i	38	39	40	41	42
				m_i	2	8	12	6	1
22	28	75	0,01	x_i	70	72	74	75	76
				m_i	3	6	10	7	2
23	29	10	0,05	x_i	5	7	10	15	16
				m_i	3	10	11	3	2
24	26	150	0,01	x_i	146	147	148	150	152
				m_i	1	6	12	5	2
25	21	30	0,05	x_i	25	27	29	30	32
				m_i	2	5	7	6	1
26	29	45	0,01	x_i	40	42	45	46	47
				m_i	2	4	12	7	4
27	29	75	0,05	x_i	70	72	75	77	79
				m_i	3	6	10	8	2
28	24	100	0,01	x_i	85	90	100	105	110
				m_i	3	4	8	7	2
29	28	70	0,05	x_i	65	66	69	71	73
				m_i	6	8	7	5	2
30	25	19	0,01	x_i	16	17	19	20	22
				m_i	2	4	10	7	2

Задача 5. Размер изделия подчиняется закону нормального распределения. В результате выборочной проверки n изделий получена выборочная средняя \tilde{x} . Генеральная дисперсия D известна. При уровне значимости α проверить

нулевую гипотезу $H_0: \bar{x} = a$ при конкурирующей $H_1: \bar{x} < a$ (1-10 в.), $H_1: \bar{x} > a$ (11-20 в.), $H_1: \bar{x} \neq a$ (21-30 в.). Удовлетворяет ли размер изделия стандарту a ?

№ варианта	n	\bar{x}	D	a	α
1	45	497	36	500	0,01
2	56	378	49	380	0,025
3	60	368	47	370	0,05
4	36	0,48	0,013	0,5	0,01
5	125	1180	3250	1200	0,025
6	196	0,68	0,0125	0,7	0,05
7	105	0,79	0,017	0,8	0,05
8	225	0,89	0,0124	0,9	0,025
9	100	1180	3200	1250	0,02
10	120	1380	4250	1400	0,01
11	100	0,81	0,0169	0,8	0,025
12	95	0,82	0,018	0,8	0,01
13	225	0,91	0,012	0,9	0,05
14	150	1420	4290	1400	0,01
15	60	352	46	350	0,05
16	75	364	48	360	0,02
17	170	0,72	0,015	0,7	0,02
18	193	0,73	0,014	0,7	0,01
19	50	502	37	500	0,01
20	64	403	51	400	0,025
21	35	0,53	0,0121	0,5	0,05
22	100	27,56	27,04	26	0,02
23	169	0,63	0,0121	0,6	0,01
24	130	1430	2840	1400	0,02
25	156	1590	5030	1500	0,01
26	50	452	32	450	0,025
27	220	0,92	0,011	0,9	0,05
28	95	27,1	26,1	27	0,005
29	38	0,49	0,01	0,65	0,05
30	105	28,3	27,5	28	0,01

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 19, с. 176 – 191.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл. 19, №№19.12 – 19.22.

Тема: Корреляционный анализ (1 занятие)

Задача. Методами корреляционно – регрессионного анализа изучить влияние факторного признака на результативный признак:

- 1) определить уравнение регрессии;
- 2) вычислить выборочные показатели тесноты связи между признаками;
- 3) проверить гипотезу о значимости показателя тесноты связи в генеральной совокупности при $\alpha = 0,01$ и $n^* = 100$;
- 4) оценить показатель тесноты связи в генеральной совокупности;
- 5) сделать прогноз для результативного признака при значении $x_0 = x_{\max} + 2$. Варианты заданий:

1. Зависимость потребления некоторого продукта Y (кг) от среднедушевого дохода X (тыс. руб.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	2,6	5,7	9,3	11,9	15,1	17,9

2. Зависимость веса индюшки Y (кг) от количества витаминных кормовых добавок X (мг)

X	2	3	4	5	6	7
Y	3,5	4,2	5,1	5,9	6,9	7,8

3. Зависимость среднедневной заработной платы Y (100 руб.) от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного X (100 руб.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	2,3	3,5	4,8	5,9	6,4	8,5

4. Зависимость себестоимости единицы продукции Y (руб./шт.) предприятия от трудоемкости единицы продукции X (чел./час)

X	1	2	3	4	5	6
Y	1,8	4,5	7,1	9,2	11,2	14,5

5. Зависимость удельного постоянного расхода Y (руб.) от объема выпускаемой продукции X (тыс. шт.)

X	2	3	4	5	6	7
Y	4,5	5,7	7,3	8,6	9,5	11,4

6. Зависимость потребления материала Y (руб.) от объема производства продукции X (тыс. шт.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	2,7	5,9	8,5	11,9	15,1	17,9

7. Зависимость среднемесячной производительности труда Y (детали/час) от количества обучений на курсах повышения квалификации X (ед.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	2,8	8,1	13,4	19,1	23,8	29,1

8. Зависимость объема производства Y (тыс.ед.) от численности занятых X (100 чел.)

X	2	3	4	5	6	7
Y	5,1	6,4	7,6	8,9	9,9	10,8

9. Зависимость объема продаж Y (тыс.руб.) от расходов на рекламу X (тыс. руб.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	0,3	1,5	3,3	4,6	6,1	7,5

10. Зависимость расходов предприятия Y (тыс. руб.) от объема производства X (шт.)

X	2	3	4	5	6	7
Y	0,7	2,4	4,1	5,7	7,3	8,9

11. Доля денежных доходов, направленных на прирост сбережений во вкладах, Y (%) от среднемесячной начисленной зарплаты X (тыс. руб.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	5,3	9,6	13,3	17,8	21,8	25,9

12. Зависимость выпуска валовой продукции Y (млн. руб.) от стоимости основных фондов X (млн. руб.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	13,3	17,6	23,4	25,0	26,4	30,1

13. Зависимость стоимости монтажа объекта Y (тыс. руб.) от расхода железобетона X (тыс. куб/м)

X	2	3	4	5	6	7
Y	12,0	16,4	18,0	21,3	23,4	28,3

14. Зависимость между стоимостью основных фондов X (млн. руб.) и численностью персонала Y (сотни чел) в машиностроении

X	1	2	3	4	5	6
Y	4,9	7,4	9,0	12,2	14,3	18,2

15. Зависимость между посевной площадью X (тыс. га) и поголовьем крупного рогатого скота Y (кол-во голов)

X	1	2	3	4	5	6
Y	61	96	121	144	169	195

16. Зависимость между денежными средствами, вложениями в программное обеспечение станка с ЧПУ, X (тыс. руб.) и производительностью труда рабочего Y (дет./час)

X	1	2	3	4	5	6
Y	4,4	7,1	9,8	12,3	14,9	17,5

17. Зависимость срока бесперебойной работы агрегата Y (100 суток) от частоты его профилактического ремонта X (ед./год)

X	1	2	3	4	5	6
Y	0,5	2,1	3,7	5,1	6,7	8,4

18. Зависимость прибыли предприятия Y (100 тыс.руб.) от количества сотрудников, прошедших переподготовку X (10 чел.)

X	2	3	4	5	6	7
Y	7,8	11,1	14,2	17,3	20,4	23,6

19. Зависимость поголовья овец в стаде Y (100 голов) от количества охраняющих их сторожевых овчарок X (ед.)

X	1	2	3	4	5	6
Y	0,38	0,69	1,1	1,4	1,7	2,1

20. Зависимость количества служащих музея Y (10 чел.) от площади экспозиции X (1000 м²)

X	1	2	3	4	5	6
Y	6,8	10,9	15,1	19,3	23,4	27,6

21. Результат наблюдений розничного товарооборота Y (млн. руб.) магазина от числа работников X

X	2	3	4	5	6	7
Y	9,1	12,8	17,1	20,9	25,2	29

22. Результат наблюдений среднесуточной переработки свеклы Y (тонн) от основных производственных средств X (тыс.руб.)

X	2	3	4	5	6	7
Y	2,9	5,1	6,9	8,9	11,2	13

23. Результат наблюдений выработки одного рабочего за смену Y (шт.) от квалификации X (разряд)

X	2	3	4	5	6	7
Y	9,9	14,2	17,8	22,1	25,9	30

24. Результат наблюдений зависимости урожайности Y (ц/га) от количества удобрений X (ц)

X	1	2	3	4	5	6
Y	3,1	4,8	6,8	9,1	11,1	13

25. Результат наблюдений зависимости производительности труда рабочего за смену Y (шт.) от стажа X (года)

X	2	3	4	5	6	7
Y	4,9	9,2	13,1	16,9	21,2	25

26. Результат наблюдений зависимости расходов членов семьи на одежду в квартал Y (тыс. руб.) от доходов семьи X (тыс. руб.)

X	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Y	6,8	9,1	10,8	13,1	14,8	17

27. Результат наблюдений рентабельности Y (%) производства от фондовооруженности X (тыс. руб.)

X	2	4	6	8	10	12
Y	3,1	4,2	4,9	5,8	7,1	8

28. Результат наблюдений зависимости высоты ствола сосны Y (м) от диаметра X (см)

X	2	3	4	5	6	7
Y	3,2	4,1	5,0	5,9	6,1	7,8

29. Результат наблюдений зависимости электровооруженности Y (млн. руб.) от фондовооруженности X (млн. руб.)

X	2	4	6	8	10	12
Y	1,9	3,2	4,8	5,1	5,9	7

30. Результат наблюдений зависимости зарплаты Y (тыс. руб.) от стажа работы X (лет)

X	1	2	3	4	5	6
Y	4,8	8,1	11,2	13,9	17,1	19,9

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч. 2 / Под ред. Р.Ш. Марданова – Казань: Изд-во КФЭИ, 2001. - Гл.. 20, с. 192 – 221.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие под ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГУ, 2009. - Гл.. 20, №№20.2 – 20.3.

Критические точки распределения F Фишера – Снедекора(k₁ – число степеней свободы большей дисперсии,k₂ – число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha = 0,01$												
k ₁ \ k ₂	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,50	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

Уровень значимости $\alpha = 0,05$												
k ₁ \ k ₂	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Критические точки распределения Фишера – Снедекора

k ₂	Уровень значимости $\alpha = 0,025$											
	k ₁											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	647,7	799,5	864,1	899,5	921,8	937,1	946,6	956,6	961,6	966,6	971,6	976,7
2	38,51	30,00	39,16	39,25	39,30	39,33	39,35	39,37	39,38	39,39	39,41	39,42
3	17,43	16,04	15,44	15,10	14,88	14,74	14,64	15,54	14,49	14,44	14,40	14,34
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,09	8,98	8,93	8,86	8,80	8,75
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,82	6,76	6,70	6,64	6,58	6,52
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,71	5,60	5,54	5,48	5,43	5,37
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,28	5,12	5,01	4,90	4,84	4,78	4,72	4,67
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,55	4,43	4,37	4,31	4,25	4,20
9	7,21	5,72	5,08	4,72	4,48	4,32	4,21	4,10	4,04	3,98	3,92	3,87
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	4,02	3,86	3,80	3,74	3,68	3,62
11	6,72	5,26	4,64	4,28	4,04	3,88	3,72	3,66	3,61	3,55	3,49	3,43
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,46	3,41	3,35	3,28
13	6,41	4,96	4,35	4,00	3,77	3,60	3,50	3,39	3,33	3,27	3,21	3,15
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,68	3,50	3,41	3,28	3,22	3,16	3,10	3,05
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,42	3,31	3,20	3,14	3,08	3,02	2,96
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,23	3,12	3,06	3,00	2,94	2,89
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,17	3,06	3,00	2,94	2,88	2,82

k ₂	Уровень значимости $\alpha = 0,005$											
	k ₁											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	16211	20000	21615	22500	23056	23437	23681	23925	24025	24125	24225	24426
2	198,5	199,0	199,1	199,2	199,3	199,3	199,3	199,3	199,3	199,3	199,4	199,4
3	55,55	49,8	47,47	46,20	45,39	44,84	44,48	44,13	44,18	44,23	44,28	43,39
4	31,33	26,28	24,26	23,16	22,46	21,98	21,65	21,35	21,19	21,02	20,86	20,70
5	22,78	18,31	16,53	15,56	14,94	14,51	14,23	13,96	13,83	13,68	13,53	13,38
6	18,64	14,54	12,92	12,03	11,46	11,07	10,82	10,57	10,44	10,31	10,18	10,03
7	16,24	12,40	10,88	10,05	9,52	9,16	9,14	8,68	8,56	8,44	8,32	8,18
8	14,69	11,04	9,60	8,80	8,30	7,95	7,72	7,50	7,38	7,26	7,14	7,02
9	13,61	10,11	8,72	7,96	7,47	7,13	6,91	6,69	6,58	6,47	6,36	6,23
10	12,83	9,43	8,08	7,34	6,87	6,54	6,33	6,12	6,01	5,90	5,79	5,66
11	12,23	8,91	7,60	6,88	6,42	6,10	5,89	5,68	5,57	5,46	5,35	5,24
12	11,75	8,51	7,23	6,52	6,07	5,76	5,55	5,34	5,23	5,12	5,02	4,91
13	11,37	8,19	6,93	6,23	5,79	5,48	5,28	5,08	4,97	4,86	4,75	4,64
14	11,06	7,92	6,68	6,00	5,56	5,26	5,06	4,86	4,75	4,64	4,54	4,43
15	10,80	7,70	6,48	5,80	5,37	5,07	4,87	4,67	4,57	4,46	4,36	4,25
16	10,58	7,51	6,30	5,64	5,21	4,91	4,71	4,52	4,41	4,31	4,21	4,10
17	10,38	7,35	6,16	5,50	5,08	4,78	4,59	4,39	4,29	4,18	4,08	3,97

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	0,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00010
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,434	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,0	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,2	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Критические точки распределения λ

Уровень значимости	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
λ	1,073	1,224	1,358	1,520	1,627	1,950