УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 152, кн. 3 Физико-математические науки *2010*

УДК 530.145:535.14

РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР В ПОЛЕ ДВУХ ВСТРЕЧНЫХ СИЛЬНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ И НЕЛОКАЛЬНОСТЬ ФОТОН-ФОТОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, М.А. Хамадеев

Аннотация

Исследована проблема рождения из вакуума электрон-позитронных пар в поле двух встречных сильных лазерных пучков. Показано, что обобщенное динамическое уравнение позволяет при описании такого процесса учесть естественную нелокальность фотон-фотонного взаимодействия.

Ключевые слова: фотон-фотонное взаимодействие, сильные лазерные поля.

Введение

Исследование физических процессов, проявляющихся в сильных лазерных полях, является весьма актуальной задачей. Это связано с бурным прогрессом в области создания мощных лазеров [1]. На сегодняшний день достигнуты мощности лазеров порядка 10^{22} Вт/см^2 и ожидается, что эта цифра будет увеличена [1, 2]. Особый интерес представляет собой достижение величины поля, равной $E_{cr} = m^2/e = 1.3 \cdot 10^{16}$ В/см, где e и m – заряд и масса электрона (здесь и далее используется естественная система единиц $\hbar = c = 1$), что соответствует интенсивности $4.6 \cdot 10^{29}$ Вт/см^2 [3]. Это значение носит название швингеровского предела. При таких значениях напряженности электрического поля виртуальная электрон-позитронная пара приобретает энергию порядка своей массы покоя на расстоянии комптоновской длины волны электрона [1]. Этот процесс можно представить с помощью диаграммы Фейнмана, изображенной на рис. 1. Характерное время рождения виртуальной пары $\Delta t_b \sim \dfrac{1}{2m_e}$, и в швингеровском пределе энергии поля достаточно, чтобы пара за это время накопила необходимую для рождения энергию. Однако и в более слабых полях может появиться возможность рождения реальных пар. Рассмотрим схему, при которой рождение происходит в области фокусировки двух сильных встречных лазерных пучков в вакууме [3, 4]. Если длину волны излучения взять за 100 нм, то время пролета фотона этой области окажется порядка 10^{-15} с, что на 6 порядков больше Δt_b. Этого времени может оказаться достаточно для рождения реальных электрон-позитронных пар. Расчеты, сделанные авторами статьи [3], показывают, что эффективное рождение пар в такой схеме начинается уже при интенсивностях поля порядка 10^{26} Вт/см^2. Результаты, полученные в [3], основываются, вслед за ранними работами [5–7], на учете взаимодействия электрон-позитронных пар с классическим полем. Однако до сих пор остается открытым вопрос, можно ли считать поле, взаимодействующее с частицами в течение времени Δt_b, классическим. В работе [4] была сделана попытка анализа физических процессов в столкновении двух мощных лазерных пучков методами стандартной квантовой электродинамики (КЭД). Обычно процессы,

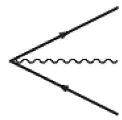

Рис. 1. Фейнмановская диаграмма рождения фотона и электрон-позитронной пары в присутствии сильного электрического поля. Жирные фермионные линии обозначат тот факт, что электрон и позитрон «одеты» этим полем

связанные с вакуумной нелинейностью в сильных полях, описывают с использованием эффективного лагранжиана Эйлера – Гейзенберга (E-H). Однако этот лагранжиан применим только при низких энергиях фотона $\omega \ll m$ [8]. Кроме того, E-H-лагранжиан не позволяет учесть естественную нелокальность эффективного фотон-фотонного взаимодействия. Для решения этой проблемы было предложено вводить в плотность функции Лагранжа добавки, содержащей нелокальный формфактор [4]. Однако известно, что подобная процедура является непоследовательной и приводит к потере лоренцевской инвариантности или унитарности теории. Причина этого в том, что уравнение Шредингера, которое описывает динамику физических систем в обычной квантовой механике, является локальным во времени. Чтобы учет нелокальности был последовательным и не приводил к противоречиям, необходимо, чтобы основное уравнение динамики позволяло нелокальные во времени взаимодействия. Поэтому за основу в настоящей работе был взят формализм обобщенной квантовой динамики (ОКД) [9]. Предсказательная сила этого формализма была продемонстрирована на примере эффективной теории поля ядерных сил [10, 11]. Целью настоящей работы является обсуждения проблемы рождения электрон-позитронных пар в сильных лазерных полях и поиск пути решения в рамках строгого подхода, основанного на современных концепциях квантовой теории.

1. Рождение электрон-позитронных пар в сильных полях

В 1936 г. Гейзенберг и Эйлер получили лагранжиан, содержащий поправку, обусловленную фотон-фотонным взаимодействием через рождение виртуальной электрон-позитронной пары

$$L^{(\mathrm{E-H})} = \frac{2\alpha^2}{45m^4}\left[\left(\mathbf{H}^2-\mathbf{E}^2\right)^2+7\left(\mathbf{H}\cdot\mathbf{E}\right)^2\right], \tag{1}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – это операторы электрического и магнитного полей. Известно, что лагранжиан $L^{(\mathrm{E-H})}$ обладает экспоненциально убывающей с уменьшением интенсивности поля мнимой частью, которая соответствует рождению пары [12]. Швингером была рассчитана вероятность такого рождения в присутствии статического электрического поля $E_l = \rho_l E_{\mathrm{cr}}$ [7]:

$$W = 2\cdot \mathrm{Im}\,(L^{E-H}(\rho_L)) = \frac{2m^4}{(2\pi)^3}\,\rho_L^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\,\exp\,(-\frac{n\pi}{\rho_L}) \tag{2}$$

Задача о рождении пар в поле, создаваемом двумя встречными сфокусированными лазерными пучками, рассматривалась в [3]. В качестве основания для использования выражения (2) нами использовался тот факт, что характерная длина процесса определяется комптоновской длиной $\lambda_c \sim \dfrac{1}{m_e}$, которая много меньше, чем длина волны лазерного излучения. Это позволяет вычислять число рожденных пар в единице объема за единицу времени с помощью формулы (2) для постоянного поля

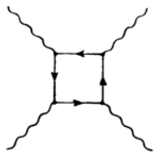

Рис. 2. Фейнмановская диаграмма, описывающая фотон-фотонное взаимодействие

в произвольной точке, а затем проинтегрировать получившееся выражение по объему и длительности импульса.

Лагранжиан Эйлера – Гейзенберга является эффективным лагранжианом в эффективной квантовой теории поля (ЭКТП), описывающей взаимодействие света со светом. Эти теории, играющие важную роль в современной физике, представляют собой низкоэнергетические приближения более фундаментальных теорий. В таких теориях явно учитываются только низкоэнергетические степени свободы. В эффективной теории Эйлера – Гейзенберга учитываются только фотоны, а электроны и позитроны, которые появляются в диаграммах КЭД (см рис. 2), описывающих фотон-фотонное взаимодействие, проявляют себя только в константах в эффективном лагранжиане. В общем случае такой лагранжиан включает в себя бесконечное число всех возможных локальных лагранжианов взаимодействия, совместных с симметриями теории. Порядок вкладов от каждого из этих лагранжианов определяется из соображений размерностей. Это позволяет строить теорию с помощью разложения решений по параметру Λ_{eff}, равному отношению характерных масштабов эффективной низкоэнергетической теории и высокоэнергетической фундаментальной теории. В теории E-H, для которой параметр Λ_{eff} задается отношением характерной энергией фотонов к массе электрона, лагранжиан в лидирующем порядке представляет собой свободный лагранжиан. Первые члены лагранжиана, описывающие взаимодействие, появляются из операторов более высокой размерности. В лидирующем порядке по Λ_{eff} мы имеем:

$$L^{(\mathrm{E-H})} = \frac{\alpha^2}{m^4}\left[c_1\left(\mathbf{H}^2 - \mathbf{E}^2\right)^2 + c_2\left(\mathbf{H}\cdot\mathbf{E}\right)^2\right], \tag{3}$$

поскольку это единственно разрешенные из соображений калибровочной инвариантности и лоренц-инвариантности члены четвертой степени по $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, не содержащие действующих на эти поля дифференцирований (слагаемые с производными были бы подавлены в пределе низких энергий фотонов E дополнительным множителем E/m_e). Константы c_1 и c_2 находятся путем сравнения вкладов от оператора (3) и диаграммы на рис. 2. Таким образом, мы приходим к эффективному E-H-лагранжиану (1).

Одна из наиболее серьезных проблем, с которыми сталкиваются эффективные квантовые теории поля, заключается в том, что эти теории являются неперенормируемыми. Степень расходимости диаграмм в ЭКТП может быть сколь угодно большой, что приводит к необходимости введения все новых контрчленов перенормировки с константами, определяемыми из условия согласия с экспериментом при вычислении высших порядков в эффективном разложении. По сути это является платой за то, что эффективное взаимодействие в этих теориях описывается локальными гамильтонианами (лагранжианами) взаимодействия, несмотря на то что эти взаимодействия по своей природе являются нелокальными. Введение в лагранжиан нелокального форм-фактора, как это было сделано, например, в [4] с помощью добавки

$$\delta\mathcal{L}(x,\rho_L) = -\frac{1}{2}\int dx'\,\mathcal{A}_\mu(x)\Pi^{\mu\nu}(x-x',\rho_L)\mathcal{A}_\nu(x'), \tag{4}$$

как известно, приводит к потере лоренцевской инвариантности или унитарности теории. Это означает, что для описания процесса рождения электрон-позитронных пар в сверхинтенсивном лазерном поле необходимо построить эффективную теорию, позволяющую непротиворечивым образом описывать нелокальность фотон-фотонного взаимодействия. С данной задачей можно справиться с помощью формализма ОКД. В отличие от вышеприведенных примеров, в ОКД используется язык функций Грина и Т-операторов. Путем их модификации можно добиться учета взаимодействия с вакуумом в удобной и наглядной форме. Если принять во внимание, что обобщенное динамическое уравнение естественным образом позволяет учитывать нелокальные взаимодействия, есть все основания ожидать, что формализм ОКД может быть успешно применен к данной проблеме аналогично тому, как было сделано в эффективной теории поля ядерных сил [10, 11].

2. Пропагатор фотона, взаимодействующего с сильным лазерным полем

В рамках формализма ОКД становится возможным естественным образом учесть нелокальность взаимодействия фотона с интенсивным лазерным полем, заменив свободный пропагатор фотона

$$G_0(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - E_n^{(0)}} \tag{5}$$

пропагатором

$$\widetilde{G}_0(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - E_n^{(0)} - C_k(z)}, \tag{6}$$

описывающим эволюцию взаимодействующего фотона. В таком случае оператор $T(z)$ заменяется оператором $M(z)$, который описывает процессы, когда существует взаимодействие по крайней мере между двумя частицами в системе. Операторы $T(z)$ и $M(z)$ связаны следующим образом [9]:

$$G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z) = \widetilde{G}_0(z) + \widetilde{G}_0(z)M(z)\widetilde{G}_0(z). \tag{7}$$

Функция $C(z)$, описывающая взаимодействие с вакуумом, отвечает за собственную энергию частицы и определяется из уравнения [9]

$$\frac{\partial C_k(z)}{\partial z} = -M(z)\widetilde{G}_0^2(z)M(z) \tag{8}$$

с граничным условием

$$C_k(z) \underset{|z|\to\infty}{\longrightarrow} \langle n|\, B_\delta(z)|\, n\rangle\,, \tag{9}$$

где $\langle n|\, B_\delta(z)|\, n\rangle$ – это амплитуды, определяемые более фундаментальной теорией для данной задачи. Они выбираются таким образом, чтобы воспроизвести физику системы при высоких энергиях или при коротких временах, что то же самое. Очевидно, что для рассматриваемой задачи основной вклад будет давать диаграмма, описывающая взаимодействие радиационного поля с внешним электромагнитным полем в однопетлевом приближении. Соответствующая амплитуда может быть получена с помощью эффективного оператора такого взаимодействия, приведенного в [13]:

$$\langle\gamma_1|B(z)|\gamma_2\rangle = -\frac{1}{2}\delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\, \times \\ \times \int_0^\infty d\tau e^{iz\tau}(e_\gamma)_\mu \left(e^{-ik_1^0\tau}\Pi^{\mu\nu}(\tau,\mathbf{k}_1) + e^{ik_2^0\tau}\Pi^{\mu\nu}(\tau,-\mathbf{k}_2)\right)(e_{\gamma'})_\nu, \tag{10}$$

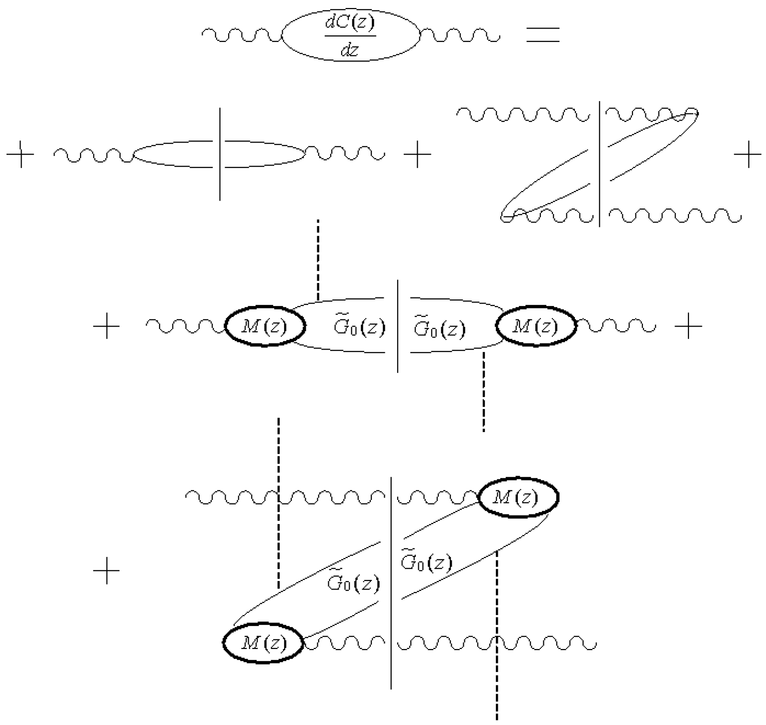

Рис. 3. Уравнение (8), графически представленное на языке упорядоченных во времени диаграмм. Первые два члена соответствуют вкладу от собственной энергии фотона, не взаимодействующего с лазерными модами

$$\Pi^{\mu\nu}(\tau, \mathbf{k}) = \int \frac{dk_0}{2\pi} e^{ik_0(t-t')}\Pi^{\mu\nu}(k;\rho_L). \tag{11}$$

Подробный вид оператора $\Pi^{\mu\nu}(k;\rho_L)$, описывающего поляризацию вакуума в присутствии внешнего поля, приведен в [4]. В уравнении (8) в качестве операторов $M(z)$ можно выбрать амплитуды, соответствующие процессу, при котором и электрон и позитрон поглощают по одному лазерному фотону. При этом сохраняется импульс основного фотона, что должно выполняться в силу симметрии задачи. Процессы, при которых пара поглощает всего один фотон, запрещены теоремой Фарри. Детализированный вид уравнения (8) представлен на рис. 3.

Определив с помощью уравнения (8) с граничным условием (9) функцию $C(z)$, мы сможем записать пропагатор фотона, «одетого» внешним лазерным полем:

$$U(t,0) = -\frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{G}_0(z)e^{izt}\,dz =$$

$$= -\frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int \frac{|k\rangle\,\langle k|}{z - E_k - C_k(z)}\,d^3k\,e^{izt}\,dz = \int |k\rangle\,e^{iz_k^0 t}\,\langle k|\;d^3k, \tag{12}$$

где z_k^0 определяется из уравнения на полюс функции Грина

$$z_k^0 - E_k - C_k(z_k^0) = 0. \tag{13}$$

Тогда вероятность рождения пар из вакуума будет определяться мнимой частью z_k^0. Легко показать, что в лидирующем порядке, когда

$$C_k(z) = L^{E-H}, \tag{14}$$

можно получить стандартное выражение (2). Действительно, в этом случае

$$z_k^0 = E_k + L^{E-H}. \tag{15}$$

Тогда

$$U(t,0) = \int |k\rangle\, e^{i\left(E_k + L^{E-H}\right)t} \langle k|\, d^3k = e^{iL^{E-H}t} \int |k\rangle\, e^{iE_k t} \langle k|\, d^3k \; = \\ = \; e^{i\left(H + \mathrm{Re}\, L^{E-H}\right)t} e^{-\mathrm{Im}\, L^{E-H} t}, \tag{16}$$

$$P \sim e^{-2\,\mathrm{Im}\, L^{E-H} t}, \tag{17}$$

где $W = 2\,\mathrm{Im}\, L^{E-H}$ – вероятность рождения пары в единицу времени, что приводит к выражению (2).

Заключение

Мы обсудили различные подходы к проблеме рождения электрон-позитронных пар из вакуума в присутствии сильного внешнего поля. Особый интерес представляет схема, при которой рассматривается взаимодействие двух сильных встречных лазерных пучков. Для расчета вероятности традиционно используется формула (2) [3], однако она была выведена еще в пионерских работах по вакуумной нелинейности (см., например, [7]) и основана на определенных приближениях. Попытка строгого анализа была сделана в работе [4], однако, как было отмечено выше, в ней вводится лагранжиан, не имеющий физического смысла. Нами было показано, что ОКД открывает новые возможности для решения подобных проблем. Мы доказали также, как это можно сделать, исходя из нелокального оператора взаимодействия, полученного ранее в рамках формализма ОКД [13].

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ НШ-5289.2010.2 и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № 02.740.11.0428).

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, M.A. Khamadeev. Generation of Electron-Positron Pairs in the Field of Two Strong Counterpropagating Laser Beams and the Nonlocality of Photon-Photon Interaction.

The article investigates the process of electron-positron pair generation in the field of two strong counterpropagating laser beams in vacuum. It is shown that a generalized dynamic equation makes it possible to take into account the natural nonlocality of photon-photon interaction while describing this process.

Key words: photon-photon interaction, strong laser fields.

Литература

1. *Mourou G.A., Tajima T., Bulanov S.V.* Optics in the relativistic regime // Rev. Mod. Phys. – 2006. – V. 78, No 2. – P. 309–371.

2. *Yanovsky V., Chvykov, V., Kalinchenko, G. et al.* Ultra-high intensity-300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate // Opt. Soc. Am. – 2008. – V. 16, No 3. – P. 2109–2114.

3. *Нарожный Н.Б., Буланов С.С., Мур В.Д., Попов В.С.* О рождении e^+e^--пар сталкивающимися электромагнитными импульсами // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 80, № 6. – С. 434–438.

4. *Di Piazza A., Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H.* Harmonic generation from laser driven vacuum // Phys. Rev. D. – 2005. – V. 72, No 8. – P. 085005-1–085005-23.

5. *Sauter F.* Über das Verhalten eines Elektrons im homogenen elektrischen Feld nach der relativistischen Theorie Diracs // Z. Phys. – 1931. – V. 69. – P. 742–764.

6. *Heisenberg W., Euler H.* Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons // Z. Phys. – 1936. – V. 98. – P. 714–732.

7. *Schwinger J.* On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // Phys. Rev. – 1950. – V. 82, No 5. – P. 664–679.

8. *Швебер С.* Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. – М: Изд-во иностр. лит., 1963. – 559 с.

9. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal interactions and quantum dynamics // J. Phys. A: Math. Gen. – 1999. – V. 32. – P. 5657–5677.

10. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A.* Nonlocality of the NN interaction in an effective field theory // Phys. Rev. C. – 2002. – V. 66, No 1. – P. 014006-1–014006-13.

11. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A.* Nuclear forces from chiral dynamics // Fizika B. – 2004. – V. 13, No 2. – P. 373–382.

12. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б.* Квантовая электродинамика. – М: Наука, 1981. – 390 с.

13. *Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А., Хамадеев М.А.* Эффективный оператор взаимодействия фотона с интенсивным лазерным полем // Изв. РАН. Сер. физ. – 2008. – Т. 72, № 12. – С. 1757–1761.

Поступила в редакцию
24.12.09

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*

Хамадеев Марат Актасович – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Marat.Khamadeev@ksu.ru*