УДК 372.851

РОЛЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ ВУЗОВ МЧС РОССИИ

Трофимец Е.Н.
Санкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы МЧС России, г. Санкт-Петербург
ezemifort@inbox.ru

Аннотация

Обоснована роль информационных технологий в процессе изучения высшей математики при подготовке специалистов инженерно-технического профиля. Рассмотрены основные этапы исследования функции при помощи производной на рабочем листе MathCad.

Ключевые слова*: высшая математика, информационные технологии, исследование функции, экстремум, точки перегиба*

ВВЕДЕНИЕ

В образовательных организациях МЧС России в процессе подготовки специалистов инженерно-технического профиля дисциплина «Высшая математика» изучается на первом и втором курсах. На старших курсах курсанты должны применить математическое образование для решения практико-ориентированных задач в специальных и общепрофессиональных дисциплинах, а также при написании выпускной квалификационной работы.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В XXI веке нужно приумножать составляющую, связанную в процессе обучения высшей математики с применением информационных технологий, в частности, математических пакетов, чтобы на протяжении освоения основной профессиональной образовательной программы курсанты смогли применять математическое образование в «нужное время» и в «нужном месте». Математические пакеты являются конструктивным аппаратом, позволяющим после изучения и понимания математических методов обратить внимание с вычислительных аспектов решения задачи на её исследование [1-5]. Пример исследования функции при помощи производной на рабочем листе Mathcad наглядно подтверждает значимость информационных технологий в математическом образовании.

Цель. Исследуйте функцию $f(x)=\dfrac{x^3}{1-x^2}$ при помощи производных.

Рассмотрим только некоторые этапы исследования функции с помощью пакета Mathcad – нахождение экстремумов и точек перегиба функции.

Этапы.

Этап 1. Запускаем Mathcad и сохраняем файл документа с именем «*Исследование функций.xmcd*».

Этап 2. Находим экстремумы и интервалы монотонности функции, используя оператор дифференцирования (Рисунок 1).

$$p(x) := \frac{d}{dx}f(x) \qquad p(x) \rightarrow \frac{2\cdot x^4}{\left(x^2-1\right)^2} - \frac{3\cdot x^2}{x^2-1}$$

Рисунок 1. Нахождение производной $f'(x)$

Для нахождения точек подозрительных на экстремум – решаем уравнение $f'(x)=0$. Таким образом, $f'(x)$ = 0 при x = 0, $x=-\sqrt{3}$, $x=\sqrt{3}$ и не существует при x = –1, x = 1.

Однако, подозрительными точками являются только точки x = 0, $x=-\sqrt{3}$ и $x=\sqrt{3}$, так как значения x = –1 и x = 1 не входят в область определения функции (точки x = –1, x = 1 являются точками разрыва функции).

В результате будем иметь четыре интервала, на которых необходимо проверить знак первой производной: $(-\infty;-\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};0)$, $(0;\sqrt{3})$, $(\sqrt{3};+\infty)$.

Для наглядности определяем знак первой производной на указанных интервалах путем построения графика производной функции $f'(x)$ (Рисунок 2).

На графике производной наглядно видно, что $f'(x)<0$ при $x\in(-\infty;-\sqrt{3})$ и $x\in(\sqrt{3};+\infty)$, $f'(x)>0$ при $x\in(-\sqrt{3};\sqrt{3})$. С учетом того, что точки x = –1 и x = 1 не входят в область определения функции, имеем:

а) функция $f(x)$ убывает на интервалах $(-\infty;-\sqrt{3})$ и $(\sqrt{3};+\infty)$ – проверяем интервалы убывания функции $f(x)$ по её графику;

б) функция $f(x)$ возрастает на интервалах $(-\sqrt{3};-1)$, $(-1;1)$ и $(1;\sqrt{3})$ – проверяем интервалы возрастания функции $f(x)$ по её графику.

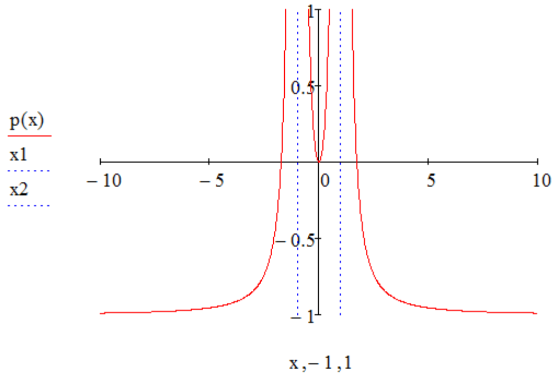

Рисунок 2. График $f'(x)$

Так как в точках $x=-\sqrt{3}$ и $x=\sqrt{3}$ первая производная функции меняет знак, то эти точки являются точками экстремума. Точка $x=-\sqrt{3}$ является точкой минимума. Точка $x=\sqrt{3}$ является точкой максимума. В точке *x* = 0 производная знак не меняет, поэтому она не является точкой экстремума функции.

Находим значения функции в точках экстремума (Рисунок 3).

$$f(-\sqrt{3}) = 2.598 \qquad f(\sqrt{3}) = -2.598$$

Рисунок 3. Значения функции в точках экстремума

Этап 3. Находим точки перегиба и интервалы выпуклости функции. Используем повторное дифференцирование (Рисунок 4).

$$g(x) := \frac{d^2}{dx^2}f(x) \qquad g(x) \rightarrow \frac{14\cdot x^3}{(x^2-1)^2} - \frac{6\cdot x}{x^2-1} - \frac{8\cdot x^5}{(x^2-1)^3}$$

Рисунок 4. Нахождение второй производной $f''(x)$

Вторая производная после упрощения представлена на рисунке 5.

$$\frac{14\cdot x^3}{(x^2-1)^2} - \frac{6\cdot x}{x^2-1} - \frac{8\cdot x^5}{(x^2-1)^3} \qquad -\frac{1}{(x-1)^3} - \frac{1}{(x+1)^3}$$

Рисунок 5. Вторая производная $f''(x)$ после упрощения

Для нахождения точек перегиба решаем уравнение $f''(x)$ = 0 (Рисунок 6).

Given

$$g(x) = 0$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow \left(0 \quad \sqrt{3}\cdot i \quad -\sqrt{3}\cdot i\right)$$

Рисунок 6. Решение уравнения $f''(x)$ = 0

Уравнение $f''(x)$ = 0 имеет три корня – один действительный и комплексно-сопряженные. Для дальнейшего исследования требуется действительный корень *x* = 0 (данная точка является точкой перегиба функции) и точки, в которых производная не существует, т.е. точки *x* = –1 и *x* = 1. Таким образом, имеем четыре интервала, на которых необходимо проверить знак второй производной : $(-\infty;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$ и $(1;+\infty)$.

Для наглядности определим знак второй производной на указанных интервалах путем построения графика $f''(x)$ (Рисунок 7).

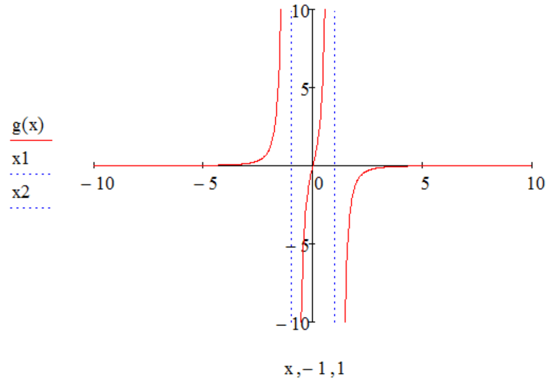

Рисунок 7. График $f''(x)$

На графике второй производной наглядно видно, что $f''(x) < 0$ при $x \in (-1;0)$ и $x \in (1,+\infty)$, $f''(x) > 0$ при $x \in (-\infty;-1)$ и $x \in (0;1)$. Делаем вывод о вогнутости функции на данных интервалах:

а) функция *f*(*x*) является вогнутой вверх на интервалах $(-1;0)$ и $(1;+\infty)$;

б) функция *f*(*x*) является вогнутой вниз на интервалах $(-\infty;-1)$ и $(0;1)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренное исследование функции при помощи производных на рабочем листе Mathcad является ярким примером применения информационных технологий в математическом образовании инженерно-технического профиля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Trofimets, E*. Innovative methods and technologies while examining equations of mathematical physics // Journal of Physics: Conference Seriesthis link is disabled, 2022, 2373(6), 062005

2. *Гребенкина А.С* Математическое моделирование как основа проектирования практико-ориентированного обучения математике инженеров пожарной и техносферной безопасности // Вестник Академии гражданской защиты. 2021. № 2 (26). С. 99-108.

3. *Плис А.И., Сливина Н.А*. Mathcad. Математический практикум для инженеров и экономистов: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2003. 656 с.

4. *Очков В.Ф.* Mathcad 14 для студентов и инженеров: русская версия. СПб.: БХВ-Петербург, 2009. 512 с.

5. *Кирьянов Д.В.* Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.

THE ROLE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE MATHEMATICAL EDUCATION OF UNIVERSITIES OF THE MINISTRY OF EMERGENCY SITUATIONS OF RUSSIA

Elena Trofimets

Saint-Petersburg university of State Fire Service EMERCOM of Russia

Saint-Petersburg

e-mail ezemifort@inbox.ru

Abstract

The role of information technologies in the process of studying higher mathematics in the training of engineering and technical professionals is substantiated. The main stages of the study of the function with the help of the one produced on the MathCad worksheet are considered.

Keywords*: Higher mathematics, Information technology, Function research, Extremum, Inflection points*

REFERENCES

1. *Trofimets, E.* Innovative methods and technologies while examining equations of mathematical physics // Journal of Physics: Conference Seriesthis link is disabled, 2022, 2373(6), 062005

2. *Grebenkina A.S.* Matematicheskoe modelirovanie kak osnova proektirova-niya praktiko-orientirovannogo obucheniya matematike inzhenerov pozhar-noj i texnosfernoj bezopasnosti // Vestnik Akademii grazhdanskoj za-shhity`. 2021. № 2 (26). S. 99-108.

3. *Plis A.I., Slivina N.A.* Mathcad. Matematicheskij praktikum dlya inzhenerov i e`konomistov: Ucheb. posobie. 2-e izd., pererab. i dop. M.: Fi-nansy` i statistika, 2003. 656 s.

4. *Ochkov V.F.* Mathcad 14 dlya studentov i inzhenerov: russkaya versiya. SPb.: BXV-Peterburg, 2009. 512 s.

5. *Kir`yanov D.V.* Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. SPb.: BXV-Peterburg, 2012. 432 s.