УДК 517.983

ОБОБЩЕННЫЙ ОПЕРАТОР СВЕРТКИ ДАНКЛА

А.И. Рахимова[1], В.В. Напалков[2]

1 *alsu1405@mail.ru*; Башкирский государственный университет
2 *napalkov@matem.anrb.ru*; Институт математики с ВЦ УНЦ РАН

В работе рассматривается обобщенный оператор Данкла и его свойства. Изучается построенный по нему оператор свертки.

Ключевые слова: обобщенный оператор Данкла, оператор свертки Данкла, преобразование Данкла, собственная функция.

В работе рассматривается оператор Данкла

$$\Lambda f(z) = \frac{d}{dz} f(z) + \frac{c}{z}(f(z) + f(-z)),\ c > 0.$$

Его действие на целую функцию $f(z)$ имеет вид $\Lambda f(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k \phi(k) z^{k-1}$, где $\phi(k) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_K e^{\xi k}(\frac{1}{\xi^2} + c(\frac{1}{\xi} + \frac{1}{\xi - \pi}))d\xi = k + c(1 + e^{\pi i(k+1)})$.

Обобщенный оператор Данкла определяется по формуле

$$\Lambda f(z) = \frac{d}{dz} f(z) + \frac{c}{z}\sum_{j=0}^{m-1} \alpha_j f(\alpha_j z),\ c > 0,\ \alpha_j = e^{\frac{2\pi i j}{m}},\ j = (\overline{0; m-1}).$$

Его действие на целую функцию $f(z)$ имеет вид $\Lambda f(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k \phi(k) z^{k-1}$,

где $\phi(k) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_K e^{\xi k}(\frac{1}{\xi^2} + c\sum\limits_{j=0}^{m-1} \frac{e^{\frac{2\pi i j}{m}}}{\xi - \frac{2\pi i j}{m}})d\xi = k + c\sum\limits_{j=0}^{m-1} e^{\frac{2\pi i j(k+1)}{m}}$. Полученный ряд определяет разложение Адамара. Если выполняется условие $\phi(k) = p(k)$, где $p(k)$ – некоторый многочлен, причем $p(0) = 0, p(k) > 0, k > 0$, то обобщенный оператор Данкла является оператором Гельфонда-Леонтьева.

Теорема 1. *Для оператора* Λ *выполняется соотношение* $\Lambda f(z) = \frac{1}{z}(F_0(\xi), f(e^{\xi} z))$, *где функционал* $F_0(z)$ *такой, что ассоциированная к нему функция имеет вид:*

$$g(z) = \frac{1}{z^2} + c\sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{\frac{2\pi i j}{m}}}{z - \frac{2\pi i j}{m}}.$$

Теорема 2. *Собственная функция обобщенного оператора Данкла в общем случае имеет вид:*

$$y(\lambda z) = c_0(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k z^k}{\varphi(1)\varphi(2)...\varphi(k)}) \quad \forall c_0 \in \mathbb{C}.$$

Оператор сдвига Данкла имеет вид:

$$S_t[f(z)] = f(z) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{t^k}{\phi(1)\phi(2)...\phi(k)} \Lambda^k f(z),\quad z, t \in \mathbb{C}.$$

Оператор свертки Данкла функционала $F(z) \in H^*(\mathbb{C})$ и функции $f(z) \in H(\mathbb{C})$ определяется по формуле

$$M_F[f(z)] = (F(t), S_t[f(z)]), \quad z, t \in \mathbb{C}.$$

Литература

1. Напалков В. В., Напалков В. В. (мл.) *Операторы Данкла как операторы свертки* // Доклады Академии наук. –2008. – Т. 423. – № 3. – С. 300–302.

2. Карамов И. И., Напалков В. В. *Обобщенный оператор Данкла* // Уфимский математический журнал. – 2014. – Т. 6. – № 1. – С. 59–68.

GENERALIZED DUNKL CONVOLUTION OPERATOR

A.I. Rakhimova, V.V. Napalkov

The paper considers the generalized Dunkl operator and its properties. We study the convolution operator constructed from it.

Keywords: generalized Dunkl operator, Dunkl convolution operator, Dunkl transform, eigenfunction.

УДК 517.95

НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНАЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ БАЛКИ

К.Б. Сабитов[1]

1 *sabitov_fmf@mail.ru*; Стерлитамакский филиал Института стратегических исследований РБ, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета

Для уравнения колебаний конечной балки изучены начально-граничные задачи и начальная задача для бесконечной балки. Решения задач построены в явном виде и доказаны соответствующие теоремы единственности и существования в классе регулярных решений.

Ключевые слова: уравнение балки, начально-граничные задачи, начальная задача, спектральный метод, единственность, существование, ряд, устойчивость.

Многие задачи о колебаниях стержней, балок и пластин, которые имеют важное значение в строительной механике, теории устойчивости вращающихся валов и вибрации кораблей приводят к дифференциальным уравнениям более высокого порядка.

Пусть балка длины l для определенности опирается на две опоры с помощью штифтовых устройств. Под влиянием непрерывной внешней силы $g(x,t)$, рассчитанной на единицу длины, вынужденные изгибные поперечные колебания однородной балки, при отсутствии вращательного движения при изгибе, описываются уравнением четвертого порядка [1, с. 141 – 143], [2, с. 278 – 280]

$$\rho S u_{tt} + EJ u_{xxxx} = g(x,t),$$