3. Буланов А.П. *Цепные экспоненты и функции Ламберта* // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – Т. 43. – С. 64–71.

4. Дубинов А.Е, Галидакис И.Н. *Явное решение уравнения Кеплера* // Письма в ЭЧАЯ. – 2007. – Т. 4. – № 3(139). – С. 365–370.

5. Galidakis I. N. *On an application of Lambert's W function to infinite exponentials* // Complex Var. Theory Appl. – 2004. – V. 49. – № 11. – P. 759–780.

6. Galidacis I.N. *On solving the p-th complex auxiliamy equation $f^{(p)}(z) = z$* // Complex Var. Theory Appl. — 2005. – V. 50. – № 13. – P. 977–997.

7. Буланов А.П. *Нетривиальные последовательности, являющиеся показателями взаимно обратных функций Ламберта* // Компл. анализ и его приложения: Материалы VII Петрозаводской Межд. конф. – Петрозаводск, 2014. – С. 105–111.

DECOMPOSITION OF THE SUM OF THE RECURRENT FORMULA FOR EXPONENTS OF THE INVERSE LAMBERT FUNCTION INTO SIMPLER SUMS

A.P. Bulanov

We discuss the recurrent formula for determining the exponent of the inverse chain exponential which was obtained earlier as a generalization of the original Lambert function. We describe the method of evaluation of the exponent by decomposition of original sum into partial sums whose order of summation are strictly less than n. As example, by this method, we evaluate the inverse exponent a_6.

Keywords: chain exponential, exponent of chain exponential, mutually inverse chain exponentials, the order of summation, sequence of exponents, Lambert's HW-function.

УДК 517.95

ТЕОРЕМЫ ТИПА ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ГИНЗБУРГА-ЛАНДАУ И ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО НЕРАВЕНСТВА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА НА МОДЕЛЬНЫХ ЛИПШИЦЕВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

С.С. Вихарев[1]

1 *s.viharev@volsu.ru*; Волгоградский государственный университет, Институт математики и информационных технологий

Найдены условия выполнения теорем типа Лиувилля о тривиальности ограниченных решений эллиптического неравенства специального вида, а также стационарного уравнения Гинзбурга-Ландау на модельных липшицевых многообразиях.

Ключевые слова: липшицевы многообразия, стационарное уравнение Гинзбурга-Ландау, теоремы типа Лиувилля.

Работа посвящена вопросам существования положительных решений стационарного уравенения Гинзбурга-Ландау и эллиптического неравенства специального вида на так называемых модельных липшицевых многообразиях. Опишем их подробнее.

Рассмотрим липшицево многообразие M_g, изометричное прямому произведению $R_+ \times S$ (где $R_+ = (0, +\infty)$, а S – компактное липшицево многообразие без края) с метрикой:

$$ds^2 = dr^2 + g^2(r)d\theta^2.$$

Здесь g – непрерывная по Липшицу, неубывающая положительная на R_+ функция. Пусть также $n = \dim M_g$.

Рассмотрим на M_g стационарный случай известного уравнения Гинзбурга-Ландау

$$-\Delta u = c(x) f(u), \tag{1}$$

где $f(0) = f(a) = 0$ для некоторого $a > 0$, $f(u) > 0$ на $(0, a)$ и $f(u) < 0$ на $(a, +\infty)$, $c(x)$ – положительная функция.

Под решением уравнения (1) на M_g будем понимать непрерывную по Липшицу функцию u такую, что для любого множества $\Omega \subset M_g$ и для любой положительной функции $\phi(x) \in C_0^1(\Omega)$ выполнено

$$\int\limits_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla \phi \, dx = \int\limits_{\Omega} c(x) f(u) \phi(x) \, dx,$$

где ∇u – градиент функции u.

Пусть $0 < c_1 < c(x) < c_2 < \infty$, $f(s)$ – липшицева на $[0, a]$.

Теорема 1. *Пусть выполнены следующие условия:*
1. Существует константа $q > 1$, такая что

$$\limsup_{\rho\to\infty} \rho^{\frac{2}{q-1}} \left(\frac{\int\limits_{\rho/4}^{2\rho} g^{n-1}(r) dr}{\int\limits_{\rho/2}^{\rho} g^{n-1}(r) dr} \right)^{\frac{1}{q-1}} \int\limits_{2\rho}^{\infty} \frac{ds}{g^{n-1}(r)} = +\infty.$$

2. Существуют константы $\delta(q) > 0$ и $\sigma(q, \delta) > 0$ при которых для всех $s \in (0, \delta)$ выполнено $f(s) \geqslant \sigma s^q$.

Тогда любое решение уравнения (1), удовлетворяющее условию $0 \leqslant u \leqslant a$, является тождественной константой.

В процессе доказательства теоремы 1 нам потребовалось сформулировать и доказать лиувиллево свойство для следующего эллиптического неравенства:

$$-\Delta u \geqslant u^q, \quad q > 1, \tag{2}$$

на внешней области M_g, а именно на множестве $\Omega_e = \{x = (r, \theta) \in M : r > 1\}$.

Под решением неравенства (2) на множестве Ω_e будем понимать непрерывную по Липшицу функцию u такую, что для любого множества $\widetilde{\Omega} \subset \Omega_e$ и для любой положительной функции $\phi(x) \in C_0^1(\widetilde{\Omega})$ выполнено

$$\int\limits_{\widetilde{\Omega}} \nabla u \cdot \nabla \phi \, dx \geqslant \int\limits_{\widetilde{\Omega}} u^q \phi \, dx,$$

где ∇u – градиент функции u.

Теорема 2. *Пусть многообразие M_g такое, что для некоторой константы $q > 1$ выполняется условие*

$$\limsup_{\rho\to\infty} \rho^{\frac{2}{q-1}} \left(\frac{\int_{\rho/2}^{\rho} g^{n-1}(r)\,dr}{\int_{\rho/4}^{2\rho} g^{n-1}(r)\,dr} \right)^{\frac{1}{q-1}} \int\limits_{2\rho}^{\infty} \frac{ds}{g^{n-1}(r)} = +\infty.$$

Тогда любое неотрицательное решение неравенства (2) на Ω_e есть тождественный нуль.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-41-02479-р_поволжье_а).

Литература

1. Лосев А. Г. *О некоторых лиувиллевых теоремах на некомпактных римановых многообразиях* // Сиб. матем. журнал. – 1998. – Т. 39, № 1. – С. 87-93.

2. Решетняк Ю. Г. *К теории соболевских классов функций со значениями в метрическом пространстве* // Сиб. матем. журнал. – 2006. – Т. 47, № 1. – С. 146–168.

3. Bidaut-Veron M., Pohozaev S. I. *Non-existence results and estimates for some nonlinear elliptic problems* // J. Anal. Math. – 2001. – V. 84. – P. 1–49.

LIOUVILLE-TYPE RESULTS FOR THE STATIONARY GINZBURG-LANDAU EQUATION AND ELLIPTIC INEQUALITIES OF A SPECIAL FORM ON MODEL LIPSCHITZ MANIFOLDS

S.S. Vikharev

We establish conditions for the fulfillment of Liouville-type theorems on the triviality of bounded solutions of a special type elliptic inequality, as well as of the stationary Ginzburg-Landau equation on model Lipschitz manifolds.

Keywords: Lipschitz manifolds, stationary Ginzburg-Landau equation, Liouville-type results.

УДК 517

ПРОСТРАНСТВА ТИПА L_1 И РАЗЛОЖЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ НА АЛГЕБРЕ ФОН НЕЙМАНА

Л.В. Веселова[1], Ан.Ан. Новиков[2], О.Е. Тихонов[3]

1 *lidveselova@gmail.com*; Казанский национальный исследовательский технологический университет
2 *a.hobukob@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет
3 *oleg.tikhonov@kpfu.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет

Обобщая ряд известных конструкций теории интегрирования относительно нормальных функционалов и весов на алгебрах фон Неймана, мы вводим и изучаем пространства типа L_1, ассоциированные с положительными функционалами на упорядоченных векторных пространствах. В качестве приложения приведены новые результаты о представлениях положительных нормальных функционалов на алгебрах фон Неймана.