

УДК 517.984

НЕРАВЕНСТВО ТИПА СЕГЁ ДЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ НА ОТРЕЗКЕ

Т.С. Мардвилко¹, А.А. Пекарский²

¹ *mardevilko@mail.ru*; Белорусский государственный университет

² *pekarskii@gmail.com*; Белорусский государственный университет

В работе рассматриваются сопряженные функции на отрезке и обсуждается доказанное нами неравенство типа Сегё для рациональных функций. К необходимости получения такого неравенства авторы пришли, изучая связь между скоростями наилучших равномерных приближений функции посредством рациональных функций и кусочно-полиномиальных функций.

Ключевые слова: алгебраические полиномы, рациональные функции, неравенство Бернштейна, неравенство Сегё, сопряженные функции, наилучшие равномерные полиномиальные приближения, наилучшие равномерные рациональные приближения, наилучшие равномерные кусочно-полиномиальные приближения.

Неравенства С.Н. Бернштейна и Г. Сегё для производных тригонометрических многочленов, а также их обобщения (см., например, [1]) для тригонометрических рациональных функций играют важную роль в теории аппроксимации функций. В [1] приводится также неравенство типа Бернштейна для производных рациональных функций на отрезке. В связи с изучением соотношений между наилучшими равномерными рациональными и кусочно-полиномиальными приближениями функций, в [2] было получено неравенство типа Сегё для производных рациональных функций на отрезке. Для формулировки этого неравенства введём необходимые обозначения.

Через $C(I)$ обозначим банахово пространство непрерывных функций, определённых на отрезке $I := [-1, 1]$ и наделенных стандартной тах-нормой $\|\cdot\|_{C(I)}$, через $L_p(I)$, $0 < p < \infty$, – пространство Лебега измеримых функций g на I таких, что $|g|^p$ суммируема на I .

Пространство $L_p(I)$ является квазибанаховым относительно квазинормы

$$\|g\|_{L_p(I)} := \left(\int_I |g(x)|^p dx \right)^{1/p}.$$

Пусть функция $g(t)$ определена на отрезке I и интегрируема на нём с весом $1/\sqrt{1-t^2}$. Тогда \hat{g} – функция, сопряжённая к g , определяется следующим образом

$$\hat{g}(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\pi} \int_I \frac{g(t)}{t-x} \cdot \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}, \quad x \in I,$$

где сингулярный интеграл понимается в смысле главного значения по Коши.

Теорема 1 [2]. Пусть r – рациональная функция степени n , $n \in \mathbb{N}$, не имеющая полюсов на I . Тогда для $s \in \mathbb{N}$ выполняется неравенство

$$\|\hat{r}^{(s)}\|_{L_{1/s}(I)} \leq cn^s \|r\|_{C(I)},$$

где $c > 0$ и зависит лишь от s .

Отметим также работу [3], в которой получено неравенство типа Сегё для алгебраического полинома. Это неравенство используется для изучения связи между наилучшими равномерными полиномиальными приближениями сопряжённых функций, заданных на отрезке.

Работа выполнена в рамках программы ГПНИ НАН Беларуси “Конвергенция”.

Литература

1. Pekarskii A. A. *Approximation by rational functions with free poles* // East J. on Approxim. – 2007. – V. 13. – № 3. – P. 227–319.
2. Мардвилко Т. С., Пекарский А. А. *Сопряжённые функции на отрезке и их связь с равномерными рациональными и кусочно-полиномиальными приближениями* // Матем. заметки. – 2016. – Т. 99. – № 2. – С. 248–261.
3. Мисюк В. Р., Пекарский А. А. *Сопряжённые функции на отрезке и соотношения для их наилучших равномерных полиномиальных приближений* // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2015. – № 2. – С. 37–40.

A SZEGÖ-TYPE INEQUALITY FOR THE DERIVATIVES OF THE CONJUGATE RATIONAL FUNCTION ON A SEGMENT

T.S. Mardvilko, A.A. Pekarskii

In the present paper, the conjugate function is considered. A Szegő-type inequality for the derivatives of the conjugate rational function on a closed interval was obtained. This inequality was proved when we investigated the relationship between the rate of the best uniform rational approximations of a function and the rates of the best uniform piecewise polynomial approximations.

Keywords: algebraic polynomials, rational functions, Bernstein-type inequality, Szegő-type inequality, the conjugate functions, the best uniform polynomial approximations, the best uniform rational approximations, the best piecewise polynomials approximations.

УДК 517.95

ПОСТРОЕНИЕ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМ ЗНАКОМЯЮЩИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Н.В. Мартемьянова¹

¹ ninamartem@yandex.ru; Самарский государственный социально-педагогический университет

В статье строится общее решение обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменным знакоменяющим коэффициентом, возникающего при решении обратных задач для вырождающихся уравнений смешанного типа спектральным методом. Установлены некоторые свойства общего решения, которое определяется через функции Бесселя.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение с переменным