из всех функций $f \in \tilde{H}_0$, для которых уравнение Гахова

$$f''(\zeta)/f'(\zeta) = 2\bar{\zeta}/(1-|\zeta|^2)$$

имеет единственный нулевой корень, являющийся максимумом гиперболической производной (конформного радиуса)

$$h_f(\zeta) = (1-|\zeta|^2)|f'(\zeta)|$$

функции f [3]. Справедлива

Теорема. *Функция $f \in \tilde{H}_0$, удовлетворяющая условиям $m \le |f'(\zeta)| \le M$ и $|\arg f'(\zeta)| \le \alpha$ при $\zeta \in \mathbb{D}$, принадлежит классу Гахова $\tilde{\mathscr{G}}_1$, если*

$$\frac{q}{(1+\lambda)K(\lambda)} \le 1,$$

где $q = \ln(M/m)$, $K(\lambda) = \int_0^1 [(1-u^2)(1-\lambda^2 u^2)]^{-1/2} du$, а величина $\lambda = \lambda(q,\alpha)$, $0 \le \lambda \le 1$, определяется из уравнения $4\alpha K(\lambda) = qK(\sqrt{1-\lambda^2})$.

В докладе обсуждается ряд аспектов, связанных с этой теоремой и ее доказательством.

Литература

1. Авхадиев Ф. Г., Аксентьев Л. А. *Достаточные условия однолистности аналитических функций* // Доклады АН СССР – 1971. – Т. 198. – № 4. – С. 743–746.

2. Аксентьев Л. А., Хохлов Ю. Е., Широкова Е. А. *О единственности решения внешней обратной краевой задачи* // Мат. заметки. – 1978. – Т. 24. – № 3. – С. 319–330.

3. Казанцев А. В. *Четыре этюда на тему Ф. Д. Гахова.* – Йошкар-Ола: Изд-во МарГУ, 2012. – 64 с.

ON SOME CONDITIONS FOR THE UNIQUENESS OF A ROOT OF GAKHOV'S EQUATION

S.A. Gubaydullina, A.V. Kazantsev

We discuss a new condition for the uniqueness of a root of the Gakhov equation.

Keywords: Gakhov's equation, Gakhov's class.

УДК 512.64+517.98

О ТЕНЗОРАХ В ГОМОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСАХ

Р.Н. Гумеров[1]

1 *renat.gumerov@kpfu.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет

В сообщении обсуждаются свойства и характеристики тензоров, принадлежащих пространствам, из которых строятся стандартные (ко)гомологические комплексы. В частности, мы вычисляем тензорные ранги элементов стандартной резольвенты для модуля, состоящего из суммируемых последовательностей.

Ключевые слова: комплекс, модуль, стандартная резольвента, стандартный комплекс, тензор, тензорное произведение, тензорный ранг.

Под тензорами мы понимаем элементы тензорных произведений линейных пространств над полями вещественных или комплексных чисел. Напомним некоторые обозначения и понятия.

Пусть $V_1, V_2, \ldots, V_n$ – линейные пространства над одним и тем же полем, имеющие произвольные алгебраические размерности. Рассмотрим алгебраическое тензорное произведение этих пространств

$$V_1 \otimes V_2 \otimes \ldots \otimes V_n.$$

Например, линейное пространство квадратных матриц размера $n \times n$ образует тензорный квадрат арифметического векторного пространства размерности n. Массивы размера $k \times l \times m$ образуют линейное пространство, которое является тензорным произведением трёх арифметических пространств размерностей k, l и m.

Рассматривая алгебраическое тензорное произведение нормированных пространств V_i, мы можем говорить о различных нормах на пространстве $V_1 \otimes V_2 \otimes \ldots \otimes V_n$ и, соответственно, о различных топологических тензорных произведениях (см., напр., [1]).

Напомним, произвольный элемент $x \in V_1 \otimes V_2 \otimes \ldots \otimes V_n$ неоднозначно представляется в виде конечной суммы

$$x = \sum_{i=1}^{r} v_{1i} \otimes v_{2i} \otimes \ldots \otimes v_{ni},$$

где $v_{ji} \in V_j$, $j = 1, 2, \ldots, n$.

Определение. *Наименьшее число r в указанном выше представлении вектора x называется тензорным рангом элемента x.*

Понятие тензорного ранга является естественным обобщением ранга матрицы и, в случае матриц, совпадает с обычным понятием ранга матрицы. Хорошо известно, что ранг матрицы является полунепрерывной снизу функцией на пространстве матриц с естественной топологией. Точнее говоря, справедливо следующее утверждение.

Утверждение. *Пусть в пространстве матриц размера $m \times n$ последовательность элементов (A_n) сходится к матрице A. Предположим, что для некоторого фиксированного натурального числа r ранг каждой матрицы (A_n) не превосходит r. Тогда ранг предельной матрицы A тоже не превосходит числа r.*

Для тензоров произвольного порядка ситуация, вообще говоря, отличается от случая матриц. А именно, множество массивов, чьи тензорные ранги не превосходят некоторого фиксированного числа r, необязательно является замкнутым множеством в естественной топологии. Если для вычисления ранга матрицы существуют различные алгоритмы, то тензорной ранг произвольного массива часто неизвестен. Кроме того, в отличие от ранга матрицы, тензорный ранг массива большого порядка зависит от поля, над которым он вычисляется.

В докладе обсуждаются некоторые близкие вопросы. Приводятся примеры нахождения ранга конкретных тензоров, в частности, для элементов тензорных пространств, участвующих в построениях стандартных комплексов гомологической теории (см., напр., [2]). При этом нами используются результаты статей [3] – [5]. В одном из примеров рассматривается стандартная проективная резольвента для банаховой алгебры Берлинга, состоящей из суммируемых последовательностей, со свёрткой в качестве умножения. При этом она рассматривается как модуль над собой с естественным левым действием.

Литература

1. Grothendieck A. *Produits tensorielles topologiques et espaces nuclearies.* // Mem. Amer. Math. Soc. – 1955. – № 16.

2. Хелемский А. Я. *Гомология в банаховых и топологических алгебрах.* – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 288 с.

3. Гумеров Р. Н. *Гомологическая размерность радикальных алгебр типа Бёрлинга с быстро убывающим весом* // Вестник МГУ. Сер. матем., мех. – 1988. – № 5. – С. 18–22.

4. Гумеров Р. Н. *Об одном геометрическом признаке нетривиальности симплициальных и циклических когомологий банаховых алгебр* // Вестник МГУ. Сер. матем., мех. – 1991. – № 3. – С. 67–69.

5. Gumerov R. N., Vidunov S. I. *Approximation by matrices with simple spectra* // Lobachevskii J. Math. – 2016. – V. 37. – № 3. – P. 240–243.

ON TENSORS IN HOMOLOGICAL COMPLEXES

R.N. Gumerov

The report is concerned with properties and characteristics of tensors in spaces of standard (co)homological complexes. In particular, we evaluate tensor ranks of elements in the standard resolution for the module consisting of summable sequences.

Keywords: complex, module, standard complex, standard resolution, tensor, tensor product, tensor rank.

УДК 517.95

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДЕЗИНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАВРЕНТЬЕВА - БИЦАДЗЕ

В.А. Гущина[1]

1 *violetta.novikova.1991@mail.ru*; Самарский государственный социально-педагогический университет

В данной работе для уравнения Лаврентьева-Бицадзе рассматривается нелокальная задача Дезина в прямоугольной области. Решение задачи построено в виде суммы ряда по собственным функциям соответствующей одномерной спектральной задачи. При некоторых условиях относительно параметров и заданных фунций доказана сходимость построенного ряда в классе регулярных решений и установлена устойчивость решения от заданных граничных функций.

Ключевые слова: нелокальная задача Дезина, уравнение Лаврентьева-Бицадзе,