УДК 372.851

ВЫЯВЛЕНИЕ СОСТАВА ТИПОВЫХ ЦЕЛЕЙ ШКОЛЬНОГО КУРСА ГЕОМЕТРИИ И ЭЛЕМЕНТОВ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ КАК ИНСТРУМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ОБУЧАЕМЫХ

Мельников Ю.Б., к.ф.-м.н., доцент,
Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург
Проданик А. А., студент,
Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург
Самойлова С.Е., студент,
Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург

Аннотация. Исходя из предположения, что основой управления математической деятельностью является система ее типовых целей, вводится трактовка цели как системы эталонных моделей результата деятельности. Описан состав некоторых типовых целей школьного курса геометрии. Это описание рассматривается как составная часть будущего атласа типовых целей курса математики.

Ключевые слова: математическая деятельность, цель деятельности, состав целей, результаты обучения.

IDENTIFYING THE COMPOSITION OF TYPICAL GOALS OF THE SCHOOL COURSE OF GEOMETRY AND ELEMENTS OF ANALYTIC GEOMETRY AS A TOOL FOR MANAGING THE MATHEMATICAL ACTIVITY OF TRAINEES

Melnikov Yu.B., Candidate of phis.-math. sciences, associate professor,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg
Prodanik A. A., student,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg
Samoilova S.E., student,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg

Abstract. Proceeding from the assumption that the basis for the management of mathematical activity is the system of its standard purposes, the interpretation of the target as a system of reference models of the result of activity is introduced. The composition of some typical goals of the school course of geometry is described. This description is considered as an integral part of the future atlas of the typical goals of the mathematics course.

Keywords: mathematical activity, goal of activity, composition of goals, learning outcomes.

Мы развиваем трактовку цели деятельности, принятую в теории моделирования, основанной на формально-конструктивной трактовке модели [1]. Упрощенно можно сказать, что в рамках этой теории под целью понимается система эталонных моделей результата деятельности. Эта конструктивная интерпретация понятия «цель деятельности» [2] открывает новые возможности в теории и методике обучения, в частности, обучения математике. Как оказалось, задача определения состава цели является нетривиальной не только для обучаемого, но и для преподавателя, и для исследователя. Например, треугольник может быть задан не только с помощью длин трех сторон, длин двух сторон и угла между ними или длины стороны и величин прилегающих к этой стороне углов, но и как грань многогранника, сечение или проекция некоторой фигуры, развертка некоторой поверхности. Кроме того, треугольник может быть задан описанием положения его вершин относительно некоторых фигур, описанием положения его сторон (в том числе с помощью координат). Поэтому актуальной является задача составления атласа типовых целей математической деятельности.

Эталонные модели из состава деятельности целесообразно разделить на 3 класса: 1) форма представления объекта; 2) конкретные эталонные образцы; 3) шаблоны конкретных эталонных образцов. Эталонная модель может быть задана либо явно (задается с помощью алгоритма построения, или получается с помощью типовые преобразований или типовых комбинаций других объектов, или задается описанием ее элементов, связей между ними и характеристик элементов и т. п.), т. е. допускает ***прямое задание***, либо неявно (выделяется в некотором множестве с помощью ее свойств), т. е. допускает ***косвенное задание***.

Форма представления объекта необходима для оценивания грамматической компоненты адекватности результата деятельности. В отличие от них конкретные эталонные образцы и шаблоны конкретных эталонных образцов предназначены для оценивания результата по существу. В соответствии с системным подходом каждый объект (в том числе эталонная модель результата деятельности), с одной стороны, может быть представлен системой моделей (т. е. разделен на составные части - вообще говоря, по-разному, с определением связей между ними, их характеристик и др.), с другой стороны, может рассматриваться как компонент или элемент некоей «надструктуры». В первом случае эталонная модель представляется как комбинация своих элементов, их характеристик и связей между ними. Такое представление мы назвали ***внутренним алгебраическим представлением модели***.

В результате нашего исследования мы получили фрагмент атласа типовых целей математической деятельности. Мы привели только эталонные формы представления результата деятельности, поскольку шаблон и конкретный образец эталонного результата деятельности являются результатом конкретизации этой формы представления.

В школьном курсе геометрии рассматриваются следующие типы фигур: точка, линия, поверхность и «фигуры с непустой внутренностью», т. е. фигуры, включающие в себя некоторую точку вместе с непустой ее окрестностью, пространство. Специфика аналитической геометрии состоит в том, что она основана на векторной алгебре, фактически рассматриваемой как модель-триада, компонентами которой являются а) векторно-геометрическая модель; б) векторно-символическая модель; в) координатная модель. При этом в аналитической геометрии последняя модель считается приоритетной, форма представления с помощью координат является наиболее желательной.

I) Состав типовых целей «**задать геометрическую фигуру**».

В геометрии фигура рассматривается как множество точек, причем в силу специфики аналитической геометрии приоритетной формой представления является задание с помощью координат точек, обмен информацией между компонентами модели-триады осуществляется с помощью правила: система уравнений и неравенств, задающая линию или поверхность – это утверждение о координатах произвольной точки линии.

I.1) Внутреннее алгебраическое представление.

I.1a) Прямое задание: *точка* не имеет частей и имеет только внешнее алгебраическое представление, траекторией перемещения точки, линии или части поверхности ; ii) алгоритмом задания точек фигуры (задание многогранника как выпуклой комбинации точек или представить параллелограмм как результат параллельного перемещения отрезка, один из концов которого перемещается по отрезку прямой); iii) задание «фигуры с непустой внутренностью»: задание с помощью границы и, если необходимо, указанием, по какую сторону границы находятся внутренние точки ; iv) представление границы как линий, ограничивающей часть поверхности; v) задание многоугольник и многогранника набором вершин.

I.1b) Косвенное задание: i) описание свойств точек фигуры (с помощью системы уравнений и неравенств для точек фигуры или определение круга радиуса R, как множества точек, расстояние от которых до его центра не превосходит R). ii) задание системой или совокупностью уравнений и неравенств

I.2) Внешнее алгебраическое представление.

I.2a) Прямое задание: *точка* не имеет частей и имеет только внешнее алгебраическое представление, специфичным для точки является ее задание положением относительно других фигур (центр окружности, точка пересечения линий, указанием координат в некоторой системе координат, задание алгоритмом, скажем, описание перемещения точки и др.), *линия* и *поверхность* задаются в виде комбинации других фигур: пересечение (например, сечение сферы плоскостью), объединение, задание отрезка как множества точек между двумя концами отрезка, задание фигуры как поверхности тела, или тела как части пространства, ограниченного заданной поверхностью, как результат преобразования одной фигуры в другую (частный вид проекции), сечение, растяжение или сжатие.

I.2b) Косвенное задание: представление фигуры с помощью предиката на некотором множестве фигур (например, определение параллелограмма как выпуклого четырехугольника, у которого противоположные стороны параллельны друг другу).

II) Эталонные модели из состава цели «**задать числовую характеристику фигуры: длину, величину угла, площадь, периметр, объем** и т. д.».

II.1) Внутреннее алгебраическое представление.

II.1a) Прямое задание: задание алгоритма вычисления значений первичных величин: длины линии, величины угла, отношения одноименных величин, выражение геометрической величины через параметры уравнений и неравенств, задающих эти фигуры (необходимо проверить инвариантность относительно выбора системы координат).

II.1b) Косвенное задание: задание величины посредством ее свойств (например, аддитивность для разрезания фигуры), в частности, свойств координатного выражения.

II.2) Внешнее алгебраическое представление.

II.2a) Прямое задание: выражение геометрической величины через другие геометрические величины, выражение для вычисления результата преобразования фигуры (например, перехода к подобной фигуре).

II.2b) Косвенное задание: задание величины посредством предиката на множестве геометрических величин, например, на этом основан контроль формул на основании сравнения размерностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 16-06-00240.

Литература

1. Мельников, Ю.Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей: Монография [Текст] / Ю.Б. Мельников. – Екатеринбург: Уральское издательство, 2004. – 384 с.

2. Мельников Ю.Б. Управление целями в обучении математической деятельности // Педагогический журнал. – 2016. – Том 6. № 6А. – С. 187-199.