

Литература

1. Пряхин Ю. А. *Выпуклые многогранники, грани которых равноугольны или сложены из равноугольных* // Вопросы глобальной геометрии, Зап. научн. сем. ЛОМИ – Л.: Наука, Ленинград.отд., 1974. –Т. 45. – С. 111–112.
2. Тимофеенко А. В. *К перечню выпуклых правильных многогранников* // Современные проблемы математики и механики. К 100-летию со дня рождения Н.В.Ефимова – 2011. – Т. 6. – № 3. – С. 155–170.
3. Залгаллер В. А. *Выпуклые многогранники с правильными гранями* // Вопросы глобальной геометрии, Зап. научн. сем. ЛОМИ – Л.: Наука, Ленинград.отд., 1967. –Т. 2. – С. 5–221. Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/links/fab2e074302d774a0e80229e37b1cfb8/zns11408.pdf>
4. Johnson N. W. *Convex polyhedra with regular faces* // Canad. J. Math. –1966. – Т. 18. – С. 169–200.
5. Полтанов Е. В., Судак Д. Н., Тимофеенко А. В., Якушева А. В. *О выпуклых соединениях правильно-гранных пирамид* // Proceedings of the 47th International Youth School-conference “Modern Problems in Mathematics and its Applications”, Yekaterinburg, Russia, 02-Feb-2016. –Т. 1662. – С. 148–158. Режим доступа: <http://ceur-ws.org/Vol-1662/top3.pdf>
6. Окладникова Е. Тимофеенко А. *О типах выпуклых многогранников с паркетными гранями* // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы V Всероссийской научно- методической конференции с международным участием. Красноярск, 16–17 ноября 2016 г. – Красноярск: Краснояр. гос.пед. ун-т им. В.П. Астафьева, 2016. – Т. 35. – С. 147–154.

COMPOSED OF NO MORE THAN 16 REGULAR-HEDRON PYRAMIDS CONVEX BODIES WITH SUCH AS PYRAMIDS OR TWICE AS LARGE LARGER EDGES

A.V. Timofeenko, D.N. Sudak, A.A. Cherepukhina

The issue is discussed: "What all convex polyhedrons with equilateral parquet faces?" The bodies specified in the name are constructed. Groups of their symmetries are found.

Keywords: Convex polyhedron, group of symmetries, parquet polygon, regular-hedron pyramid.

УДК 514.17

О ПРИМЕНЕНИИ ИНВОЛЮЦИЙ, ПОРОЖДАЮЩИХ ГРУППУ СИММЕТРИЙ

И.А. Тимофеенко¹

¹ ivan.timofeenko@gmail.com; Сибирский федеральный университет

В группе $SL_6(\mathbb{Z})$ явно указаны три порождающие ее инволюции. Явно указано и описано применение систем компьютерной алгебры для синтеза многогранников.

Ключевые слова: Инволюция, группа симметрий, система компьютерной алгебры, многогранник.

Напомним, что теорема Л. Шлефли о классификации правильных многогранников в евклидовом пространстве \mathbb{R}^n [1], $n = 1, 2, 3, \dots$, в середине прошлого века была усовершенствована, когда в основу определения правильного тела была положена транзитивность группы симметрий на множестве флагов этого многогранника. Все эти группы порождены отражениями. Восстановление по этим отражениям многогранника и является основным ядром усовершенствования теоремы Шлефли.

Хорошо известно, что отражениями порождены и большинство кристаллографических групп. Очевидно, что для работы с многогранниками вместо поля \mathbb{R} действительных чисел можно взять его подполе рациональных чисел, некоторые его алгебраические расширения или конечные поля. Переход от этих полей к кольцам целых и целых гауссовых чисел приводит к группам лиева типа, которые выступают в роли строителя новых геометрических фигур также, как группы, порожденные тремя инволюциями, две из которых перестановочны, позволяют построить каждое платоново тело. Однако, даже для групп $SL_6(\mathbb{Z})$ и $SL_{10}(\mathbb{Z})$ остается неизвестным обладают ли они порождающими их тремя инволюциями, две из которых перестановочны, см. вопрос 15.67 из [2]. Любые две из трех инволюций следующей теоремы неперестановочны.

Теорема. *Группа $SL_6(\mathbb{Z})$ над кольцом целых чисел \mathbb{Z} порождается тремя следующими инволюциями:*

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В работе [3] показано как построить три инволюции, две из которых перестановочны, в некоторых группах лиева типа и выяснить порождается ли эта группа такой тройкой инволюций. В группах, которые обладают такими порождающими тройками инволюций — их обозначают $(2 \times 2, 2)$ -тройками — становятся кандидатами на построения многогранника по соответствующим инволюциям преобразованиям. В докладе планируется демонстрация созданных для нахождения $(2 \times 2, 2)$ -троек инструментов системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. Некоторые из них опубликованы в [3]. Будет также отражен опыт построения в трехмерном евклидовом пространстве орбит граней размерности 1, 2 и 3 при действии конечной группой движений. Отлажены построения "живых" изображений названных орбит. Например, группа симметрий изображенного на рис. 1 двенадцатигранника порождена тремя инволюциями: поворотами на угол π с осями, проходящими через вершину \dot{A} и середину квадратной грани и отражением от плоскости, содержащей точку A и диагонали квадратов. По этим порождающим система компьютерной алгебры находит все 16 матриц симметрий этой фигуры. Умножая эти матрицы на координаты фундаментальных вершин A , B и C , получаем все 14 координатных троек вершин многогранника, по которым система компьютерной алгебры достраивает его. Таким образом, многогранник задается матрицами порождающих группы его симметрий и координатными тройками фундаментальных вершин.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности» в рамках научного проекта №16-41-240670.

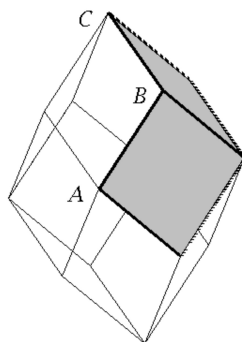


Рис. 1. Фундаментальные вершины A, B, C и фундаментальные (закрашенные) грани дважды наращенного кубооктаэдра.

Литература

1. Schlafli L. *Theorie der vielfachen Kontiuatat* // *Denkschriften der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft* – М.: Мир, 1901. -Т. 17- С. 1-237 с.
2. Мазуров В. Д., Хухро Е. И. *Нерешенные вопросы теории групп Коуровская тетрадь* // Институт математики СО РАН. – 2014. Новосибирск.
3. Тимофеенко И. А. *Порождающие мультиплеты инволюций линейных групп над кольцом целых чисел* // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Красноярск Сибирский федеральный университет, 2017. – 108 с, Режим доступа: http://research.sfu-kras.ru/sites/research.sfu-kras.ru/files/Dissertaciya_Timofeenko.pdf

ON THE APPLICATION OF INVOLUTIONS GENERATING THE GROUP OF SYMMETRIES

I.A. Timofeenko

Three generating involution of group $SL_6(\mathbb{Z})$ are explicitly indicated. The application of computer algebra systems for the synthesis of polyhedra are specified and describes.

Keywords: Involutions, group of symmetries, computer algebra system, polyhedron.

УДК 514.1

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА СЕРПИНСКОГО НА ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

П.И. Трошин¹

¹ paul.troshin@gmail.com; Казанский (Приволжский) федеральный университет

Построено семейство аналогов треугольника Серпинского на плоскости Лобачевского при помощи системы итерированных функций, связанной с группой изометрий. Найдена зависимость между параметрами полученного семейства, при которой аттрактор гомеоморфен классическому треугольнику Серпинского.

Ключевые слова: Треугольник Серпинского, плоскость Лобачевского, модель Бельтрами–Клейна, система итерированных функций.

Напомним, что треугольник Серпинского на евклидовой плоскости можно задать как аттрактор различных систем итерированных функций (СИФ, см. [1]). При-