```

_fern:=proc(root,side,angle,sym)
global graph:
local temp:
  if side > 1 then
    temp:=branch(root,side,angle,sym):
    _fern(temp[1],.35*side,temp[2]+sym*Pi/3.,sym):
    _fern(temp[3],.35*side,temp[4]-sym*Pi/3,-sym):
    _fern(temp[5],.8*side,temp[6],sym):
  end if:
end proc:

> center:=[0,0]:
graph:=[]:
_fern(center,150.,Pi/2.,1);
display(graph,scaling=constrained,axes=none);
```

Литература

1. Кирсанов М.Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. Учебное пособие/ М.Н. Кирсанов. – СПб: Лань, 2012. – 512 с.

GEOMETRIC FRACTALS CONSTRUCTION IN CAS MAPLE

A.A. Agathonov

Examples of constructing some known geometric fractals in the CAS Maple are given.

Keywords: geometric fractals, programming, CAS Maple.

УДК 378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА

А.В. Букушева[1]

1 *bukusheva@list.ru*; Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Рассматривается применение системы Wolfram Mathematica в решении задач тензорного анализа.

Ключевые слова: бакалавриат, Wolfram технологии, компьютерная геометрия, тензорный анализ.

Компьютерные технологии становятся регулярной, обязательной частью математического образования. Повышение качества процесса обучения математике обеспечивается за счет реализации дидактических возможностей информационных и коммуникационных технологий: автоматизации информационно-поисковой и вычислительной деятельности; моделирование, виртуальное представление на экране изучаемых математических объектов; расширения самостоятельной деятельности в условиях использования систем компьютерной математики (С.С. Кравцов, Л.П. Мартиросян, И.В. Роберт и др.).

Вопросы применения систем компьютерной математики в процессе преподавания математических дисциплин рассматривались в работах В.И. Глизбург, В.А. Далингера, В.П. Дьяконова, Ю.Г. Игнатьева, М.П. Лапчика, Е.К. Хеннера и др.. В научно-методической литературе возможности программы Wolfram Mathematica проанализированы в работах А.О. Иванова, В.З. Аладьева, Д. Бурланкова, Е.Г. Давыдова, В.П. Дьяконова, Д.П. Ильютко, Т.В. Капустиной, Г.В. Носовского, В.Б. Таранчук, А.А. Тужилина, А.Т. Фоменко и других.

Дисциплина "Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование" изучается будущими бакалаврами, обучающимися по направлению "Математика и компьютерные науки" , на четвертом курсе. Целью учебной дисциплины является формирование и развитие у студентов практических навыков моделирования геометрических объектов и создания визуализации с помощью компьютерных технологий. Задачи дисциплины: изучить математический аппарат, необходимый для моделирования геометрических объектов, освоить современные компьютерные технологии для изображения и моделирования геометрических объектов, познакомить студента с основами компьютерного геометрического моделирования, которое позволяет сделать работу математика-исследователя более эффективной.

Некоторые Wolfram технологии и их применение в обучении компьютерной геометрии рассмотрены в [1]. Принципы обучения геометрии с использованием системы Mathematica описаны в [2]. Для проведения лабораторных занятий, организации самостоятельной аудиторной и внеаудиторной работы студентов, а также подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации нами разработан и дополняется в настоящее время электронный образовательный курс на базе LMS Moodle (http://course.sgu.ru) [3]. Интернет-ресурсы WolframAlpha, Wolfram Language System "Documentation Center" виртуальная лаборатория Wolfram Programming Lab используется для изучения языка программирования Wolfram Language, организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов. Применение онлайн программы Wolfram Programming Lab в учебном процессе обеспечивает реализацию учебно-познавательной, исследовательской деятельности, повышает эффективность самостоятельной работы студента. Задачи разного уровня сложности и индивидуальные творческие задания дают возможность каждому студенту раскрыть свой творческий потенциал. Примеры таких задач по компьютерной геометрии приведены в [4].

Рассмотрим некоторые возможности использования Mathematica в решении задач тензорного анализа, которые могут быть использованы на лабораторных занятиях по компьютерной геометрии при первом знакомстве студентов с данной программой.

Пример 1. Найти интегральную кривую $v(x,y) = y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y}$ векторного поля на плоскости, проходящую через точку $A(1,1)$ [5, С. 40].

Решим систему дифференциальных уравнений и построим интегральные кривые векторного поля при различных значениях константы, в том числе кривую проходящую через данную точку.

In[1]:= ds = DSolve[D[x[t], t] == y[t], D[y[t], t] == -x[t], $\{x, y\}$, t]

Out[1]=

x → Function[t, C[1] Cos[t] + C[2] Sin[t]], y → Function[t, C[2] Cos[t] - C[1] Sin[t]]

Построим таблицу решений, заменив C[1], C[2] на k, где k изменяется от 1 до 4 с шагом 1:

In[2]:= tab = Table[x[t], y[t] /. ds[[1]] /. C[1] → k, C[2] → k, $\{k, 1, 4, 1\}$]

Out[2]=

$\{\{\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t], \mathrm{Cos}[t]-\mathrm{Sin}[t]\}, \{2\mathrm{Cos}[t]+2\mathrm{Sin}[t], 2\mathrm{Cos}[t]-2\mathrm{Sin}[t]\},$
$\{3\mathrm{Cos}[t]+3\mathrm{Sin}[t], 3\mathrm{Cos}[t]-3\mathrm{Sin}[t]\}, \{4\mathrm{Cos}[t]+4\mathrm{Sin}[t], 4\mathrm{Cos}[t]-4\mathrm{Sin}[t]\}\}$

Нарисуем векторное поле и его интегральные кривые.

In[3]:=Show[ParametricPlot[Evaluate[tab], $\{t, 0, 2\pi\}$, PlotStyle → Thickness[0.005]], VectorPlot[$\{y, -x\}$, $\{x, -6, 6\}$, $\{y, -6, 6\}$]]

Пример 2. Пусть в евклидовом пространстве E^3 в прямоугольных координатах задано векторное поле $a(x, y, z) = (-y, x, 1)$. Интегрируя систему $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = x, \frac{dz}{dt} = 1$, при начальном условии $x(0) = x, y(0) = y, z(0) = z$, получим преобразования $x(t) = x\cos t - y\sin t, y(t) = x\sin t + y\cos t, z(t) = z + t$. Интегральные пути этого потока образуют 2-параметрическое семейство винтовых линий. Нарисуем векторное поле и его интегральные кривые.

In[4]:=

DSolve[$\{D[x[t], t] == -y[t], D[y[t], t] == x[t], D[z[t], t] == 1, x[0] == x0, y[0] == y0,$ $z[0] == z0\}$, $\{x, y, z\}$, t]

Out[4]=

$\{\{x \to \mathrm{Function}[\{t\}, x0\mathrm{Cos}[t] - y0\mathrm{Sin}[t]], y \to \mathrm{Function}[\{t\}, y0[t] + x0\mathrm{Sin}[t]],$
$z \to \mathrm{Function}[\{t\}, t + z0]\}\}$

In[5]:= x0 = 1; y0 = 1; z0 = 1;

In[6]:=Show[ParametricPlot3D[$\{x0\mathrm{Cos}[t] - y0\mathrm{Sin}[t], y0\mathrm{Cos}[t] + x0\mathrm{Sin}[t], t + 1\}$, $\{t, 0, 3\pi\}$, PlotStyle → $\{$Red, Thickness[0.005]$\}$], VectorPlot3D[$\{-y, x, 1\}$, $\{x, -5, 5\}$, $\{y, -5, 5\}$, $\{z, -10, 10\}$]]

Пример 3. Рассмотрим риманово многоообразие $(\mathbb{R}^3, g)$. Пусть координатное представление метрического тензора g в базисе $(\partial_1, \partial_2, \partial_3)$ имеет вид: $\begin{pmatrix} 1+(x^2)^2 & 0 & x^2 \\ 0 & 1 & 0 \\ x^2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Зададим гладкое распределение $D = Span(\vec{e}_a)$, $(a = 1, 2)$, где $\vec{e}_a = \partial_a - \Gamma_a^n \partial_3$.

Составим уравнение геодезических. Выполнив необходимые вычисления, получим систему:

$$\begin{cases} \frac{d^2x^a}{dt^2} = 0, \\ \frac{d^2x^3}{dt^2} = x^2\frac{dx^1}{dt}, \end{cases}$$

в которой первые два уравнения означают, что векторное поле вдоль кривой параллельно, а третье уравнение – геодезическая касается распределения D. Визуализируем геодезические.

In[6]:=DSolve[$\{D[x[t], \{t, 2\}] == 0, D[y[t], \{t, 2\}] == 0, D[z[t], \{t, 2\}] == y[t]D[x[t], t]\}$, $\{x, y, z\}$, t]

Out[6]=

$\{\{x \to \mathrm{Function}[t, tC[1] + C[3]], y \to \mathrm{Function}[t, tC[2] + C[4]],$
$z \to \mathrm{Function}[t, 1/6t^3C[1]C[2] + 1/2t^2C[1]C[4] + tC[5] + C[6]]\}\}$

In[7]:=

$$\mathrm{Manipulate}[\,\mathrm{ParametricPlot3D}\,[\{c1\,t + c3, c2\,t + c4, c1\,c2\,t^3/6 + 1/2\,t^2\,c1\,c4 + c5\,t + c6\}, \{t, -6, 4\}, \mathrm{PlotStyle} \to \{\mathrm{Thickness}[0.01], \mathrm{Red}\}], \{c1, -1, 1\}, \{c2, -1, 1\}, \{c3, -1, 1\}, \{c4, -1, 1\}, \{c5, -1, 1\}, \{c6, -1, 1\}, \mathrm{ControlPlacement} \to \{\mathrm{Left}\}]$$

Литература

1. Букушева А.В. Возможности использования Wolfram технологий при изучении компьютерной геометрии / А.В. Букушева // Труды Международной научно-практической конференции “Информатизация образования - 2016”, Сочи. – М.: Изд-во СГУ, 2016. – С. 168–175.

2. Букушева А.В. Принципы методической системы обучения компьютерной геометрии / А.В. Букушева // Балтийский гуманитарный журнал. – 2016. – Т. 5, № 3 (16). – С. 95–98.

3. Букушева А.В. Организация самостоятельной работы студентов при изучении компьютерной геометрии в LMS MOODLE / А.В. Букушева // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2016. – Т. 5, № 3 (16). – С. 30–34.

4. Букушева А.В. Учебно-исследовательские задачи в подготовке бакалавров-математиков / А.В. Букушева // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия “Информационные компьютерные технологии в образовании”. – 2015. – Вып. 11. – С. 85–93.

5. Малахальцев, М.А. Сборник по тензорному анализу: Методическое пособие / П.П. Петров, М.А. Малахальцев. – М.: Издательство Казанского государственного университета, 2008. – 76 с.

USAGE OF COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS IN SOLVING TASKS OF TENSOR ANALYSIS

A.V. Bukusheva

We consider application of the Wolfram Mathematica system in solving tensor analysis tasks.

Keywords: bachelor’s training, Wolfram technologies, computer geometry, tensor analysis.

УДК 372.851

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

А.Ф. Гилазиева[1], Н.В. Тимербаева[2]

1 *gilazieva2016f05a@yandex.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

2 *timnell@yandex.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Статья посвящена применению математической программы GeoGebra при изучении стереометрии в курсе школьной математики. Проиллюстрирован широкий спектр возможностей программы для динамической, наглядной работы с геометрическими объектами, обоснованы преимущества и недостатки. Доказывается целесообразность использования данной технологии на этапе обобщения и систематизации учебного материала.

Ключевые слова: GeoGebra, геометрия, компьютерные технологии, стереометрия.