

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В КЛАССАХ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

Евсеева А.А., учитель математики,
МБОУ «Лицей №1» Чистопольского муниципального района Республики Татарстан
aleksandra25_10@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается возможность обучения дискретной математике школьников, обучающихся в классах химико-биологических профилей. Приведены примеры заданий по комбинаторике и теории вероятностей.

Ключевые слова: комбинаторика, теория вероятностей, дискретная математика, химико-биологический профиль обучения

THE STUDY OF DISCRETE MATHEMATICS IN THE CLASS NON-MATHEMATICAL PROFILES

A.A. Evseeva, math teacher,
Liceum №1, Chistopol
aleksandra25_10@mail.ru

Abstract. The article discusses the possibility of teaching discrete mathematics students enrolled in the school of chemical and biological profiles. Examples of tasks in combinatorics and probability theory.

Keywords: combinatorics, probability, discrete mathematics, chemical-biological profile of training.

Математика – это часть общечеловеческой культуры, такая же неотъемлемая и важная, как право, медицина, естествознание и многое другое. Все наилучшие достижения человеческой мысли и составляют основу гуманитарного образования, необходимого каждому современному человеку. Таким образом, для гуманитария математика, прежде всего, общеобразовательная дисциплина, как, например, право для математика.

Но для химика или биолога значение математики этим не исчерпывается.

Сейчас уже никто не сомневается в том, что математические методы наряду с физическими и химическими, являются мощным инструментом при исследовании чисто биологических проблем. Сейчас в биологии используются различные приложения математики. Основными темами изучения для студентов-биологов являются: вероятности, векторы и матрицы, линейное программирование, марковские цепи, теория игр, дифференциальные уравнения и др. Некоторые из них, а именно элементы дискретной математики, можно изучать и в школе.

Наконец, применение математических методов расширяет возможности каждого специалиста. В медицинской практике важную роль играет статистика, умение правильно обработать информацию, сделать достоверный вывод или прогноз на основании имеющегося статистического материала. Ценность специалиста существенно возрастает, если он умеет делать все это.

Курс математики для химиков и биологов должен, с одной стороны, быть достаточно широким, чтобы играть развивающую, гуманитарную роль. С другой стороны, он должен быть и достаточно содержательным, чтобы школьники научились решать хотя бы несложные прикладные задачи. Дискретная математика, а именно комбинаторика, теория вероятностей и математическая статистика – благодатная почва для развития математических способностей в классах нематематических профилей.

Рассмотрим примеры заданий, которые можно предложить учащимся химико-биологических профилей при изучении элементов дискретной математики на примере комбинаторики и теории вероятностей.

При изучении понятия перестановок биологам можно предложить следующие задания:

1. В некотором ареале имеется 14 видов плодовых мушек, 17 видов бабочек и 13 видов комаров. Сколькими способами можно выбрать по одному виду каждого типа?

Решение: $14 \cdot 17 \cdot 13 = 3094$ различных способов.

2. В трёх пробирках, поставленных в штатив для пробирок, содержатся разные препараты C_1 , C_2 , C_3 . Перечислите возможные расположения этих препаратов в штативе.

Решение: Возможные расположения таковы $C_1C_2C_3$, $C_1C_3C_2$, $C_2C_1C_3$, $C_2C_3C_1$, $C_3C_1C_2$, $C_3C_2C_1$.

3. Восемь лабораторных животных нужно проранжировать в соответствии с их способностями выполнять определенные задания. Каково число возможных ранжировок, если допустить, что одинаковых способностей нет?

Решение: Существует $8! = 40320$ упорядочений или ранжировок по способностям.

При рассмотрении понятий размещения и сочетания можно решить с учащимся следующие задачи:

1. Три типа бактерий культивируются в девяти пробирках. Три пробирки содержат бактерии 1-го типа, четыре – бактерии 2-го типа и две – бактерии 3-го типа. Сколькими различными способами можно расположить пробирки в ряд на штативе, если нам важно расположение лишь типов бактерий?

Решение: Множество из девяти пробирок разбивается на три подмножества, содержащие соответственно три, четыре и два неразличимых объекта.

Получаем число размещений: $\frac{9!}{3!4!2!} = 1260$.

2. Для эксперимента по определению скорости роста требуется выбрать четыре штамма бактерий из имеющихся восьми. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: Нужно найти число способов выбора четырех объектов из восьми вне зависимости от порядка выбора. Т.е, число сочетаний: $C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = 70$.

В химии комбинаторика используется для оценки вероятности той или иной конфигурации частиц, подсчета числа изомеров, определения числа микросостояний по формуле Больцмана.

1. Сколько существует различных галогенопроизводных метана вида CH_2XY , где X и Y – атомы галогенов?

Решение: Порядок расположения галогенов в этом случае роли не играет, так как у молекул этого вида нет изомеров. Число различных веществ дается сочетанием из четырех галогенов по два положения в молекуле, т.е.: $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$ веществ.

2. Сколько трипептидов, содержащих три различных аминокислотных остатка, можно составить из 20 аминокислот?

Решение: Пептиды – несимметричные молекулы, для них важен порядок расположения аминокислот. Поэтому число трипептидов равно числу размещений 20 аминокислот по трём позициям в трипептиде: $A_{20}^3 = \frac{20!}{(20-3)!} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$ трипептидов.

3. Шесть одинаковых молекул распределены по двум ячейкам. Какова вероятность того, что все шесть молекул окажутся в одной ячейке (всё равно какой)?

Решение: Пусть в первой ячейке оказалось k молекул из 6, а во второй – $(6 - k)$, где $0 \leq k \leq 6$. Такое распределение можно реализовать числом способов, которое равно числу сочетаний из 6 по k :

$C_6^k = \frac{6!}{k!(6-k)!}$. Общее число всех возможных распределений 6 молекул по 2 ячейкам равно:

$$n = \sum_{k=0}^6 C_6^k = 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64.$$

Из этих 64 случаев условию задачи удовлетворяют только 2: когда все шесть частиц находятся в одной ячейке или в другой. Таким образом, вероятность искомого разбиения $P = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$

Для применения понятия вероятности события биологам можно предложить следующие задачи:

1. В большой популяции плодовой мушки 25% мух имеют мутацию глаз, 50% - мутацию крыльев, а 40% мух с мутацией глаз имеют и мутацию крыльев.

а) Какова вероятность того, что у мухи, наудачу выбранной из этой популяции, окажется хотябы одна из мутаций?

б) Какова вероятность того, что у случайно выбранной мухи есть мутация глаз, но нет мутации крыльев?

Решение: Обозначим через А и В события, состоящие в том, что случайно выбранная муха имеет соответственно мутацию глаз или мутацию крыльев.

а) Вероятность того, что муха имеет мутацию глаз $P(A) = 0,25$; мутацию крыльев $P(B) = 0,5$; мутацию и глаз, и крыльев $P(A \cap B) = 0,4 \cdot 0,25 = 0,1$. Таким образом, вероятность того, что муха имеет одну или обе мутации: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,25 + 0,5 - 0,1 = 0,65$.

б) Вероятность того, что у мухи есть мутация глаз, но нет мутации крыльев – это $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,25 - 0,1 = 0,15$.

2. Некоторая операция пересадки кожи приводит к успеху в 40% всех случаев. Пациенту делают пересадку кожи несколько раз подряд до тех пор, пока она не удастся. Какова вероятность того, что пересадка окажется успешной: а) с первой попытки? б) с третьей попытки?

Решение:

а) Вероятность успеха при каждом испытании $P = 0,4$. Поэтому вероятность успеха с первой попытки равна 0,4.

б) Чтобы успех имел место с третьей попытки, первые две пересадки должны быть неудачными, а третья – удачной. Вероятность неудачи при любом испытании $1 - 0,4 = 0,6$. Поэтому искомая вероятность равна $0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,144$.

Даже из рассмотренных примеров видно, что и в химико-биологическом классе можно решать задачи теории вероятностей и комбинаторики, напрямую связанные со спецификой учебного плана данного профиля. Кроме того, полезно включать в содержание обучения химиков и биологов элементы теории множеств, непрерывную вероятность, распределение Пуассона, нормальное распределение, решение оптимизационных задач и элементы математического моделирования. Учащихся гуманитарных классов необходимо знакомить и с теорией принятия решений.

Литература

1. Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А., Комбинаторика. – М.: МЦНМО, 2006. – 396 с.
2. Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов: Пер. с англ.: / Предисл. и коммент. Ю. М. Свирижева. – М.: Высш. школа, 1983. – 383 с., ил.
3. Еремин В. В. Теоретическая и математическая химия для школьников. Подготовка к химическим олимпиадам. – М.: МЦНМО, 2007. – 392 с.