

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ  
ПРИ ОСВОЕНИИ КУРСА АЛГЕБРЫ 7–9 КЛАССОВ**

**Алексеева Е.Е., старший преподаватель кафедры математических дисциплин ДПО,  
ГБОУ ВО МО «Академия социального управления», г. Москва;  
МОУ СОШ № 9, г. Павловский Посад МО  
alekseeva.ok@mail.ru**

*Аннотация.* В статье представлено использование заданий раздела «Логика» курса математики, как средства развития познавательных универсальных учебных действий.

*Ключевые слова:* универсальные учебные действия, познавательные умения, формирование, логика, математика, алгебра, задания.

**FORMATION COGNITIVE SKILLS STUDENTS  
AT THE DEVELOPMENT OF THE ALGEBRA COURSE OF 7-9 CLASSES**

**E.E. Alekseeva, senior lecturer department of mathematical disciplines APE,  
State Educational Institution of Higher Education of Moscow region  
«Academy of Social Management», Moscow;  
Municipal educational institution Secondary school № 9  
Pavlovsky Posad of the Moscow Region  
alekseeva.ok@mail.ru**

*Abstract.* The article presents the results of a research aimed at the usage of drafting the geometric tasks as means of development of regulatory actions.

*Keywords:* universal learning activities, cognitive skills, formation, logics, mathematics, algebra, tasks.

Формирование познавательных универсальных учебных действий (УУД) у учащихся является одной из задач, стоящей перед современной школой. Познавательные УУД в соответствии Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (ФГОС ООО) составляют действия: общеучебные, включающие знаково-символические; логические; постановки и решения проблем. Эта группа УУД при изучении математики направлена на формирование логического мышления, овладение математическими рассуждениями и развитие математической интуиции [5].

В содержание курса математики 7–9 классов введен раздел «Логика», на изучение которого примерной основной образовательной программой основного общего образования (ПООП ООО) не предусмотрено дополнительных часов. Он встраивается в различные темы курса математики [4, с. 341].

Поэтому учителю математики необходимо, во-первых, выявить задания входящие в раздел «Логика»; во-вторых, специально организовать выполнение этих заданий; в-третьих, направить учебно-познавательную деятельность учащихся при их решении на формирование познавательных УУД.

Базируясь на планируемых результатах обучения математике, представленных в ПООП ООО, выявлены познавательные действия, соответствующие разделу «Логика» (табл. 1). Эти действия формируются у учащихся при выполнении заданий этого раздела и трансформируются в познавательные умения в процессе их развития.

## Познавательные УУД соответствующие разделу «Логика»

ФГОС ООО, ПООП ООО	Познавательные действия
<b>Общеучебные:</b> смысловое чтение информационных объектов; работать с информацией, содержащейся в готовых информационных объектах; строить смысловые высказывания при представлении информации	1) анализировать предложенный математический текст; 2) структурировать математический текст; 3) устанавливать взаимосвязь составляющих математического текста; 4) критически оценивать содержание и форму текста; 5) преобразовывать текст, «переводя» его в другую форму; 6) проводить доказательные рассуждения в ходе решения заданий
<b>Логические:</b> использовать: сравнение, анализ и синтез, обобщение и конкретизацию, аналогию; выводить следствия	7) устанавливать причинно-следственные связи между составляющими текста; 8) обозначать данные логические связи между составляющими текста с помощью знаков; 9) строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) при выведении из условия (требования) задания
<b>Постановки и решения проблем:</b> формулировать проблему и находить пути ее решения на основе анализа	10) выдвигать гипотезы при решении логической задачи; 11) опровергать гипотезы; 12) подтверждать гипотезы; 13) обобщать процесс решения логической задачи

**Пример 1** (7 класс). Значение дроби  $\frac{a}{b} = 0$ . Что можно сказать о дроби  $\frac{b}{a}$ ? Ответ объясните [1].

Учитель на этапе анализа условия задания вводит понятие «составляющие математического текста». Учащиеся в процессе анализа дробей выявляют их составляющие (числитель и знаменатель).

Затем учащиеся под руководством учителя выдвигают гипотезу: если  $\frac{a}{b} = 0$ , то и  $\frac{b}{a} = 0$  и устанавливают причинно-следственные связи между составляющими дроби  $\frac{a}{b}$ .

Рассуждения учащихся сводятся к следующему:

1) так как дана дробь  $\frac{a}{b}$ , то записано арифметическое действие – деление; 2) так как частное двух чисел равно 0, то делимое равно 0, а делитель не равен 0 (свойство деления); 3) так как  $a$  – числитель,  $b$  – знаменатель этой дроби, то  $a = 0$ ,  $b \neq 0$  (п. 2); 4) так как  $a = 0$ ,  $b \neq 0$  (п. 3) и  $\frac{b}{a}$ , то  $\frac{b}{a} = \frac{b}{0}$  (по свойству равенств); 5) так как  $\frac{b}{a}$  и  $\frac{b}{a} = \frac{b}{0}$  (п. 4) и  $a$  – знаменатель, то дробь не существует (свойство деления).

После этого учащиеся обобщают выполненную деятельность и формулируют вывод: так как  $\frac{a}{b} = 0$ , то дробь  $\frac{b}{a}$  не существует, что опровергает выдвинутую гипотезу.

В процессе выполнения этого задания учитель организовал УПД учащихся, направленную на формирование у учащихся умений построения логических рассуждений в форме «Так как ....., то ..... (.....)»; выдвижения и опровержения гипотезы, установления причинно-следственных связей. Такой подход к решению аналогичных заданий в курсе алгебры 7 класса способствует формированию у учащихся умений решения задач на доказательство в курсе математики, в частности геометрии.

**Пример 2** (8 класс). Определите знаки дробей  $\frac{x}{y}$ ,  $\frac{x^2}{y}$ ,  $\frac{x}{y^2}$ , если известно, что:

а)  $x > 0$ ,  $y > 0$ ; б)  $x > 0$ ,  $y < 0$ ; в)  $x < 0$ ,  $y > 0$ ; г)  $x < 0$ ,  $y < 0$  [2].

**Решение.**

б)  $x > 0$ ,  $y < 0$ :

– Дробь  $\frac{x}{y}$ : так как  $\frac{x}{y}$  и  $x > 0$  и  $y < 0$ , то  $\frac{x}{y} < 0$  (свойство деления чисел с разными знаками).

– Дробь  $\frac{x^2}{y}$ : 1) оценим числитель дроби: так как  $x^2$ , то  $x^2 > 0$  (свойство степени с натуральным (четным) показателем); 2) так как  $\frac{x^2}{y}$  и  $x^2 > 0$  (п. 1) и  $y < 0$  (по условию), то  $\frac{x^2}{y} < 0$  (свойство деления чисел с разными знаками).

– Дробь  $\frac{x}{y^2}$ : 1) так как дробь и определить знак дроби (требование), то оценим числитель и знаменатель дроби – составляющие математического текста; 2) так как  $y^2$ , то  $y^2 > 0$  (свойство степени с четным показателем); 2) так как  $\frac{x}{y^2}$  и  $x < 0$  (по условию) и  $y^2 > 0$  (п. 1), то  $\frac{x}{y^2} < 0$  (свойство деления чисел с разными знаками).

В процессе выполнения этого задания учителем организована УПД учащихся, направленная на формирование умений выделения составляющих математического текста (дроби), оценивания составляющих, установления причинно-следственных связей, построения логического рассуждения.

**Пример 3** (8 класс). Докажите, что при любых значениях переменной:

а) значение дроби  $\frac{5}{a^2+7}$  положительно; б) значение дроби  $\frac{-3}{a^2+4}$  отрицательно;

в) значение дроби  $\frac{(x-3)^2}{a^2+8}$  неотрицательно; г) значение дроби  $\frac{(y-6)^2}{-a^2-3}$  неположительно [2].

Выполнение этого задания учитель организует на основе уровневого подхода в соответствии с ПООП ООО. Менее успешные ученики под руководством учителя анализируют пошаговое решение задания с использованием карточки-образца (табл. 2), выполняют аналогичное задание с использованием средств помощи; более успешным учащимся учитель предоставляет частично заполненную карточку с решением, наиболее успешные – выполняют задание самостоятельно, не используя средства помощи.

При выполнении задания формируются умения структурированной записи решения; установления взаимосвязи составляющих математического текста; логические познавательные действия.

Таблица 2

Карточка-образец

Условие: $\frac{(x-3)^2}{a^2+8}$		Требование: доказать, что дробь неотрицательна при любых значениях переменной
Решение		Обоснование
1) Так как $\frac{(x-3)^2}{a^2+8}$ и значение дроби неотрицательно	то $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0$	Условие, множество неотрицательных чисел
2) Так как $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0$ и значения переменных (требование)	то оценим числитель и знаменатель дроби	Требование, составляющие математического текста
3) Так как $(x-3)^2$ – числитель дроби, и дробь может быть равна 0 и показатель степени – натуральное число	то $(x-3)^2 \geq 0$	п. 1, условие, свойство степени с четным показателем
4) Так как $(x-3)^2 \geq 0$	то $(x-3)$ – любое число	п. 1, свойство степени с четным показателем
5) Так как $(x-3)$ – любое число	то $x$ – любое число	п. 4, свойство разности
6) Так как $a^2+8$ – знаменатель дроби и $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0$ и $(x-3)^2 \geq 0$	то $a^2+8 > 0$	Условие, п. 1, п. 4, свойство неравенств
7) Так как $a^2+8 > 0$	то $a^2$ и 8 – компоненты суммы	п. 6, компонентный состав суммы
8) Так как $a^2$ и 8	то $a^2 \geq 0$ и $8 > 0$	п. 7, свойство степени с четным показателем
9) Так как $a^2+8 > 0$ и $a^2 \geq 0$ и $8 > 0$	то $a$ – любое число	п. 7, п. 8, свойство неравенств
10) Так как $x$ и $a$ – любое число (п.5, п.9), то $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0$ при любых значениях переменных, что и требовалось доказать		

Таким образом, при выполнении этих заданий используются познавательные УУД. При этом особая роль отводится логическим познавательным действиям. Использование аналогичных заданий для организации УПД учащихся способствует формированию планируемых результатов обучения математике, сформулированных в ПООП ООО в соответствии ФГОС ООО.

## Литература

1. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. УМК для учащихся общеобразовательных учреждений / [А. Г. Мордкович и др.]; под ред. А. Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2015 г.
2. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. УМК для учащихся общеобразовательных учреждений / [А. Г. Мордкович и др.]; под ред. А. Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2015 г.
3. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. УМК для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2015 г.
4. Примерная основная образовательная программа основного общего образования (Одобрена решением федерального объединения по общему образованию. Протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15). – Министерство образования и науки Российской Федерации. Документы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [минобрнауки.рф/документы](http://минобрнауки.рф/документы)
5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Мин-во образования и науки Рос. Федерации. – М.: Просвещение, 2011. – 48 с.