

## **ПОДХОДЫ К ИНДИВИДУАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**Корнилов В.С., доктор педагогических наук, профессор,  
Московский городской педагогический университет, г. Москва  
vs\_kornilov@mail.ru**

*Аннотация.* В докладе излагаются подходы к индивидуализации обучения студентов высших учебных заведений физико-математических и естественнонаучных направлений подготовки в процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений. Обсуждаются цели и принципы, содержание, формы и методы обучения обратным задачам. Акцентируется внимание на то, что в процессе такого обучения у студентов не только формируется фундаментальная система знаний в области обратных задач, прикладной и вычислительной математики, математического моделирования процессов и явлений, но и развиваются научное мировоззрение, математическая интуиция, научно-познавательный потенциал и другие математические творческие способности.

*Ключевые слова:* индивидуализация обучения, обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений, прикладная математика, математические творческие способности, студент.

## **APPROACHES TO INDIVIDUALIZATION OF TRAINING OF STUDENTS TO THE INVERSE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**V.S. Kornilov, doctor of pedagogical sciences, full professor,  
Moscow city pedagogical university, Moscow  
vs\_kornilov@mail.ru**

*Abstract.* In the report approaches to individualization of training of students of higher educational institutions of the physical and mathematical and natural-science directions of preparation in training activity are explained to the inverse problems for differential equations. The purposes and the principles, contents, forms and methods of training in the inverse problems are discussed. Content of training in the inverse problems, their application-oriented aspects are discussed. Attention that in the course of such training at students not only the fundamental system of knowledge in the field of the inverse problems, applied and calculus mathematics, mathematical simulation of processes and the phenomena is created is focused, but also the scientific outlook, a mathematical intuition, scientific and cognitive potential and other mathematical creative abilities develop.

*Keywords:* training individualization, training in the inverse problems for differential equations, applied mathematics, mathematical creative abilities, the student.

Уже более полувека в России и за рубежом активно развивается теория обратных задач для дифференциальных уравнений, являющаяся одной из научных областей современной прикладной математики (см., например, [1–10]). Большой вклад в ее развитие вносят работы А.В. Баева, П.Н. Вабишевича, А.О. Ватульяна, В.В. Васина, А.М. Денисова, С.И. Кабанихина, М.М. Лаврентьева, Г.И. Марчука, Д.Г. Орловского, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н.Тихонова, В.А. Чеверды, В.Г. Чередниченко, В.А. Юрко, А.Г. Яголы, В.Г. Яхно и других авторов. С использованием методов теории обратных задач для дифференциальных уравнений успешно исследуются разнообразные процессы и явления, в том числе труднодоступные или недоступные для человека объекты и процессы различной природы, выявляются их причинно-следственные связи.

В настоящее время в некоторых российских вузах для студентов физико-математических и естественнонаучных направлений подготовки преподаются учебные курсы по выбору, посвященные обратным задачам для дифференциальных уравнений (см., например, [2–6, 8]). Среди таких вузов – Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский государственный университет, Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Сибирский федеральный университет, Уральский государственный университет, Ростовский государственный университет и другие вузы.

Обучение студентов глубоким знаниям в области обратных задач для дифференциальных уравнений является сейчас одной из актуальных задач системы высшего математического образования. Необходимость эта связана, прежде всего, с потребностями практики. С каждым годом обнаруживается все большее количество приложений обратных задач. Такие задачи сейчас возникают практически во всех областях естествознания: геофизике, астрономии, ядерной физике, химии, биологии и т. д. К необходимости решения обратных задач для дифференциальных уравнений приводят проблемы неразрушающего контроля промышленных изделий, медицинской диагностики, изучения новых свойств материалов. При обучении студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений большое внимание уделяется не только математическим методам решения обратных задач, но и построению и анализу самих математических моделей обратных задач, приведению их к виду, удобному для исследования.

В процессе преподавания теории обратных задач рассматриваются различные обратные задачи, среди которых обратные задачи определения коэффициентов, правых частей линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений; коэффициентные, граничные и эволюционные обратные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных (одномерные и многомерные обратные задачи для гиперболических, параболических, эллиптических, интегро-дифференциальных уравнений и других типов дифференциальных уравнений в частных производных, рассматриваемые в различных функциональных пространствах). При нахождении решений обратных задач студенты используют разнообразные методы математической физики, с помощью которых могут быть исследованы как обратные задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений, так и обратные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных. В результате студенты осознают широту использования методов математической физики в исследованиях прикладных математических задач. Доказывая сложные теоремы существования, единственности и условной устойчивости решения разнообразных обратных задач, они демонстрируют фундаментальные знания как в области теории и методологии обратных задач, так и в области методов математической физики.

При обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений обращается внимание на нахождение их приближенных решений. При помощи методов вычислительной математики студенты учатся находить приближенные решения обратных задач, как для обыкновенных дифференциальных уравнений, так и для дифференциальных уравнений в частных производных. Студенты приобретают умения и навыки применения сведений из теории разностных схем, разнообразных методов вычислительной математики. Эффективность обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений достигается, в том числе, реализацией междисциплинарных связей, которая обуславливается необходимостью интеграции как естественнонаучных, так и гуманитарных знаний и позволяет сформировать у студентов систему фундаментальных знаний в области обратных задач, осмыслить их научно-познавательный и научно-образовательный потенциал, осмыслить гносеологические процессы в прикладной математике, развить математическую интуицию. На практических занятиях в качестве учебных заданий студентам можно предложить, например, построить интегральное (интегро-дифференциальное) уравнение для решения прямой задачи; доказать локальную теорему существования и единственности или теорему условной устойчивости решения обратной задачи; изложить идею нахождения приближенного решения обратной задачи; построить разностный аналог обратной задачи для дифференциального уравнения; построить вычислительный алгоритм нахождения приближенного решения обратной задачи и проанализировать его свойства, доказать сходимость приближенного решения обратной задачи к точному решению и другие учебные задания; изложить идею доказательства корректности (условной

корректности) решения обратной задачи для дифференциальных уравнений, а также другие учебные задания или, например, по найденному решению обратной задачи сформулировать логические выводы прикладного или гуманитарного характера.

В процессе такого обучения студенты осмысливают корректность решения обратной задачи, анализируют целесообразность реализации математического метода решения обратной задачи, применяют математические знания для нахождения решения обратной задачи, обнаруживают знания в области теории и практики исследования математических моделей, анализируют полученное решение и формулируют логические выводы прикладного и гуманитарного характера. При этом у студентов развивается научное мировоззрение, логическое, алгоритмическое, информационное мышление, творческая активность, самостоятельность и сообразительность. Студенты приобретают умения и навыки применения знаний по многим физико-математическим дисциплинам, проведения анализа полученного решения обратной задачи и формулирования логических выводов прикладного характера. Решая обратные задачи для дифференциальных уравнений, студенты не только осваивают теорию и практику обратных задач, методологию исследования прикладных задач, приобретают новые знания в области прикладной и вычислительной математики, но и развивают математическую интуицию, научно-познавательный потенциал.

В процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений преследуются конкретные цели обучения, реализуются дидактические принципы и методы обучения обратным задачам, что обеспечивает студентам овладение системой знаний, умений и навыков, дающей представление о теории обратных задач для дифференциальных уравнений, математическом моделировании физических процессов и явлений, о конструктивных алгоритмах и методах исследования обратных задач, исторических периодах развития теории обратных задач; овладение основными общенаучными методами познания, используемыми в прикладной и вычислительной математике.

Общеизвестно, что разработка технологий индивидуализации обучения студентов является одной из перспективных задач педагогической науки. Научное осмысление проблемы индивидуализации обучения отражено в работах классиков педагогики Я.А. Коменского, Д. Локка, И.Г. Песталоцци, А. Дистервега, К.Д. Ушинского и других авторов. Развитие дидактических аспектов индивидуализации обучения, идей индивидуально-ориентированного обучения, индивидуальных способностей студентов в процессе учебной деятельности, индивидуального подхода в обучении как средства формирования индивидуального стиля деятельности преподавателя находит отражение в работах многих педагогов и психологов современности. Среди них: Ю.К. Бабанский, М.Н. Берулава, Е.Д. Божович, Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Л.В. Занков, Е.А. Климов, П.П. Машков, О.П. Околелов, С.Л. Рубинштейн, Ю.А. Самарин, И.С. Сергеев, И.Э. Унт, А.В. Хуторский, В.В. Шрейдер, Д.Б. Эльконин, И.С. Якиманская и другие авторы.

Целями индивидуализации обучения студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений являются: формирование фундаментальных математических и естественнонаучных знаний, развитие математических умений и навыков каждого студента учебной группы; улучшение их учебной мотивации; усиление профессиональной направленности обучения; развитие научного мировоззрения, логического, алгоритмического, информационного мышления; развитие математических способностей студентов, направленность студентов на научно-исследовательскую деятельность в области обратных задач для дифференциальных уравнений, прикладной и вычислительной математики.

Индивидуальный подход в обучении студентов обратным задачам выступает как дидактический принцип обучения, воспитания и развития их творческих математических способностей, учитывающий личностные особенности студентов, уровень интеллектуального развития, познавательные интересы и другие факторы, оказывающие влияние на успешность обучения.

В процессе такого обучения у студентов развиваются творческая активность, самостоятельность и сообразительность. Студенты приобретают умения и навыки применять знания по многим физико-математическим дисциплинам, проводить анализ полученного решения обратной задачи и формулировать логические выводы прикладного характера.

В качестве наиболее значимых форм индивидуальной работы в учебном курсе обратных задач для дифференциальных уравнений являются:

- работа студентов над курсовыми и выпускными квалификационными работами по обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- написание студентами рефератов по материалам научных статей, посвященным обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- участие студентов в научно-исследовательской работе по обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- участие студентов в научных семинарах, посвященных обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- участие студентов в студенческих научных конференциях;
- самостоятельная работа студентов по выполнению индивидуальных учебных заданий по обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- консультации и беседы при подготовке к семинарским и лабораторным занятиям;
- участие студентов в студенческих научных кружках.

В процессе такого обучения у студентов развиваются математическая интуиция и научно-познавательный потенциал, которые помогает студентам осознать физический смысл исследуемой прикладной задачи, выбрать эффективные методы математической физики для решения обратной задачи для дифференциальных уравнений. Математическая интуиция и научно-познавательный потенциал развиваются у студентов при решении различных нетипичных математических задач, которыми являются обратные задачи для дифференциальных уравнений. Среди таких учебных заданий – построение системы интегральных уравнений обратной задачи для дифференциальных уравнений, доказательство условной корректности решения обратной задачи для дифференциальных уравнений, построение разностного аналога обратной задачи для дифференциального уравнения; нахождение численного решения обратной задачи, доказательство сходимости приближенного решения обратной задачи к точному решению, обоснование идеи доказательства корректности (условной корректности) решения обратной задачи для дифференциальных уравнений, формулировка логических выводов прикладного или гуманитарного характера на основе проведенного исследования обратной задачи и другие учебные задания. В процессе такого обучения у студентов формируется система фундаментальных знаний в области обратных и некорректных задач, они приобретают новые научные знания в области прикладной и вычислительной математики, математического моделирования физических процессов и явлений, развивается научное мировоззрение.

### Литература

1. Блехман И.М. Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов / И.М. Блехман, А.Д. Мышкис, Я.Г. Пановко. – М.: КомКнига, 2005. – 376 с.
2. Ватульян А.О. Обратные и некорректные задачи: учебное пособие / А.О. Ватульян, О.А. Беляк, Д.Ю. Сухов, О.В. Явруян. – Ростов на Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2011. – 232 с.
3. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач: учебное пособие / А.М. Денисов. – М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 1994. – 207 с.
4. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи: учебное пособие / С.И. Кабанихин. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. – 458 с.
5. Корнилов В.С. Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие / В.С. Корнилов. – М.: МГПУ, 2005. – 359 с.
6. Корнилов В.С. Обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор гуманитаризации математического образования: монография / В.С. Корнилов. – М.: МГПУ, 2006. – 320 с.
7. Корнилов В.С. Теоретические основы информатизации прикладного математического образования: монография / В.С. Корнилов. – Воронеж: Научная книга, 2011. – 140 с.
8. Корнилов В.С. Теория и методика обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений: монография / В.С. Корнилов. – М.: Изд-во «ОнтоПринт», 2017. – 500 с.
9. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики: монография / В.Г. Романов. – М.: Наука, 1984. – 264 с.

10. Самарский А.А. Численные методы решения обратных задач математической физики: монография / А.А. Самарский, П.Н. Вабишевич. – М.: УРСС, 2004. – 478 с.