

0-788990

Санкт-Петербургский государственный университет

На правах рукописи



Мартынова Алия Ибрагимовна

**Исследование состояний и движений
в общей задаче трех тел**

Специальность 01.03.01 – астрометрия и небесная механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург –2011

Работа выполнена в Санкт-Петербургской государственной лесотехнической академии им. С.М. Кирова (Техническом университете)

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Орлов Виктор Владимирович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
МЕДВЕДЕВ Юрий Дмитриевич, Учреждение Российской академии наук
Институт прикладной астрономии РАН

кандидат физико-математических наук
МЕЛЬНИКОВ Александр Викторович, Учреждение Российской академии
наук Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН

Ведущая организация:

Уральский федеральный университет

Защита диссертации состоится 18 октября 2011 г. в 15 ч. 30 м. на заседании совета Д 212.232.15 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28, ауд. 2143 (Математико-механический факультет).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГУ.

Автореферат разослан « »

2011 г.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000685499

Ученый секретарь диссертационного совета

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'V.V. Orlov'.

Орлов В.В.

1. Общая характеристика работы

1.1. Актуальность темы

Задача трех тел является одной из основных задач небесной механики и звездной динамики. Эта задача была сформулирована Ньютоном сразу после открытия закона всемирного тяготения.

С этого времени были получены важные результаты:

- частные аналитические решения Эйлера и Лагранжа;
- общее решение в виде рядов Сундмана, сходящихся абсолютно и равномерно, но очень медленно;
- доказательство отсутствия дополнительных (кроме 10 классических) интегралов движения в широком классе функций, определенных во всем фазовом пространстве;
- определение полного набора интегралов движения в обширной части фазового пространства (Соколов и Холшевников (2004));
- разработка классификации финальных движений;
- применение КАМ-теории;
- использование численного моделирования.

Ряд качественных результатов был получен в конце XX и в начале XXI века. Среди этих результатов можно отметить топологический подход Мура (1993) к поиску периодических орбит с применением минимизации функционала действия и разложения решений в ряды Фурье (см., например, Шансине и Монтгомери (2000), Симо (2002), Вандербей (2004) и др.).

Несмотря на простоту постановки задачи трех тел, до сих пор не удалось получить ее аналитического решения, приемлемого для практического применения. Эта задача продолжает оставаться актуальной и привлекает внимание все большего числа исследователей в различных областях математики, механики и астрономии. Прогресс в исследовании этой задачи может быть достигнут как сочетанием аналитических и качественных исследований, так и численным моделированием. Диссертация, в основном, базируется на результатах численных экспериментов и их анализе.

Актуальность работы определяется тем, что пока нет приемлемого решения задачи трех тел, рассмотрены только частные случаи. Работы по этой тематике довольно разрознены и охватывают только фрагменты этой проблемы. Поэтому является актуальным исследование задачи трех тел с разных позиций и проведение сопоставления и обобщения результатов.

В. Себехей в предисловии к книге Маршала (2004) пишет: «... никакая вселенная не может возникнуть без динамики трех тел...» и «... коллеги применяют критерии устойчивости и сингулярности задачи трех тел для объяснения происхождения Вселенной».

Задачу трех тел можно рассматривать как своего рода тестовую задачу для изучения более сложных динамических систем, встречающихся в разных

областях науки, таких как физика, химия, биология и других. Обнаруженные нами закономерности поведения тройных систем могут проявляться и в более сложных случаях. Можно ожидать, что явление метастабильности – «прилипание» фазовых траекторий к периодическим решениям – носит общий характер.

Устойчивые «хореографии» могут порождать метастабильные режимы в системах N тел. Один из примеров «хореографий» – орбита «восьмерка» (орбита Мура) является «аттрактором» для фазовых траекторий в общей задаче трех тел с равными массами и нулевым угловым моментом: происходит своеобразный «захват» в резонанс в консервативной системе. Однако, в отличие от диссипативных систем, здесь явление захвата носит временный характер – после некоторого (порой очень длительного) пребывания в окрестности той или иной периодической орбиты траектория уходит из этой области и, в конце концов, тройная система распадается.

1.2. Цели работы

В данной работе были определены следующие основные цели:

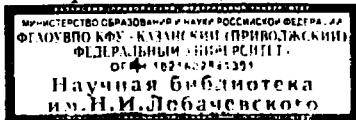
- 1) классификация состояний тройных систем в ходе динамической эволюции и разработка критериев этих состояний;
- 2) исследование корреляции между характеристиками различных состояний, которые реализуются в ходе эволюции тройных систем;
- 3) рассмотрение движений в предельных случаях задачи трех тел (плоская равнобедренная задача и прямолинейная задача);
- 4) исследование метастабильных режимов движений, возникающих в ходе эволюции неустойчивых тройных систем;
- 5) поиск, изучение и классификация близких к периодическим траекторий в задаче трех тел;
- 6) выявление областей устойчивости, порождаемых устойчивыми периодическими орбитами и установление связи между этими областями.

1.3. Научная новизна

В классификацию состояний в эволюции тройных систем введен новый класс – тройное сближение. Впервые получены критерии состояний тройного сближения, выброса и простого взаимодействия в плоском и пространственном случаях общей задачи трех тел.

Впервые установлены корреляционные связи между параметрами тройных сближений и длинами выбросов, к которым приводят эти сближения в ходе эволюции тройных систем.

В результате исследования движений в предельных случаях задачи трех тел (плоская равнобедренная и прямолинейная задачи) впервые получена классификация сценариев эволюции на множестве начальных



условий в зависимости от числа тройных сближений и времени жизни для тройных систем с компонентами равных и различных масс.

Выявлен новый класс движений в неустойчивых тройных системах – метастабильные движения в окрестности устойчивых периодических орбит.

Впервые установлена связь между тремя известными устойчивыми периодическими орбитами Шубарта, Мура и Брука – в области начальных условий между этими орбитами находятся долгоживущие тройные системы с движениями, близкими к периодическим, эволюция которых в конечном счете завершается распадом.

Впервые исследованы особенности движений в тройных системах, которые в начале эволюции находятся вблизи резонансов (по периодам оскулирующих орбит внешней и внутренней двойных). В этих случаях были обнаружены лепестковые (обратные движения) и петлеобразные (прямые движения) структуры, образованные витками траекторий тел внутренней двойной. Показано, что для близких к периодическим орбит в течение длительной эволюции происходит симметризация и централизация витков траекторий тел.

Впервые изучена структура областей устойчивости в окрестности периодических орбит Шубарта, Мура, Брука, «Ducati» и новой S-орбиты.

Впервые проведен анализ отдельных траекторий из областей устойчивости и их окрестностей. Выделены новые стадии эволюции со временем отдельных траекторий из окрестности S-орбиты.

1.4. Научная и практическая ценность работы

Полученные критерии состояний тройных систем в ходе их динамической эволюции можно использовать при численном исследовании как модельных, так и реальных тройных систем.

Установленные в диссертации корреляции между параметрами тройных сближений и длинами последующих выбросов можно применять при изучении долговременной эволюции тройных систем.

Результаты, полученные в предельных случаях задачи трех тел, могут улучшить математическое понимание и представление о характере эволюции в более сложных нелинейных системах.

Выявленные метастабильные режимы движений могут проявляться в реальных неиерархических тройных звездных системах, формирующихся в областях звездообразования.

Обнаруженные особенности движения в тройных системах, близких к резонансным и другим устойчивым периодическим орбитам, могут реализовываться в реальных тройных звездах со слабой иерархией.

1.5. Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на следующих семинарах и конференциях:

- Семинары СПбГУ по небесной механике и звездной динамикс.
- “Stellar Dynamics: from classic to modern”, международная конференция, Санкт-Петербург, 21 –27 августа 2000.
- Всероссийская Астрономическая Конференция, Санкт-Петербург, 6 –12 августа 2001.
- “Order and Chaos in Stellar and Planetary System”, международная конференция, Санкт-Петербург, 17 –24 августа 2003.
- «От спутников до галактик», совещание – семинар, Санкт-Петербург, 20 мая 2005.
- Всероссийская Астрономическая Конференция «Горизонты Вселенной». Москва. 3–10 июня 2004.
- Международный симпозиум «Астрономия –2005: состояние и перспективы развития». Москва, 1–6 июня 2005.
- “Few-Body Problem: Theory and Computer Simulations”, Turku, 4-9 July 2005.
- Физика космоса. 36-я Международная студенческая научная конференция, Екатеринбург, 29 янв. –2 февр. 2007.
- Международный конгресс: «Нелинейный динамический анализ –2007», посвященный А.М. Ляпунову, Санкт-Петербург, 4 –8 июня 2007.
- The International Conference: “Analytical Methods of Celestial Mechanics”, Leonard Euler Congress, Санкт-Петербург, 8 –12 июля 2007.
- Международная научная конференция «Астрономия и астрофизика начала XXI века». Москва, ГАИШ, 1–5 июля 2008.
- Физика космоса. 39-я Международная студенческая научная конференция, Екатеринбург, 1 –5 февр. 2010.

- Всероссийская Астрономическая Конференция: «От эпохи Галилея до наших дней», Нижний Архыз, 12 – 19 сентября 2010 г.
- Физика космоса. 40-я Международная студенческая научная конференция, Екатеринбург, 31 янв. – 4 февр. 2011.

1.6. Структура и объем диссертации

Работа состоит из 7 глав, заключения и списка цитируемой литературы (73 наименования), организованного в алфавитном порядке. Общий объем диссертации – 227 страниц, содержащих 144 рисунка и 20 таблиц.

2. Краткое содержание диссертации

В первой главе Введение приводится обоснование актуальности работы, сформулированы основные цели исследования, отмечена научная новизна и практическая ценность результатов; представлены положения, выносимые на защиту. Приведен список публикаций по темс диссертации, дана апробация работы.

Во второй главе История вопроса кратко изложена история исследований в задаче трех тел, описаны основные достижения в этой области. Перечислены наиболее значимые результаты.

В третьей главе Классификация и критерии состояний развивается классификация состояний в общей задаче трех тел, данная Себехеем (1971). Вводится новый класс состояний – тройное сближение. Получены критерии состояний тройного сближения, простого взаимодействия и выброса в тройных системах с компонентами разных масс на плоскости и в трехмерном пространстве. Показано, что в ходе динамической эволюции неустойчивой тройной системы состояния тройного сближения, простого взаимодействия и выброса с возвратом сменяют друг друга. Состояние ухода является финальным состоянием. Как правило, уход происходит после тройного сближения.

В четвертой и пятой главах рассмотрены два предельных случая в задаче трех тел:

– **плоская равнобедренная задача;**

– **прямолинейная задача.**

В первом случае тройные сближения тел имеют тип «пролет», когда центральное тело проходит в точности через центр масс двух крайних тел. Во втором случае тройные сближения имеют тип «обмен» и состоят из серии двойных соударений центрального тела с каждым из крайних тел. Тройные сближения описываются с помощью двух параметров: вириального коэффициента $k = \frac{T}{U}$ где T и U – начальные значения кинетической и потенциальной энергий тройной системы и отношения скоростей тел

$\mu = \frac{r}{\sqrt{r^2 + R^2}}$, где r – относительная скорость крайних тел, а R – скорость центрального тела относительно центра масс крайних тел в равнобедренной задаче; $\varphi = \frac{r}{R}$, где r и R – скорости движения центрального тела относительно каждого из крайних тел в прямолинейной задаче. Эволюция тройной системы после первого тройного сближения прослеживалась в каждом варианте до момента поворота выброшенного тела или до выполнения критерия ухода. В равнобедренной задаче всегда происходит выброс или уход центрального тела, а в прямолинейной задаче – одного из крайних тел. Были исследованы зависимости длины выброса и энергии гиперболического движения при уходах от начальных условий, определяемых параметрами (k, μ) или (k, φ) .

В равнобедренной задаче с телами равных масс оказалось, что длина выброса в среднем увеличивается с ростом степени тесноты тройного сближения, причем более далекие выбросы и ухода происходят, когда в момент тройного сближения крайние тела удаляются друг от друга с небольшой скоростью. Выявлена область уходов – она соответствует тесным тройным сближениям ($k > 0.8$) и значениям начального отношения скоростей $\mu \in (-0.2, 0.7)$.

В прямолинейной задаче с компонентами равных масс начальные условия (k, φ) , соответствующие уходам, образуют непрерывные области (при $k > 0.5$). Области уходов правого и левого тел чередуются и симметричны относительно линий тройных соударений ($\varphi = \{45^\circ, 225^\circ\}$). Наряду с непрерывными областями (в основном при $k > 0.5$) наблюдаются хаотические множества «разбросанных» точек (в дальнейшем мы их будем называть стохастическими). Стохастические дискретные множества «разбросанных» точек в большей степени присущи широким сближениям ($k < 0.5$).

Выполнена классификация орбит по числу n тройных сближений, предшествующих уходам, в равнобедренной и прямолинейной задачах с компонентами равных и различных масс. Построены области, соответствующие уходам после $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ на плоскости параметров $k \in (0, 1)$ и $\mu \in (-1, 1)$ в равнобедренной задаче и $k \in (0, 1)$ и $\varphi \in (0, 2\pi)$ в прямолинейной задаче.

В равнобедренной задаче области начальных условий, соответствующие уходам после первого тройного сближения ($n = 1$), изолированы от других непрерывных областей и окаймляются зоной далеких выбросов или стохастическим множеством начальных условий.

Непрерывные области, соответствующие уходам после $n = \{2, 3, 4, 5\}$ тройных сближений, стыкуются друг с другом, разделяются линиями тройных соударений и с ростом n все сильнее прилегают к границам области начальных условий. Площади непрерывных областей в среднем уменьшаются с ростом массы центрального тела. Наряду с областями непрерывности между областями с $n = 1$ и $n > 1$ имеются зоны

стохастичности, располагающиеся вдоль «разорванных» линий. Выделяются непрерывные области устойчивости движения между $n = 1$ и $n > 1$, порожденные устойчивой периодической орбитой Брука $(k, \mu) = (0.418, 0)$ при равных массах. Максимальная площадь области устойчивости достигается в случае равных масс. Наряду с орбитой Брука при равных массах была найдена более сложная периодическая орбита с начальными условиями $(k, \mu) = (0.22, 0.07)$.

В прямолинейной задаче также выделяются области непрерывности на плоскости начальных условий (k, φ) при $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. При $n \leq 2$ имеются только непрерывные области, а при $n \geq 3$ наряду с непрерывными областями имеются стохастические множества «разбросанных» точек. Структура сплошных областей и их площади непрерывным образом зависят от отношения масс тел. В случае, когда крайние тела имеют одинаковые массы, эти области располагаются симметрично относительно линий тройных соударений ($\varphi = \{45^\circ, 225^\circ\}$). Обнаружены области устойчивости, порожденные периодической орбитой Шубарта. Стохастические дискретные множества начальных условий концентрируются вдоль вытянутых структур, исходящих из четырех вершин непрерывных областей устойчивых движений. Эти линейные «разорванные» структуры разделяют область начальных условий на чередующиеся зоны с одинаковым сценарием эволюции.

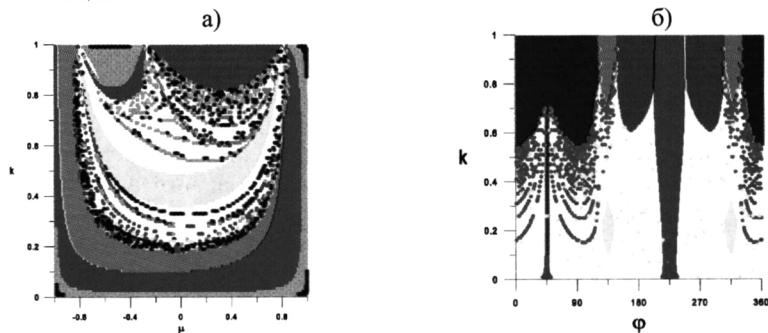


Рис. 1. Зависимости $n(k, \mu)$ и $n(k, \varphi)$ числа прохождений центрального тела через центр масс тройной системы от начальных условий. Различными цветами на рисунке показаны области с разным числом n прохождений, после которых следует уход: а) равнобедренная задача: $n = 1$ – голубой цвет; $n = 2$ – зеленый; $n = 3$ – красный; $n = 4$ – серый; $n = 5$ – темно-синий цвет; б) прямолинейная задача: $n = 1$ – синий цвет; $n = 2$ – зеленый; $n = 3$ – голубой; $n = 4$ – красный; $n = 5$ – розовый цвет. Незакрашенные области соответствуют уходам после большого числа прохождений $n > 5$. Желтым цветом отмечены области траектории с ограниченными движениями на протяжении времени $t > 1000$ средних времен пересечения. Полученные классификации движений по числу сближений $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ в этих предельных случаях для равных масс тел представлены на рис. 1.

В шестой главе **Метастабильные движения** исследуется динамическая эволюция метастабильных тройных систем с компонентами равных масс. Эти системы в ходе эволюции длительное время пребывают в окрестности одной или нескольких устойчивых периодических орбит (орбиты Шубарта (1956), орбиты «восьмерка» (Мур (1993), орбиты Брука (1979)). Всего рассмотрено 15 000 тройных систем с нулевыми начальными скоростями. Начальные координаты выбираются вдоль границ области D всех возможных конфигураций тройных систем. Всего найдено 170 метастабильных тройных систем. Предложены динамическая и геометрическая классификации движений в метастабильном режиме. Показано, что для одной и той же траектории возможны переходы между различными метастабильными режимами, связанными с разными периодическими орбитами. Финальным состоянием эволюции метастабильных систем является распад систем.

Было проведено сканирование области D с шагами $\Delta\xi = \Delta\eta = 0.001$. Всего было рассмотрено около 300 000 тройных систем и среди них было найдено 9 000 систем, в которых движение тел длительное время проходит в ограниченной области пространства в окрестности устойчивых периодических орбит. Распределение начальных условий метастабильных систем по области D проявляет признаки фрактальности. Наблюдаются отдельные сгущения точек, соответствующие таким системам. Наряду со сгущениями имеются зоны избегания, обусловленные быстрыми распадами тройных систем.

Для такого сканирования области D было проведено исследование траекторий методами символической динамики. Предложен ряд способов построения символических последовательностей. Для характеристики таких последовательностей использованы энтропии двух типов: энтропия Шеннона и энтропия Маркова. Построены распределения точек с различными значениями энтропий по области D и гистограммы для значений энтропий по всей траектории и максимальных значений энтропий. На гистограммах выделяются четкие пики, соответствующие выделенным значениям энтропий. Распределение значений энтропий по области D напоминает по структуре распределение метастабильных систем в этой области.

В седьмой главе **Движения в окрестности периодических орбит** говорится о свойствах траекторий, близких к периодическим орбитам. В задаче трех тел равных масс с нулевым моментом вращения рассматриваются три простые устойчивые периодические орбиты:

- орбита Шубарта (1956),
- орбита «восьмерка» (Мур (1993)),
- орбита Брука (1979).

Эти три орбиты выделяются тем, что в ходе движения одно из тел периодически проходит через центр тройной системы (в этот момент все три тела находятся на одной прямой). Для исследования *связи между*

этими *орбитами* и выявления *различий между ними* предложен следующий способ задания начальных условий. В начальный момент времени одно из тел находится в центре масс тройной системы (в начале координат). Координаты и скорости тел определяются с помощью трех параметров: вириального коэффициента k и двух углов φ_1 и φ_2 , характеризующих ориентацию векторов скоростей крайних тел. Выполнено сканирование области задания этих параметров: $k \in (0, 1)$; $\varphi_1, \varphi_2 \in (0, 180^\circ)$ с шагами $\Delta k = 0.01$; $\Delta \varphi_1 = \Delta \varphi_2 = 1^\circ$.

Выделены области ограниченных движений, окружающие устойчивые периодические орбиты, упомянутые выше. В пространстве параметров $(k, \varphi_1, \varphi_2)$ эти три области изолированы друг от друга. Между областями устойчивости располагаются «мости», соответствующие неустойчивым тройным системам с длительным временем жизни. В ходе эволюции этих «метастабильных» систем фазовая траектория «прилипает» к окрестности одной из периодических орбит или перемещается из одной окрестности в другую. Эволюция таких систем завершается распадом после серии тройных сближений и выбросов тел.

С ростом k имеют место следующие изменения структуры областей начальных условий, соответствующих траекториям с ограниченными движениями:

- 1) появление и увеличение размера областей, связанных с орбитой Шубарта;
- 2) почти одновременное появление областей, связанных с орбитами Мура и Брука;
- 3) сосуществование областей, связанных со всеми тремя орбитами (области соединяются «мостами» из долгоживущих, но распадающихся систем);
- 4) разделение области, связанной с орбитой Брука, на две части, соединенные тонкой перемычкой;
- 5) формирование кольца из долгоживущих траекторий с двумя выступами, связанными с орбитой Шубарта;
- 6) разрушение кольцевой структуры;
- 7) исчезновение «руин» области траекторий с большим временем жизни, связанной с орбитой Шубарта.

Области ограниченных движений, порождаемых орбитой Шубарта, наблюдаются в более широком диапазоне значений k , чем области, связанные с двумя другими орбитами. Области устойчивости вокруг орбиты Мура имеют наименьший диапазон значений k .

Далее в этой главе описаны *движения в окрестности резонансов* невысокого порядка. Детально исследованы траектории в окрестности резонанса 2:1 (по периодам оскулирующих движений внешней и внутренней двойных) в плоской задаче трех тел равных масс. Выделены зоны ограниченных движений на длительных интервалах времени. Они соответствуют обратным движениям внешней и внутренней подсистем. Прямые движения неустойчивы – тройная система распадается за конечное время. Витки траекторий тел в барицентрической неподвижной системе

координат образуют симметричные структуры, состоящие из нескольких лепестков. Эти структуры сохраняются длительное время, а в дальнейшем витки заполняют кольцеобразные области вследствие прецессии и либрации орбит.

В обнаруженных n -лепестковых структурах имеет место симметрия относительно поворота на угол $2\pi/n$. При нечетном n этот поворот приводит к идентичной структуре, поскольку оба компонента внутренней пары проходят все n лепестков. При четном n поворот приводит к замене компонентов внутренней пары, форма траектории при этом сохраняется. Отметим, что при четном n компоненты внутренней пары двигаются по разным системам лепестков.

Далее рассмотрены *близкие к резонансным движения* для отношений начальных оскулирующих периодов внутренней и внешней пар, равных $n : m$ ($1 \leq m \leq n \leq 7$). Рассмотрены случаи прямых и обратных движений. Показано, что, как правило, обратные движения более устойчивы, чем прямые. Обнаружены k -листные структуры витков траекторий, которые ориентированы вовнутрь в случае прямых движений (петли) и наружу при обратных движениях (лепестки). (В данном разделе k, m, n – натуральные числа и не следует их путать с аналогичными обозначениями в других разделах.) Для резонансов $n : 1$ и $n : 2$ найдены эмпирические соотношения между k и n . Для резонансов $n : 1$ ($n \geq 4$) для прямых движений $k = 2(n - 1)$, для обратных движений $k = 2(n + 1)$. При $n = \{2, 3\}$ в случае обратных движений $k = 2n + 1$. Для резонансов $n : 2$, где $n = \{3, 5, 7\}$, при обратных движениях $k = n + 1$. При прямых движениях, как правило, система распадается. Как и в случае резонанса $n : 2$ (см. выше) при четном числе k петли или лепестки витков траекторий компонентов внутренней пары образуют две изолированные симметричные структуры, повернутые на угол $2\pi/k$ относительно друг друга. При нечетном k компоненты внутренней пары проходят по одной и той же системе лепестков или петель с некоторым запаздыванием по времени.

Далее проводится *поиск и исследование близких к периодическим орбит* в плоской задаче трех тел равных масс. Выделяются семейства орбит, в которых в начальный момент времени все три тела находятся на одной прямой. При фиксированной полной энергии тройной системы множество начальных условий представляет собой ограниченную область в 4-х мерном пространстве параметров. Проведено сканирование этой области и выделено множество тройных систем, в которых в определенные моменты времени (приблизительно кратные периоду) координаты и скорости тел близки к начальным. Проведена классификация орбит, близких к периодическим, по структуре (виду) витков траекторий на протяжении одного периода. Найдены семейства орбит, связанных с орбитой Шубарта, и семейства иерархических траекторий с прямыми и обратными движениями. Для траекторий с обратными движениями характерны лепестковые структуры, а для орбит с прямыми движениями – петлеобразные структуры. Среди орбит, близких к периодическим, выделяются резонансы высоких порядков. В обнаруженных

семействах встречаются орбиты с центральной и осевой симметрией. Характер движения может меняться со временем, в траекториях наблюдаются ленточные структуры, либрационные движения и прецессия орбит.

Далее в этой главе проведено *детальное исследование окрестности периодической орбиты «Ducati» в плоской задаче трех тел равных масс*. Выделены области устойчивости движений в различных одномерных и двумерных сечениях области начальных условий. Границы областей устойчивости могут быть как четкими и гладкими, так и «рыхлыми» с признаками фрактальности. В последнем случае наблюдается направленное «выдувание» множеств «разбросанных» точек вблизи границ областей устойчивости. В некоторых сечениях имеет место «расслоение» областей устойчивости. Как правило, слои располагаются симметрично относительно границ областей устойчивости и разделяются проливами, соответствующими неустойчивым системам. Обнаружен ряд других областей устойчивости, вероятно, связанных с иерархическими тройными системами. Проведен анализ некоторых конкретных траекторий с начальными условиями в областях устойчивости и вблизи их границ. В малой окрестности орбиты «Ducati» траектории сохраняют характерные особенности, присущие этой орбите. При этом происходит расширение областей, заполняемых витками траекторий отдельных тел. При значительных вариациях начальных условий в пределах зоны устойчивости наблюдаются значительные отклонения от исходной орбиты, связанные с либрацией и прецессией орбит.

Далее в этой главе проведено подробное *исследование двумерного сечения области начальных условий (k, φ)* (см. ниже) в плоской задаче трех тел равных масс. Это сечение характеризуется тем, что в нем находятся начальные условия для трех известных периодических орбит: орбиты Шубарта, орбиты Мура и орбиты Брука. Начальные условия определяются двумя параметрами: это вириальный коэффициент k и угол φ между вектором скорости центрального тела и прямой, на которой лежат все три тела (центральное тело находится в центре масс тройной системы). В области начальных условий $k \in (0, 1)$; $\varphi \in (0, 90^\circ)$ выделены области устойчивости, связанные с каждой известной периодической орбитой (см. рис. 2), и зоны быстрого нарушения устойчивости. Проведен анализ некоторых конкретных траекторий из разных зон устойчивости.

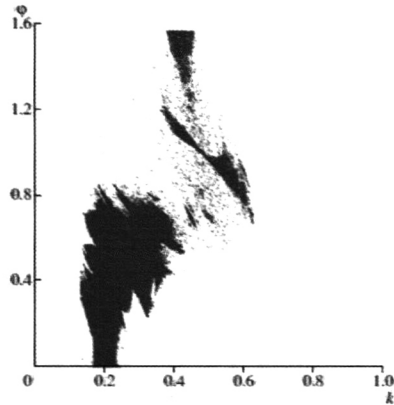


Рис. 2. Области устойчивости на диаграмме (k, φ) при $t > 10000$ средних времен пересечения.

В области устойчивости, примыкающей к зоне устойчивости орбиты Шубарта, найдена новая близкая к периодической S -орбита. На рис. 3 представлены три различные траектории с начальными условиями в окрестности S -орбиты из области (k, φ) и из сечения (dx_1, dy_1) .

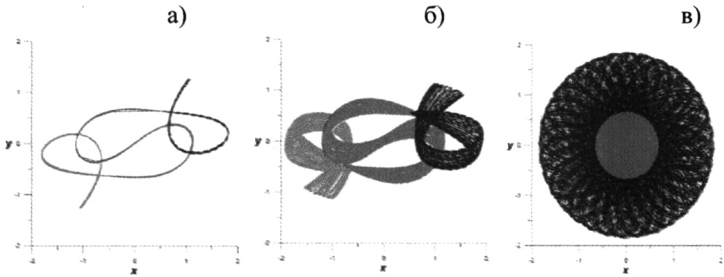


Рис. 3. Примеры траекторий, близких к периодической S -орбите с начальными условиями:

- а) $(k, \varphi) = (0.33, 0.66)$ в течение 100τ (τ – среднее время пересечения компонентом тройной системы);
- б) $(k, \varphi) = (0.275, 0.75)$ в течение 100τ с либрацией;
- в) $(dx_1, dy_1) = (0, 0.02)$ в течение 250 периодов (период приблизительно равен 2.6τ) с прецессией.

Показано, что существует область устойчивых движений, сохраняющих форму S -орбиты. Рассмотрены различные сечения этой области. Исследованы некоторые индивидуальные траектории из областей

устойчивости и вблизи их границ. Показано, что для некоторых траекторий *имеется несколько этапов эволюции*. На первом этапе движения тел носят регулярный характер, наблюдается либрация и прецессия витков траекторий. На следующем этапе эволюция проявляет признаки стохастичности: происходят «игольчатые» выбросы тел, формирование «корон» из коротких выбросов и кратковременные «прилипания» к лагранжеву решению и к периодической орбите Брука. Фазы стохастического режима могут сменять друг друга несколько раз в ходе эволюции. На заключительной стадии формируется «пульсирующая» корона, которая со временем систематически сужается в два концентрических круга (две задачи двух тел).

В **Заключении** диссертации сделаны основные выводы.

3. Основные положения и результаты, выносимые на защиту

1) Дополнена классификация состояний в эволюции тройных систем. Выведены критерии состояний тройного сближения, простого взаимодействия и выброса в плоском и пространственном случаях. Обнаружен ряд корреляций параметров сближения и выброса.

2) Выявлены области регулярности и стохастичности движений в предельных случаях задачи трех тел (плоской равнобедренной и прямолинейной). Предложена классификация орбит (сценариев эволюции) в этих случаях на множестве начальных условий в зависимости от числа сближений и времени жизни для равных и различных масс тел.

3) Обнаружен новый класс метастабильных движений в окрестности устойчивых периодических орбит в динамической эволюции неустойчивых тройных систем.

4) Установлены новые закономерности движений в окрестности периодических орбит:

–связь между орбитами Шубарта, Брука и Мура и структура областей устойчивости в окрестности этих орбит и орбиты «Ducati»;

–свойства движений в окрестности резонансов и близких к периодическим орбит (либрация, прецессия, симметризация, централизация и др.);

–открытие новой близкой к периодической S -орбиты, структура ее окрестности и особенности эволюции близких траекторий.

4. Список публикаций автора по теме диссертации:

опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Агекян Т.А., Мартынова А.И. *О классификации состояний в задаче трех тел.* // Вестник ЛГУ, Сер. 1, 1973, № 1, С. 122-126.
2. Мартынова А.И., Орлов В.В. *Критерии тройного сближения и выброса в общей задаче трех тел.* // Вестник СПбГУ, Сер. 1, 2000, № 8, С. 130-133.

3. Орлов В.В., Петрова А.В., Мартынова А.И. Корреляция «сближение–выброс» в общей задаче трех тел. // ПАЖ, 2001, т. 27, № 7, С. 549–553.
4. Орлов В.В., Петрова А.В., Мартынова А.И. Тройные сближения в плоской равнобедренной задаче трех тел равных масс. // ПАЖ, 2001, т. 27, № 10, С. 795–800.
5. Orlov V.V., Petrova A.V., Martynova A.I. Classification of orbits in the plane isosceles three-body problem. // MNRAS, 2002, V. 333, P. 495–500.
6. Орлов В.В., Петрова А.В., Мартынова А.И. Тройные сближения в прямолинейной задаче трех тел равных масс. // АЖ, 2002, т. 79, № 11, С. 1034–1043.
7. Орлов В.В., Петрова А.В., Мартынова А.И. Типы движений в прямолинейной задаче трех тел разных масс. // АЖ, 2003, т. 80, № 3, С. 280–288.
8. Martynova A.I., Orlov V.V., Rubinov A.V. Metastability in the evolution of triple systems. // MNRAS, 2003, V. 344, P. 1091–1096.
9. Орлов В.В., Мартынова А.И. Характеристики движений в плоской равнобедренной задаче трех тел различных масс. // АЖ, 2003, т. 80, № 11, С. 1046–1056.
10. Орлов В.В., Петрова А.В., Рубинов А.В., Мартынова А.И. Периодические орбиты в общей задаче трех тел и связь между ними. // ПАЖ, 2004, т. 30, № 5, С. 393–400.
11. Мартынова А.И., Орлов В.В., Соколов Л.Л. Исследование окрестности резонанса $2:1$ в задаче трех тел равных масс. // ПАЖ, 2005, т. 31, № 3, С. 234–240.
12. Мартынова А.И., Орлов В.В. Поиск и исследование близких к периодическим орбит в плоской задаче трех тел равных масс. // ПАЖ, 2005, т. 31, № 9, С. 709–720.
13. Orlov V.V., Petrova A.V., Tanikawa K., Saito M.M., Martynova A.I. The rectilinear three-body problem. // Celest. Mech. Dyn. Astron., 2008, V. 100, № 2, P. 93–120.
14. Мартынова А.И., Орлов В.В., Рубинов А.В. Структура областей устойчивости неиерархических тройных систем. // АЖ, 2009, т. 86, № 8,

С. 765 –777.

15. Мартынова А.И., Орлов В.В. Области устойчивости в окрестности периодической орбиты *Ducati*. // ПАЖ, 2009, т. 35, № 8, С. 634 –640.
16. Мартынова А.И., Орлов В.В. Исследование области устойчивости в окрестности новой периодической *S*-орбиты в задаче трех тел. // АЖ, 2010, т. 87, № 9, С. 867 –877.
17. Мартынова А.И., Орлов В.В. Резонансы в задаче трех тел равных масс. // АЖ, 2011, т. 88, № 2, С. 196 –203.

опубликованных в других изданиях:

18. Orlov V.V., Petrova A.V., Martynova A.I. Orbits in Isosceles Three-Body Problem. // Stellar dynamics: from classic to modern. Abstracts Participants. St. Petersburg. August 21-27. 2000, P. 48-49.
19. Orlov V.V., Petrova A.V., Martynova A.I. Types of Orbits in Isosceles Three-Body Problem. // Stellar dynamics: from classic to modern. Eds. L.P. Ossipkov, I.I. Nikiforov. St. Petersburg Univ. Press., 2001, P. 177-179.
20. Мартынова А.И., Орлов В.В. Классификация состояний в общей задаче трех тел. // Всероссийская астрономическая конференция. СПб. 6-12 авг. 2001. Тезисы докладов. Изд. СПбГУ, 2001, С. 122.
21. Mylläri A., Lehto H., Valtonen M., Hejanmäki P., Rubinov A., Petrova A., Orlov V., Martynova A., Chernin A. Symbolic dynamics and chaos in the three-body problem. // Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems. St. Petersburg. 17-24 August 2003. ASP Conf. Ser., 2004, V. 316, P. 57 –62.
22. Orlov V.V., Petrova A.V., Rubinov A.V., Martynova A.I. Metastable trajectories in free-fall three-body problem. // Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems. St. Petersburg. 17-24 August 2003. ASP Conf. Ser., 2004, V. 316, P. 70 –75.
23. Мартынова А.И., Орлов В.В., Соколов Л.Л. Исследование соизмеримостей в динамике тройных систем. // Тезисы докладов совещания–семинара: «От спутников до галактик», СПбГУ, 20 мая 2005, С. 9.
24. Орлов В.В., Соколов Л.Л., Мартынова А.И. Резонансы в общей задаче трех тел. // Тезисы докладов ВАК «Горизонты Вселенной». Москва. 3-10 июня 2004 г. Труды ГАИШ, 2004, т. 75, С. 213.

25. Орлов В.В., Мартынова А.И. Свойства орбит в прямолинейной и равнобедренной задачах трех тел. // Тезисы Восьмого съезда Астрономического Общества и Международного симпозиума «Астрономия – 2005: состояние и перспективы развития». Москва, 1–6 июня 2005 г. Труды ГАИШ, 2005, т. 78, С. 8.
26. Chernin A., Martynova A., Mylläri A., Orlov V. Symbolic dynamics in the general three-body problem. // Ann. Univer. Turkuensis, 2006, V. 358, P. 16 –19.
27. Martynova A., Orlov V., Rubinov A. Structure of the near-periodic motion manifold in stellar triple systems. // Ann. Univer. Turkuensis, 2006, V. 358, P. 39 –43.
28. Орлов В.В., Мартынова А.И. Проблема трех тел в небесной механике и астрофизике. // Физика космоса. Труды 36-й Междунар. студенческой научной конференции, Екатеринбург, 29 янв. –2 февр. 2007, С. 84 –102.
29. Mylläri A., Martynova A., Orlov V., Chernin A. Symbolic dynamics in the free-fall equal-mass three-body problem. // Serdica J. of Computing, 2007, V.1, № 4, P. 425 –432.
30. Мартынова А.И., Орлов В.В. Переходы между различными типами орбит в неустойчивых тройных системах. // Тезисы докладов Международного конгресса: «Нелинейный динамический анализ –2007», Санкт –Петербург, 4 –8 июня 2007 г., С. 201.
31. Sokolov L.L., Orlov V.V., Martynova A.I. The three-body problem: classification of trajectories. // The International Conference: “Analytical Methods of Celestial Mechanics”, July 8 –12, 2007, Saint Petersburg, Abstracts, P. 62 –63.
32. Мартынова А.И., Орлов В.В. Свойства движений в окрестности устойчивых периодических орбит в общей задаче трех тел. // Тезисы докладов Девятого съезда Астрономического общества и международной научной конференции «Астрономия и астрофизика начала XXI века». Москва, ГАИШ, 1–5 июля 2008 г. С. 33.
33. Rubinov A.V., Orlov V.V., Martynova A.I. Stability region structure in planar three-body problem. // In “Resonances, Stabilization, and Stable Chaos in Hierarchical Triple Systems”. Proceedings of the Second International Workshop held in Chiba, JAPAN, 2008, Ed. M.M. Saito, M. Shibayama, and M. Sekiguchi, 2009, P. 16 –25.

34. Мартынова А.И., Орлов В.В., Рубинов А.В., Соколов Л.Л., Никифоров И.И. Динамика тройных систем. Учебное пособие. Санкт – Петербург, Изд. СПбГУ, 2010, 214с.
35. Орлов В.В., Рубинов А.В., Мартынова А.И. Периодические орбиты в задаче N тел. // Физика космоса. Труды 39-й Междунар. студенческой научной конференции, Екатеринбург, 1 –5 февр. 2010, С. 108 –122.
36. Мартынова А.И. Исследование состояний и движений в общей задаче трех тел. // Физика космоса. Труды 39-й Междунар. студенческой научной конференции, Екатеринбург, 1 –5 февр. 2010, С. 226.
37. Мартынова А.И., Орлов В.В. Движения в окрестности периодических орбит в общей задаче трех тел. // Тезисы докладов ВАК: «От эпохи Галилея до наших дней», Нижний Архыз, 12 –19 сентября 2010 г.
38. Мартынова А.И. Особенности движений в окрестности периодической S – орбиты в общей задаче трех тел. // Физика космоса. Труды 40-й Междунар. студенческой научной конференции, Екатеринбург, 31.01 – 4.02 2011, С. 323.

5. Личный вклад автора

В совместных работах автор принимал участие в постановке задачи, выполнении вычислений и анализе результатов. Автором выполнена основная часть численных экспериментов.

Список литературы

- Брук (Broucke R.) On the isosceles triangle configuration in the planar general three-body problem. // *Astron. Astroph.* 1979. V. 73. P. 303.
- Вандербей (Vanderbei R.J.) New orbits for the N -body problem. // *Annals of the New-York Academy of Sciences.* 2004. V. 1017. P. 422
- Мур (Moore C.) Braids in classical dynamics. // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 70. P. 3675.
- Себехей (Szebeheley V.) Classification of the Motions of Three Bodies in a Plane. // *Celest. Mech.* 1971. V. 4. P. 116.
- Симо К. Современные проблемы хаоса и нелинейности. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2002. С. 233, С. 252.

- Соколов Л.Л., Холшевников К.В. Аналитическое представление решения задачи N тел в некоторых областях фазового пространства. // Труды ИПА РАН. 2004. Т. 11. С. 151.
- Шансин и Монтгомери (Chenciner A., Montgomery R.) A remarkable periodic solution of the three-body problem in the case of equal masses. // Ann. Math. 2000. V. 152. P. 881.
- Шубарт (Schubart J.) Numerische Aufsuchung periodischer Lösungen im Dreikörperproblem. // Astron. Nachr. 1956. V. 283. P. 17.

**Отпечатано копировально-множительным участком отдела
обслуживания учебного процесса физического факультета СПбГУ.**

Приказ № 571/1 от 14.05.03.

Подписано в печать 06.06.11 с оригинал-макета заказчика.

Ф-т 30т42/4, Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз., Заказ № 1191.

198504, СПб, Ст. Петергоф, ул. Ульяновская, д. 3, тел. 929-43-00.

10 2