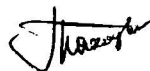


0-787726

На правах рукописи



**ТАХАУВ Айдар Асгатович**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЧ НАГРЕВА  
ДИЭЛЕКТРИКА С УЧЁТОМ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Казань – 2011

Работа выполнена в Казанском государственном техническом университете  
им. А.Н. Туполева

Научный  
Руководитель: доктор технических наук, доцент  
Анфиногентов Владимир Иванович

Официальные  
оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор  
Карчевский Михаил Миронович

доктор технических наук, профессор  
Седельников Юрий Евгеньевич

Ведущая  
Организация: Татарский Научно-исследовательский и  
проектный институт нефти «ТатНИПИнефть»  
(г. Бугульма)

Защита состоится «27» июля 2011 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссер-  
тационного совета Д 212.079.01 в Казанском государственном техническом  
университете им. А.Н. Туполева по адресу: 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского государст-  
венного технического университета им. А.Н. Туполева по адресу: 420111, г. Ка-  
зань, ул. К. Маркса, 10. Автореферат диссертации размещён на сайте КГТУ им.  
А.Н. Туполева [www.kai.ru](http://www.kai.ru).

Автореферат разослан «15» июля 2011 г.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000666067

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.ф.-м.н, профессор

П.Г. Данилаев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** В современной промышленности и хозяйстве многие технологические процессы связаны с нагревом материалов. И применением для этого СВЧ энергии в этих процессах никого не удивит: в пищевой промышленности для размораживания пищевого материала, в строительной промышленности для нагрева строительных материалов, сушки (древесины), в медицине для разогрева препаратов и для решения проблемы крио консервации органов и тканей. Задачи борьбы с обледенением актуальны для многих отраслей промышленности, здесь также могут быть использованы преимущества СВЧ нагрева. Уменьшение толщины образующегося льда или облегчение его разрушения имеет большое значение для объектов морской, авиационной и космической техники, приборов охлаждения, линий электропередач. Расплавление строительных битумов после их транспортировки в твердом состоянии. Кроме того, не до конца решена проблема очистки крупных городов от снега во время сильных снегопадов. Появлению новых областей применения мощной СВЧ электроники способствует ряд специфических свойств электромагнитных колебаний сверхвысокого диапазона частот, которые позволяют значительно улучшить существующие технологические процессы.

В подавляющем большинстве случаев нагрев каких-либо физических тел производится путем передачи тепла снаружи вовнутрь за счет теплопроводности. Отсюда неизбежен температурный градиент (перепад) от поверхности в глубину материала, причем тем больший, чем меньше теплопроводность. Уменьшить или почти устранить большой градиент температур можно за счет увеличения времени обработки. Во многих случаях только за счет медленного нагрева удастся избежать перегрева поверхностных слоев обрабатываемого материала. Примерами таких процессов является обжиг керамики, получение полимерных соединений и т.п. На СВЧ при рациональном подборе частоты колебаний и параметров камер, где происходит преобразование СВЧ энергии в тепловую, можно получить относительно равномерное выделение тепла по объему тела. Эффективность преобразования энергии электрического поля в тепло возрастает прямо пропорционально частоте колебаний и квадрату напряженности электрического поля. При этом следует отметить простоту подачи СВЧ энергии практически к любому участку нагреваемого тела. С помощью СВЧ энергии можно не только равномерно нагревать диэлектрик по его объему, но и получать по желанию любое заданное распределение температур. Поэтому при СВЧ нагреве открываются возможности многократного ускорения ряда технологических процессов.

Многообразие форм и физических свойств веществ, требующих применения СВЧ технологий в технологических процессах приводит к изучению важного класса нелинейных проблем теплообмена, который связан с процессами фазовых превращений (процессы плавления и затвердевания материалов).

Задачи теплопереноса с подвижными границами, вызванными изменением агрегатного состояния вещества, получили название задач типа Стефана. Дан-

ный класс задач относится к одним из наиболее сложных задач математической физики. Классический вариант задачи Стефана, сформулированный для фазовых переходов типа плавление–кристаллизация, сводится к уравнению теплопроводности в области с заранее неизвестной границей, разделяющей твердую и жидкую фазы и имеющей температуру, равную температуре фазового превращения. Подвижная граница раздела фаз обеспечивает нелинейность задачи.

Необходимо отметить, что исследованиям моделей СВЧ нагрева занимаются многие коллективы специалистов, как в нашей стране, так и за рубежом. Весомый объём задач по данной проблеме охвачен в трудах Макарова В.Н., Самарского А.А., Мейрманова А.М., Грудинской Г.П., Афанасьева А.М. Однако анализ этих работ показывает, что отсутствует решения широкого круга теоретических и практических вопросов как для процессов нагрева диэлектриков в СВЧ камерах, так и для процесса плавления вещества при помощи СВЧ.

При исследовании данных проблем актуальным является разработка математических моделей, обеспечивающих эффективность, равномерность и экономичность нагрева вещества с помощью СВЧ энергии, а также, если это задача Стефана – равномерность движения фазовой границы.

Отмеченные выше обстоятельства определяют актуальность построения математических моделей процесса нагрева диэлектриков энергией СВЧ с учётом фазовых переходов и исследование управления процессами СВЧ нагрева. Представленная диссертационная работа посвящена решению этой задачи.

**Цель работы** – построение математических моделей СВЧ нагрева диэлектриков с учетом фазовых переходов, их исследование аналитическими и численными методами, разработка на их основе комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов и их использование для выработки рекомендаций по совершенствованию устройств СВЧ нагрева.

В соответствии с поставленной целью в работе определены основные задачи исследования:

1. Построить и исследовать математическую модель СВЧ нагрева диэлектрического слоя конечной толщины с учётом фазового перехода;
2. Построить и исследовать математическую модель СВЧ нагрева диэлектрика в камере прямоугольного сечения, с неполной степенью заполнения диэлектриком;
3. Провести оптимизацию распределения напряженности электромагнитного поля (ЭМП) в СВЧ камере прямоугольного сечения по среднеквадратическому критерию;
4. Поставить задачу управления движением границы раздела фаз при СВЧ нагреве диэлектрика конечной толщины и разработать основанный на современных компьютерных технологиях вычислительный алгоритм для ее решения;
5. Исследовать СВЧ нагрев снега в зависимости от его влагосодержания и пористости;

6. Реализовать в виде комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов численные методы, используемые при исследовании математических моделей СВЧ нагрева и управления.

**Методы исследования, достоверность и обоснованность.** При исследовании полученных математических моделей использовались конечноразностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных, методы оптимизации и методы математического моделирования.

Обоснованность и достоверность результатов определяется корректностью использования математических методов и удовлетворительным совпадением результатов вычислительных экспериментов с данными других авторов.

При решении задач использованы современные программные средства, в том числе стандартные пакеты прикладного программного продукта MATH-CAD.

#### **Научная новизна:**

1. Исследована математическая модель СВЧ нагрева диэлектрика в СВЧ камере прямоугольного сечения с неполной степенью заполнения диэлектрическим материалом.
2. Поставлена и решена задача управления электромагнитным полем при СВЧ нагреве, позволяющая придавать динамике движения фазовой границы заданный характер и свести нелинейную задачу Стефана к линейной.
3. Получены результаты исследования влияния влажности и пористости на СВЧ нагрев снега.
4. Построена и исследована математическая модель СВЧ нагрева плоскостойкого диэлектрика с учетом фазовых переходов при возбуждении ЭМП плоской электромагнитной волной нормально падающей на его границу. Установлено, что при неизменной амплитуде падающей волны скорость движения фазовой границы не постоянна и уменьшается с увеличением толщины жидкой фазы диэлектрика.

**Практическая значимость.** Полученные результаты делают возможным использовать их при создании эффективных комплексов СВЧ нагрева, а также способствуют развитию теории СВЧ нагрева. Они дают возможность более обосновано подходить к выбору параметров ЭМП СВЧ для решения тех или иных задач обработки различных материалов. Работа выполнялась в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2011 гг.)» в проекте «Математическое моделирование и управление в задачах механики сплошных сред», регистрационный номер: 2.1.1/13290. Результаты работы используются в учебном процессе физико-математического факультета КГТУ им. А.Н. Туполева при курсовом и дипломном проектировании.

**Апробация работы.** Основные материалы и результаты исследований докладывались и обсуждались на VI, VII, VIII и IX международной научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов» в 2007 – 2010 гг., на международной научно-практической конферен-

ции «Современные технологии – ключевое звено в возрождении отечественного авиастроения» в 2008 г., на всероссийском семинаре, посвящённом столетию проф. Аминова М. Ш. «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением» в 2008 г., на XV, XVI и XVIII Международной молодёжной научной конференции «Туполевские чтения» в 2007, 2008 и 2010 гг.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ, в том числе 2 статьи – в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций, 7 тезисов докладов и 4 публикации в материалах конференций. Получено свидетельство о регистрации программы для расчёта электромагнитного и температурного полей при СВЧ нагреве.

**Структура работы.** Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованных источников, включающего 146 наименования. Объем диссертации насчитывает 124 страницы машинописного текста, включая 51 рисунок и 4 таблицы.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Постановка задачи управления электромагнитным полем для обеспечения равномерного движения фазовой границы при СВЧ нагреве и результаты математического моделирования.
2. Математическая модель СВЧ нагрева плоскостойкого диэлектрика с учетом фазовых переходов при возбуждении ЭМП плоской электромагнитной волной нормально падающей на его границу и результаты численного моделирования.
3. Результаты математического моделирования СВЧ нагрева снега с различными физическими свойствами.
4. Результаты исследования модели СВЧ нагрева диэлектрика, частично заполняющего СВЧ камеру прямоугольного сечения.
5. Комплекс программ для расчёта электромагнитных и температурных полей в камере прямоугольного сечения и в плоскостойком диэлектрике.

**Личный вклад автора** заключается в общей постановке целей и задач исследования, получении, обработке и анализе основных результатов, интерпретации и обобщении полученных данных и формулировке выводов и основных научных положений.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** дана общая характеристика диссертационной работы: приводится обоснование актуальности темы исследования, дан обзор литературы по теме исследования, обозначена сущность теории нагрева энергией СВЧ и её применение. Сформулированы цель и задачи работы приведены структура и краткое содержание диссертации.

**В первой главе** рассмотрены математические модели СВЧ нагрева диэлектриков с учётом фазовых переходов.

В разделе 1.1 рассматривается вопрос о сущности СВЧ нагрева и о применении данного процесса в промышленности.

В разделе 1.2 рассматривается вопрос о сущности задач с фазовыми переходами и о задачах СВЧ нагрева в фазовыми переходами.

В разделе 1.3 рассматривается задача плавления диэлектрика, находящегося на некоторой подстилающей поверхности, при помощи плоской электромагнитной волны, при различных значениях мощности, частоты ЭМП. Исследовался диэлектрик, который при нагреве до определённой температуры (температура плавления) переходил из твердого в жидкое состояние, и оценивалось поведение температурного поля и время полного расплавления.

Данная задача разделяется на два этапа (нагрев и плавление) изображённых на рис. 1.

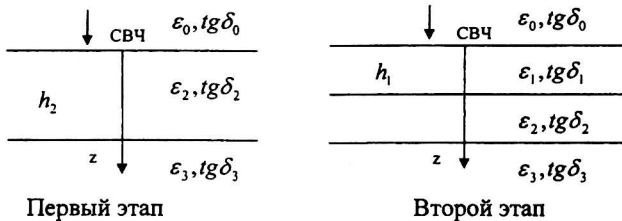


Рис 1. Этапы задачи плавления

Здесь символом  $h_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  обозначена толщина каждого слоя, электрофизические параметры каждого слоя различны и их будем обозначать с помощью индексов, соответствующих номерам слоев, значение  $i = 0$  соответствует воздуху,  $i = 1$  соответствует жидкой фазе,  $i = 2$  соответствует твердой фазе,  $i = 3$  соответствует подстилающей поверхности (в данном случае грунт),  $\epsilon_i$  - диэлектрическая проницаемость  $i$ -го слоя,  $tg\delta_i$  - тангенс угла диэлектрических потерь в  $i$ -м слое.

Комплексные амплитуды электрического  $E_i$  и магнитного  $H_i$  полей в  $i$ -ом слое плоскостной структуры представим в виде

$$E_i(z) = b_i \cdot \exp(-ik_i z) + r_i \cdot \exp(ik_i z), \quad H_i(z) = (b_i \cdot \exp(-ik_i z) - r_i \cdot \exp(ik_i z)) / w_i,$$

где  $b_0 = 1$ ,  $a_3 = 0$ ,  $k_i = \omega \sqrt{\epsilon_i \mu_i}$  - комплексное волновое число в  $i$ -ом слое, мнимая часть которого характеризует затухание электромагнитной волны в слое диэлектрика,  $b_i$  и  $r_i$  - коэффициенты прохождения и отражения соответственно в  $i$ -ом слое, а  $w_i$  - волновое сопротивление в  $i$ -ом слое.

Тепловые источники в диэлектрике распределены в соответствии с функцией плотности мощности тепловых потерь  $q(z) = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot \epsilon'' \cdot |E|^2$ , где  $\omega$  - круговая частота, а  $\epsilon_0$  - диэлектрическая постоянная.

Для определения температурного поля на первом этапе задача ставится в виде системы уравнений теплопроводности

$$\begin{cases} c_2 \rho_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T^{(2)}}{\partial z^2} + q_2(z), & t > 0, \quad 0 < z < h_2, \\ c_3 \rho_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T^{(3)}}{\partial z^2} + q_3(z), & t > 0, \quad z > h_2. \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$T(z, 0) = T_{\text{нов}}, \quad 0 < z < h_2, \quad T(z, 0) = T_{\text{нов}}, \quad z > h_2 \quad (2)$$

и граничными условиями

$$-\lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial z}(0, t) = k_2(T^{(2)}(0, t) - T_0), \quad \lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial z}(h_2, t) = \lambda_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial z}(h_2, t), \quad T^{(2)}(h_2, t) = T^{(3)}(h_2, t) \quad (3)$$

здесь  $\rho_i \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$ ,  $c_i \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$ ,  $\lambda_i \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$ ,  $k_i \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \right]$  – плотность, коэффициенты теплоемкости, теплопроводности, теплоотдачи среды соответственно,  $T_{\text{нов}}$  – начальная температура.

На втором этапе задача ставится в виде системы уравнений теплопроводности

$$\begin{cases} c_1 \rho_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial z^2} + q_1(z, t), & t > 0, \quad 0 < z < \xi(t), \\ c_2 \rho_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T^{(2)}}{\partial z^2} + q_2(z, t), & t > 0, \quad \xi(t) < z < h'_2, \\ c_3 \rho_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T^{(3)}}{\partial z^2} + q_3(z, t), & t > 0, \quad z > h'_2. \end{cases} \quad (4)$$

с начальными условиями

$$T^{(1)}(\xi(t_{\text{нв}}), t_{\text{нв}}) = T_{\text{нв}}, \quad 0 < z < \xi(t_{\text{нв}}), \quad T^{(2)}(z, t_{\text{нв}}) = T^{(2)}(z, t_{\text{нв}}), \quad \xi(t_{\text{нв}}) < z < h'_2 \quad (5)$$

и граничными условиями

$$-\lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z}(0, t) = k_1(T^{(1)}(0, t) - T_0), \quad \lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial z}(h'_2, t) = \lambda_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial z}(h'_2, t), \quad T^{(2)}(h'_2, t) = T^{(3)}(h'_2, t), \quad (6)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=\xi-0} - \lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=\xi+0} = \rho_2 L_2 \frac{\partial \xi(t)}{\partial t}, \quad T^{(1)}(\xi, t) = T^{(2)}(\xi, t) = T_{\text{пл}}.$$

Последнее уравнение есть уравнение Стефана, характеризующее поглощение энергии на плавление при движении границы твёрдой фазы. Здесь  $L_2$  – удельная теплота плавления диэлектрика,  $\frac{\partial \xi(t)}{\partial t}$  – скорость движения границы фазового перехода, а  $\xi(t) = h_1$  – функция, определяющая изменение толщины твёрдой фазы диэлектрического слоя.

Обе задачи решаются конечноразностным методом по неявной схеме на сетке, узловые точки которой, совпадают с граничными точками слоев. Для по-

строения консервативной разностной схемы использовался интегро-интерполяционный метод или метод баланса. Для решения задачи Стефана использовался алгоритм переменного шага по времени.

Вычислительный эксперимент проводился для двух диэлектриков льда и битума при мощности СВЧ источника 1.5 кВт и 3 кВт.

На рис. 2. приведены кривые распределения температуры при полном расплавлении льда для различных значений частоты и мощности ЭМП.

Кривые 1,2 соответствуют значению частоты 433 МГц и мощности 1.5 и 3 кВт соответственно. Период времени полного расплавления льда составило 1339 с и 685 с соответственно. Аналогично, кривым 3 и 4 соответствует частота 915 МГц и мощности 1.5 и 3 кВт. Время полного расплавления для этой частоты составило 1400 с и 818 с соответственно.

На рис. 3. приведены аналогичные кривые распределения температуры при полном расплавлении битума для тех же значений частоты и мощности ЭМП.

Результаты расчетов показывают, что на частоте 915 МГц. значительная доля энергии ЭМП затрачивается на нагрев слоя диэлектрика в жидкой фазе, образующейся при плавлении. Это связано с тем, что глубина проникновения ЭМП на этой частоте существенно меньше, чем на частоте 433 МГц. Таким образом, затраты энергии на нагрев и плавление на частоте 433 МГц будут меньше чем на частоте 915 МГц.

**В разделе 1.4** рассматривается задача СВЧ нагрева снега до температуры плавления с различными свойствами при падении

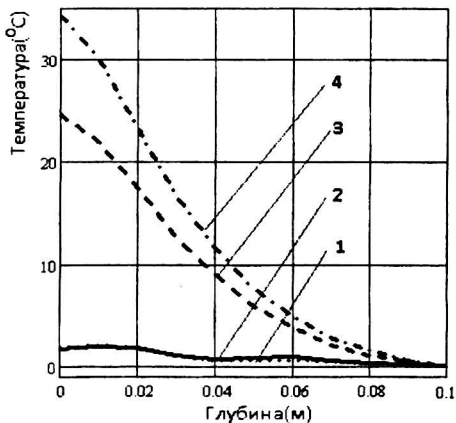


Рис 2. Распределение температуры при полном расплавлении льда толщиной 0.1 м. при частоте и мощности соответственно:  
1-433МГц, 1.5кВт, 2-433МГц, 3кВт,  
3-915МГц, 1.5кВт, 4-915МГц, 3кВт.

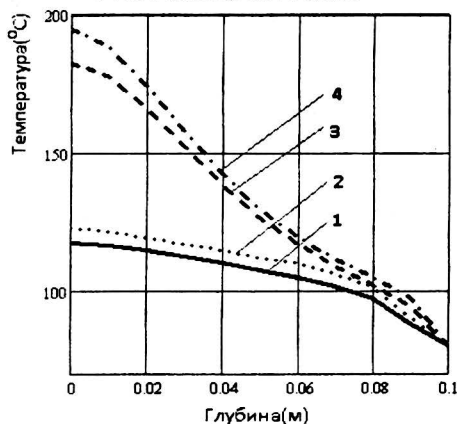


Рис 3. Распределение температуры в битуме толщиной 0.1 м. при полном переходе из твердой в жидкую фазу при частоте и мощности соответственно:  
1-433МГц, 1.5кВт, 2-433МГц, 3кВт,  
3-915МГц, 1.5кВт, 4-915МГц, 3кВт.

плоской электромагнитной волны на границу снега и воздуха.

В полупространстве  $z < 0$  электромагнитное поле состоит из падающей плоской волны  $E_x^{in}(z) = E_0 \cdot \exp(-ikz)$ , отраженной волны  $E_x^{ref}(z) = R \cdot \exp(ikz)$ , а в полупространстве  $z > 0$  состоит из прошедшей волны  $E_x^{tr}(z) = F \cdot \exp(-ik\sqrt{\epsilon\mu}z)$ . Здесь  $E_0$  - амплитуда,  $R$  - коэффициент отражения,  $F$  - коэффициент прохождения. Температурное поле в среде ( $z > 0$ ) удовлетворяет уравнению

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + q(z), \quad t > 0, \quad z > 0 \quad (7)$$

где  $q(t, z) = 2\alpha F_e S_0 \exp(-2\alpha z)$ , - функция плотности мощности источника тепловых потерь. Начальное и граничное условие для уравнения (7) имеют вид  $T(z, 0) = T_0$ . Здесь,  $T_0$  - температура диэлектрика в начальный момент времени.

Решение этой задачи известно и имеет вид (8):

$$\bar{T}(t, z) = T_0 + \frac{F_e S_0}{2\alpha\lambda} \exp(-2\alpha z) (\exp(4\alpha^2 a^2 t) - 1) \quad (8)$$

здесь  $\alpha$  - коэффициент затухания,  $a$  - коэффициент температуропроводности,  $S_0$  - вектор Пойтинга в вакууме,  $F_e$  - коэффициент энергетического прохождения.

Проведены исследования изменения периода времени до начала плавления диэлектрика при различных свойствах снега (влажность, пористость). Зависимость плотности снега от его пористости и влажности имеет вид:

$$\rho(n, k) = \rho_s (1 - n) + kn\rho_s \quad (9)$$

где  $k$  - степень наполнения пор снега водой, изменяющаяся от 0 до 1;  $n$  - пористость снега, изменяющаяся от 0 до 1;  $\rho_s$  и  $\rho_s$  - соответственно плотность воды и льда.

Из (8) находился период времени до начала плавления на верхней границе диэлектрика  $z = 0$  в зависимости от влажности и пористости

$$t_{ni}(n, k) = \frac{1}{4\alpha^2(n, k) \frac{\lambda}{c\rho(n, k)}} \ln \left( 1 - \frac{2\alpha(n, k)\lambda T_0}{FS_0} \right) \quad (10)$$

На рис.4 изображена зависимость периода времени до начала плавления от влажности при фиксированной пористости  $n = 0.1$ ,  $n = 0.3$  и  $n = 0.5$  (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

Результаты исследований позволяют сделать следующие выводы - с увеличением влажности диэлектрика период времени до начала плавления уменьшается, а с уменьшением пористости он увеличивается. Данные результа-

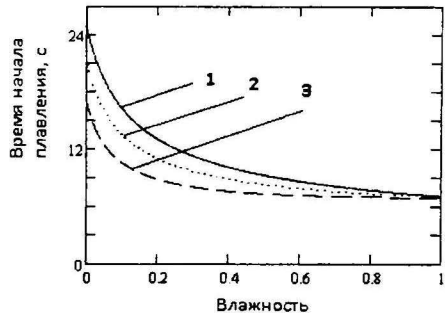


Рис. 4. Время до начала плавления в зависимости от влажности при значениях пористости: 1-0.1, 2-0.3, 3-0.5

ты позволяют заключить, что при определении требований к электрофизическим свойствам диэлектрического материала при СВЧ плавлении следует особое внимание уделить его влажности и пористости. Для максимально быстрого достижения жидкой фазы при проектировании СВЧ устройств, возможно, следует предусмотреть подсистему предварительного увлажнения объекта СВЧ нагрева.

В разделе 1.5 приводится описание программ для проведения вычислительного эксперимента, приведен интерфейс и краткая инструкция пользователя.

Вторая глава посвящена исследованию математической модели СВЧ нагрева диэлектрика заполняющего волновод прямоугольного сечения с неполной степенью заполнения.

В разделе 2.1 рассматривается постановка задачи исследования температурного поля в СВЧ камере прямоугольного сечения заполненной диэлектриком прямоугольной формы с неполной степенью заполнения. Расположение координатных осей в прямоугольном волноводе показано на рис.5.

Предполагается, что в СВЧ камере осуществляется двухмодовый режим возбуждения ЭМП. Функция тепловых потерь выбиралась в виде  $q(x, y, z) = P(x, y) \exp(-2\alpha z)$ , где  $P(x, y)$  - функция, определяющая распределение мощности по поперечному сечению прямоугольной СВЧ камеры.

При математическом моделировании СВЧ нагрева диэлектрика в прямоугольном волноводе предполагалось, что теплофизические свойства диэлектрика не зависят от температуры. Система уравнений теплопроводности имеет вид (11):

$$\left. \begin{aligned} c_1 \rho_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} &= \lambda_1 \left( \frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial z^2} \right) + q(x, y, z), \\ t > 0, D: x \in \left[ \frac{1}{2}(a-A), \frac{1}{2}(a+A) \right], y \in \left[ \frac{1}{2}(b-B), \frac{1}{2}(b+B) \right], z \in [d, d+C] \\ c_2 \rho_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial t} &= \lambda_2 \left( \frac{\partial^2 T^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^{(2)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^{(2)}}{\partial z^2} \right), \\ t > 0, x \in [d, a-d], y \in [d, b-d], z \in [d, c-d] (x, y, z) \in D \\ c_3 \rho_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial t} &= \lambda_3 \left( \frac{\partial^2 T^{(3)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^{(3)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^{(3)}}{\partial z^2} \right), \\ t > 0, x \in [0, d] \cup [a-d, a], y \in [0, d] \cup [b-d, b], z \in [0, d] \cup [c-d, c] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь,  $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$ ; - геометрические размеры СВЧ камеры в выбранной системе координат,  $d$  - толщина стенки волновода,  $\frac{1}{2}(a-A) \leq x \leq \frac{1}{2}(a+A), \frac{1}{2}(b-B) \leq y \leq \frac{1}{2}(b+B), 0 \leq z \leq C$ ; - геометрические размеры ди-

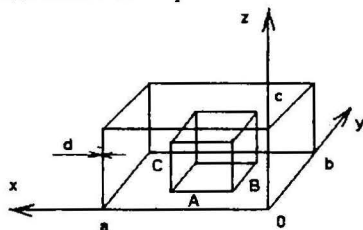


Рис. 5. Расположение осей координат

электрика,  $T^{(1)}$  – температура диэлектрика,  $T^{(2)}$  – температура воздуха внутри камеры,  $T^{(3)}$  – температура стенок СВЧ камеры.

Граничные условия задаются следующим образом

$$T^{(1)} = T^{(3)}; \lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z} = \lambda_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial z}, \text{ при } z = d, \text{ в области } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}(a-A) \leq x \leq \frac{1}{2}(a+A); \\ \frac{1}{2}(b-B) \leq y \leq \frac{1}{2}(b+B); \end{array} \right\} = D,$$

условия сопряжения для границ между диэлектриком и стенками камеры. Аналогично для  $x$  и  $y$ . Также аналогично задаются граничные условия для границ: диэлектрик - воздух внутри камеры, воздух внутри камеры - стенка камеры.

Граничные условия третьего рода между стенкой камеры и внешней средой

$$\mp \lambda_3 \frac{\partial T^{(3)}}{\partial x} = -\kappa(T - T_{cp}), \quad \text{при } x = 0, \text{ а. Аналогично для } y \text{ и } z.$$

Начальные условия задаются в виде

$$T^{(1)}(x, y, z, 0) = T^{(2)}(x, y, z, 0) = T^{(3)}(x, y, z, 0) = T_0, \text{ при } t = 0.$$

**В разделе 2.2** представлено составление разностной схемы для решения поставленной задачи. Для построения консервативной разностной схемы применяется интегро-интерполяционный метод. Получено разностное уравнение для внутренних точек:

$$\begin{aligned} cp \frac{(T_{n,m,k} - \tilde{T}_{n,m,k})}{\Delta t} dV &= \lambda \left( \frac{T_{n+1,m,k} - T_{n,m,k}}{h} - \frac{T_{n,m,k} - T_{n-1,m,k}}{h} \right) h^2 + \\ &+ \lambda \left( \frac{T_{n,m,k+1} - T_{n,m,k}}{h} - \frac{T_{n,m,k} - T_{n,m,k-1}}{h} \right) h^2 + \lambda \left( \frac{T_{n,m,k+1} - T_{n,m,k}}{h} - \frac{T_{n,m,k} - T_{n,m,k-1}}{h} \right) h^2 + \\ &+ \int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_{n+\frac{1}{2}}} \int_{y_{m-\frac{1}{2}}}^{y_{m+\frac{1}{2}}} \int_{z_{k-\frac{1}{2}}}^{z_{k+\frac{1}{2}}} q dz dy dx \end{aligned}$$

Аналогично записываются разностные уравнения для границ с учётом граничных условий. Для элементарных объемов, лежащих в углах, учитываются тепловые потоки в среду с трёх поверхностей.

Так как порядок аппроксимации дифференциального уравнения разностной задачей равен  $O(\Delta t + h^2)$  и неявная разностная схема абсолютно устойчива, то имеет место сходимость разностной схемы. Порядок скорости сходимости совпадает с порядком аппроксимации.

**В разделе 2.3** представлено расщепление трёхмерной задачи и решение разностных уравнений. Полученная разностная задача, с целью сокращения затрат машинного времени, решается с помощью локально-одномерной схемы.

Расщепление разностного уравнения для внутренних точек диэлектрика по локально-одномерной схеме по  $x$  представляется как:

$$\lambda_1 \frac{T_{n+1,m,k} - T_{n,m,k}}{\Delta x} h^2 - \lambda_1 \frac{T_{n,m,k} - T_{n-1,m,k}}{\Delta x} h^2 + \int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_{n+\frac{1}{2}}} \int_{y_{m-\frac{1}{2}}}^{y_{m+\frac{1}{2}}} \int_{z_{k-\frac{1}{2}}}^{z_{k+\frac{1}{2}}} q dz dy dx = c_1 \rho_1 \cdot \frac{(T_{n,m,k} - \tilde{T}_{n,m,k})}{\Delta t} \Delta V$$

Аналогично по  $y, z$ . Аналогичным образом локально-одномерная схема применяется и к другим конечно-разностным уравнениям. Далее полученные три одномерных уравнения решаются методом прогонки.

В разделе 2.4 приводятся результаты вычислительного эксперимента нагрева влажной древесины, грунта и нефти. На рис 6 приведены результаты математического моделирования СВЧ нагрева нефти.

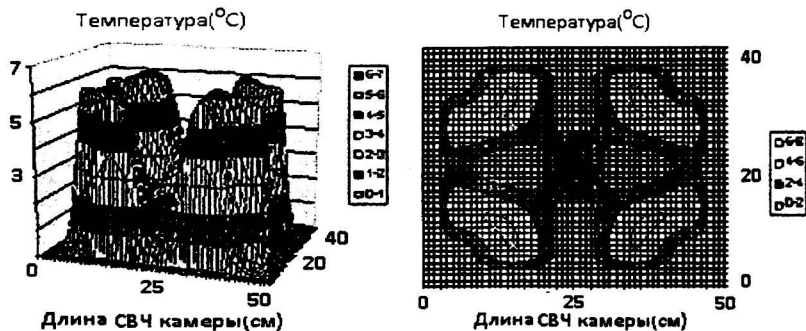


Рис 6. Распределение температуры после 300с. СВЧ нагрева нефти. Моды E12 и E21

Симметричность распределения теплового поля связана с симметричностью напряженности ЭМП.

Результаты расчетов показывают, что при малом времени СВЧ нагрева пространственное распределение температурного поля в диэлектрике повторяет распределение квадрата модуля напряженности ЭМП и мало зависит от граничных условий.

В разделе 2.5 приводится описание программы для проведения вычислительного эксперимента, упрощенная схема алгоритма, интерфейса и краткая инструкция пользователя.

Третья глава посвящена задачам управления и оптимизации СВЧ нагрева.

В разделе 3.1 рассмотрена задача управления плавлением слоя льда, находящегося на некоторой подстилающей поверхности, при нормальном падении плоской электромагнитной волны из воздуха на плоскоструйную структуру. Необходимо определить зависимость амплитуды ЭМП от времени, которая обеспечивает заданную скорость движения фазовой границы.

Решение этой задачи разделяется на два этапа (нагрев ледяного слоя, твердая фаза), и плавление, появление жидкой фазы аналогично (1) и (2). Постанов-

ка задачи на втором этапе в виде системы уравнений теплопроводности аналогична (2) с граничным условием на нижней границе 3-го рода  $-\lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z}(0,t) = k_1(T^{(1)}(0,t) - T_0)$ . Функция плотности тепловых потерь записывается в виде

$$Q_z(z,t) = U(t) \cdot q(z) \quad (12)$$

где  $U(t)$  - функция управления равная квадрату амплитуды падающей волны, а

$$q(z) = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot \varepsilon'' \cdot \varepsilon_0 \cdot |\dot{E}|^2 \quad (13)$$

Скорость движения границы задается постоянной, тогда  $\xi(t) = V \cdot t$ . При данном подходе уравнение Стефана становится линейным уравнением:

$$\lambda_1 \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=\xi-0} - \lambda_2 \frac{\partial T^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=\xi+0} = \rho_2 L_2 V \quad (14)$$

Задача решается конечноразностным методом. Для определения температуры и функции управления  $U$  на каждом временном слое решается система линейных уравнений.

На рис. 7 приведены распределения температуры в жидкой и твердой фазах на 6, 8 и последнем временном слое (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

На рис.8 приведена функция управления  $U(t)$  для скорости  $V = 0.001 \text{ м/с}$ . Возрастание функции управления обусловлено появлением жидкой фазы на поверхности диэлектрика, с увеличением толщины которой увеличивается энергия ЭМП, затрачиваемая на нагрев жидкой фазы.

Сравнение результатов математического моделирования плавления слоя льда в задаче с управлением с результатами из раздела 1.3 показывает, что при одинаковом времени плавления затраты энергии на плавление в задаче с управлением на 5,8% меньше.

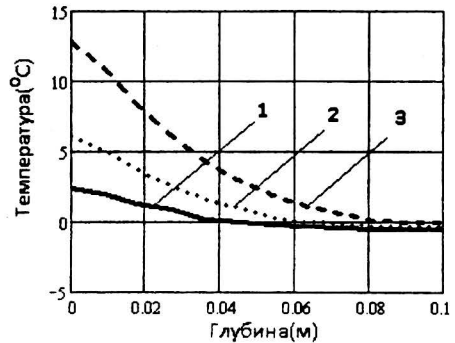


Рис. 7. Распределение температур при равномерном движении фазовой границы, кривые: 1 – 6 временной слой, 2 – 8 временной слой, 3 – 10 временной слой фазовой границы, кривые: 1 – 6 временной слой, 2 – 8 временной слой, 3 – 10 временной слой



Рис. 8. Функции управления при скорости движения фазовой границы  $V = 0.001 \text{ м/с}$

Полученные результаты могут быть использованы при определении режимов технологических процессов плавления в СВЧ устройствах.

**В разделе 3.2** рассмотрена задача оптимизации амплитуд возбуждения четырех собственных мод в СВЧ камере прямоугольного сечения. Необходимо: определить амплитуды  $\alpha_i, i=1..4$ , так, чтобы среднеквадратическое отклонение распределения ЭМП в поперечной плоскости  $(x, y)$  в диэлектрике от требуемого распределения было минимальным:

$$\delta = \sum_i^N \sum_k^M |E_{i,k}^{(x,y)} - E_{зад_{i,k}}|^2 / \sum_i^N \sum_k^M |E_{зад_{i,k}}|^2 \rightarrow \min, \text{ где } N - \text{ число точек контро-}$$

ля.

Задача сводится к нахождению экстремума функции многих переменных. Для нахождения решения и проведения вычислительного эксперимента разработана программа на базе математического пакета Mathcad.

На рис. 9 приведено распределение ЭМП в фиксированном по  $z$  слое диэлектрика, соответствующее оптимальным значениям амплитуд возбуждения ( $\delta = 0.024$ ) при заданном равномерном распределении.

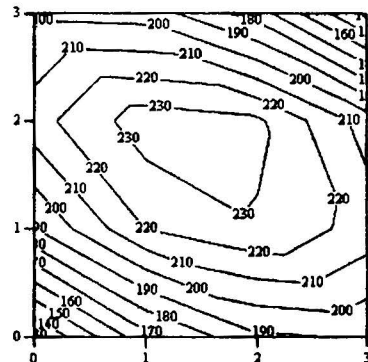


Рис 9. Управление полем, оптимизированное распределение э.м. поля.

**В разделе 3.3** рассмотрена ещё одна задача оптимизации амплитуд возбуждения четырех собственных мод в СВЧ камере прямоугольного сечения. Необходимо: определить амплитуды  $\alpha_i, i=1..4$ , так, чтобы среднеквадратическое отклонение распределения ЭМП вдоль оси  $z$  в диэлектрике от требуемого распределения было минимальным:

$$\delta = \sum_i^N |E_i^z - E_{зад_i}|^2 / \sum_i^N |E_{зад_i}|^2 \rightarrow \min, \text{ где } N - \text{ количество точек контроля.}$$

Задача сводится к нахождению экстремума функции многих переменных. Кривые 1 на рис. 10 соответствует заданному распределению ЭМП, кривая 2 соответствует неоптимизированному распределению ЭМП, кривая 3 соответствует оптимальному распределению амплитуд возбуждения ( $\delta = 0.0006$ ).

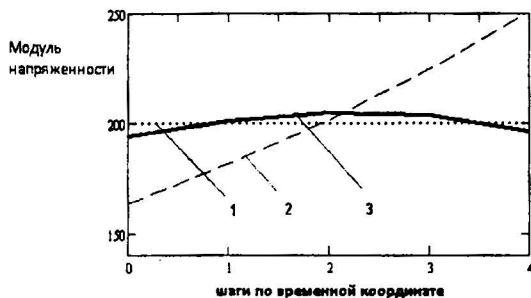


Рис 10. Управление полем. 1 – требуемое распределение, 2 – неоптимизированное распределение, 3 – оптимизированное распределение э.м. поля.

Результаты двух последних задач позволяют использовать построенную модель при проектировании СВЧ устройств с возможностью авто коррекции распределения ЭМП к заданному распределению.

В разделе 3.4 приводится описание программ для проведения вычислительного эксперимента, приведен интерфейс и краткая инструкция пользователя.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ**

В диссертационной работе решена важная научно-техническая задача – построение и исследование математических моделей СВЧ нагрева диэлектриков с учетом фазовых переходов с применением современных технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента, разработка комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов и их использование для выработки рекомендаций по совершенствованию устройств СВЧ нагрева.

В диссертационной работе

1. построена и исследована математическая модель СВЧ нагрева диэлектрического слоя конечной толщины без учета и с учётом фазовых переходов;
2. построена и исследована математическая модель СВЧ нагрева диэлектрика в камере прямоугольного сечения и решена задача управления электромагнитным полем в СВЧ камере;
3. разработан вычислительный алгоритм решения задачи управления движением границы раздела фаз при СВЧ нагреве диэлектрика конечной толщины, позволяющий свести нелинейное уравнение Стефана к линейному уравнению;
4. исследована зависимость СВЧ нагрева снега от влагосодержания и пористости;
5. разработан комплекс программ для вычислительных экспериментов с построенными моделями;
6. сформулированы рекомендации по применению полученных результатов для совершенствования устройств СВЧ нагрева.

### **СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ, ОТРАЖАЮЩИХ ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**в изданиях, рекомендованных ВАК:**

1. Анфиногентов В.И., Тахаув А.А. Численное моделирование фазовых переходов в плоскостной структуре при СВЧ нагреве // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2010.- № 3. – С. 159-163.

2. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Управление движением границы раздела фаз при СВЧ нагреве снега // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2011. Т. 14. №1.

**опубликованных в других изданиях:**

3. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А., Луканихин В.С., Степанов И.С. Исследование температурных полей в СВЧ камерах, заполненных диэлектрическим материалом // Доклады VI МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2007. – С. 269-271.
4. Тахауов А.А. Исследование температурного поля в СВЧ камере, частично заполненной диэлектриком // Материалы ММНК «XV Туполевские чтения», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2007. – С. 94-95.
5. Тахауов А.А. Исследование электромагнитного поля в СВЧ камере прямоугольного сечения заполненной диэлектриком // Материалы ММНК «XVI Туполевские чтения», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2008. – С. 152-153.
6. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Управление температурным полем в диэлектрике при СВЧ нагреве // Доклады МНПК «Современные технологии – ключевое звено в возрождении отечественного авиастроения», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2008. – С. 199-204.
7. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Управление температурным полем в СВЧ камере, частично заполненной диэлектриком // Материалы всероссийского семинара, посвящённого столетию проф. Аминова М. Ш. «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2008. – С. 20-21.
8. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Управление электромагнитным полем функцией тока в прямоугольном волноводе // Тезисы VII МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов», Казань: Изд-во Поволжского ун-та информатизации и телекоммуникаций, – 2008. – С. 258-259.
9. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Управление температурным полем в СВЧ камере частично заполненной диэлектриком // Тезисы VII МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов», Казань: Изд-во Поволжского университета информатизации и телекоммуникаций, – 2008. – С. 257-258.
10. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Математическая модель процесса таяния снежно-ледяной массы под воздействием микроволнового нагрева // Материалы VIII МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2009. – С. 194-195.

11. Тахауов А.А. Исследование модели плавления диэлектрика разной консистенции при СВЧ нагреве // Материалы ММНК «XVIII Туполевские чтения», Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, – 2010. – С. 96-98.
12. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Об одной задаче управления движением межфазовой границы в диэлектрике при СВЧ нагреве // Материалы IX МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов», Челябинск: Изд-во Челябинского гос. ун-та, – 2010. – С. 157.
13. Анфиногентов В.И., Тахауов А.А. Математическое моделирование СВЧ нагрева диэлектриков с учётом фазовых переходов // Материалы IX МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов», Челябинск: Изд-во Челябинского гос. ун-та, – 2010. – С. 158

Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ:

14. Тахауов А.А. Программа «Терморасчёт ЭМ поля в диэлектрике» для расчёта электромагнитного и температурного полей при СВЧ нагреве - М.: Объединенный фонд электронных ресурсов «Наука и образование» Института научной информатизации и мониторинга Российской академии образования – №16625 от 17.01.2010.

---

Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Печ.л. 1,0, Усл.печ.л. 0,93, Уч.-изд.л. 1,0.  
Тираж 115. Заказ О 43.

---

Типография Издательства Казанского государственного  
технического университета  
420111, Казань, К.Маркса. 10



