# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В КЛАССИЧЕСКОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ КАК ОДНО ИЗ СРЕДСТВ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ

Павлидис Виктория Дмитриевна, д.п.н, профессор,
Чкалова Марина Викторовна, к.т.н., доцент
ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный аграрный университет»
pavlidis@mail.ru, berbem14-22@mail.ru

*Аннотация*: В данном выступлении рассмотрен вариант применения элементов моделирования в преподавании дифференциального и интегрального исчисления студентам – экономистам. В рамках компетентностного подхода авторы предложили в основу обучения математическим дисциплинам студентов экономических специальностей положить приоритетность субъективно-смыслового содержания образования перед обычным информированием.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, компетентностный подход, объем производства, дисконтированная стоимость денежного потока, распределение налогового бремени.

# MATHEMATICAL MODELING IN CLASSICAL MATHEMATICS AS ONE OF THE MEANS OF FORMATION OF PROFESSIONAL COMPETENCE OF FUTURE ECONOMISTS

Pavlidis Victoria Dmitrievna**,** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Chkalova Marina Viktorovna, Candidate of Engineering Sciences,
Associate Professor Orenburg State Agrarian University
pavlidis@mail.ru, berbem14-22@mail.ru

*Abstract:* this presentation examines the application of simulation elements in the teaching of differential and integral calculus to the students of Economics. In the framework of the competence-based approach the authors proposed in a basis of teaching mathematics students of economic specialties to put the priority of the subjective meaning of educational content over conventional informirebation.

*Key words:* mathematical modeling, competency-based approach, the volume of production, present value of the cash flow, the distribution of the tax burden.

Проблемы качества математической подготовки студентов-экономистов весьма актуальны. В современных условиях развития экономической сферы общества профессиональная компетентность экономиста, его конкурентоспособность на рынке труда зависят от многих факторов, в том числе и от математической образованности специалиста.

В этой связи приобретает актуальность разрешение противоречия между объективной потребностью современной экономики в высококвалифицированных специалистах, эффективно использующих математический инструментарий в своей профессиональной деятельности, и недостаточностью научно-методического обеспечения практико-ориентированной математической подготовки студентов [1, с.12].

Математика в системе высшего экономического образования «переросла» статус общеобразовательной дисциплины и должна на основе межпредметных связей со специальными дисциплинами стать неотъемлемой составляющей профессиональной подготовки.

Будущие специалисты за время обучения должны овладеть основами необходимых знаний и накопить опыт практического использования экономико-математических методов и прикладных моделей.

Их использование позволяет наилучшим образом выделить и представить будущим специалистам профессионально значимый учебный материал.

Рассмотрим ряд примеров использования основ математического моделирования в рамках дифференциального и интегрального исчисления.

На наш взгляд, необходимо показать студентам возможности интерпретации идейной базы данного курса, как учения о скоростях протекания процессов. Такой подход открывает широкие возможности для приложений аппарата дифференциального и интегрального исчисления в экономическом моделировании: динамика финансовых потоков и цен, анализ производственных функций, моделирование спроса и предложения и др.

Очевидно, что в процессе обучения математике нет возможности рассмотреть все разнообразие экономических связей и моделей, в которых мы сталкиваемся с различными по содержанию трактовками математических понятий. Однако, использование иллюстративного уровня, когда лектор ограничивается геометрическим, механическим или, в лучшем случае, экономическим смыслом основных понятий математического анализа, не отвечает современным требованиям подготовки высококвалифицированного специалиста.

Более эффективным, с точки зрения формирования профессиональной компетентности, является использование экономической интерпретации содержания математических утверждений, так как это позволит студентам одновременно с усвоением математических знаний и методов более осознанно оперировать экономическими категориями [2, с.146].

Так, существенным результатом изучения дифференциального исчисления является четкое осознание студентом того факта, что если какая-то функция описывает некоторый экономический процесс, то ее первая производная характеризует предельную эффективность этого процесса.

Именно такой подход позволит впоследствии расширить возможности экономических интерпретаций в интегральном исчислении.

В качестве примера возьмем известную производственную функцию Кобба-Дугласа, о которой лишь информируют студентов первого курса как о функции двух аргументов: $z = b_0 x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$, где $z$- величина общественного продукта; $x_1$- затраты труда; $x_2$- объем производственных фондов [3, с.384].

Основываясь на практике, вполне возможно затраты труда рассматривать как линейную зависимость от времени $\alpha t+\beta$, затраты капитала считать неизменными, а функцию объема производственных фондов записать как трансцендентную функцию времени $e^{\gamma t}$. В результате этих допущений возникает функция одной переменной, интегрирование по частям которой на отрезке [0, T] позволит находить объем выпускаемой продукции за T лет:

$$Q = \int_0^T (\alpha t + \beta) e^{\gamma t} dt .$$

Следует отметить, что объем выпускаемой продукции за T лет может быть найден традиционно: интегрированием функции, описывающей изменение производительности некоторого производства с течением времени (известный экономический смысл определенного интеграла). Но пример, приведенный выше, позволяет акцентировать внимание студентов на возможность и необходимость линеаризации функций как методе упрощения математических моделей экономических процессов.

Еще одним примером использования элементов моделирования в интегральном исчислении является построение модели дисконтированной стоимости денежного потока, основанной на применении определенного интеграла. Пусть известна величина денежного потока *R(t)* в дискретные моменты времени, тогда дисконтированная стоимость определяется суммированием соответствующих величин:

$$\Pi = \sum_{t=1}^{n} R(t)(1+p)^{-t}$$

где $p$- процентная ставка; $n$- общее число периодов времени.

В реальных условиях время изменяется непрерывно и скорость изменения денежного потока *I(t)* есть непрерывная на отрезке [0, T] функция, которую можно получить одним из методов аппроксимации по дискретным точкам, используя известные экономические модели прогнозирования. Здесь особо следует отметить адаптивную модель Брауна: она «способна изменять» свою структуру и параметры, «приспосабливаясь» к изменению условий. Лучше всего эта модель описывает процессы с линейным или параболическим трендом (как в наших примерах).

Таким образом, в условиях непрерывности исследуемой функции формула вычисления дисконтированной стоимости приобретает вид:

$$\Pi = \int_0^T I(t) e^{-pt} dt$$

В случае же непрекращающегося денежного потока (эксплуатация земельных угодий) возникает несобственный интеграл

.

$$П = \int_0^\infty R(t)e^{-pt}dt,$$

где *R(t)* – рента, соответствующая процентной ставке *p*.

Определим, например, дисконтированную стоимость земельного участка, при условии, что рента (млн. руб./год), получаемая от земельного участка и соответствующая процентной ставке в 10%, задается функцией $R(t) = 6e^{-0,8t}$:

$$П = \int_0^\infty 6e^{-0,8t} \cdot e^{-0,1t}dt = 6\int_0^\infty e^{-0,9t}dt = 6\lim_{a\to\infty}\int_0^a e^{-0,9t}dt = 6\lim_{a\to\infty}\frac{e^{-0,9t}}{-0,9}\Big|_0^a = \frac{6}{0,9} \approx 6,7(\textit{млн.руб.})$$

Сравнение полученного результата со стоимостью участка в данный момент времени R(0)=6 млн. руб., показывает, что используемая модель адекватна.

После рассмотрения экономического смысла производной и введения понятия эластичности, полезно предложить студентам интересную математическую модель, которая описывает распределение налогового бремени между потребителями и производителями после введения дополнительного налога с производителя в размере $x$ единиц на единицу товара.

Зададим систему ограничений, упрощающую соответствующую экономическую модель. Пусть цена товара $p$ на некотором рынке остается стабильной в течение определенного времени и пусть зависимость предложения от цены определяется только прибылью. Тогда при цене $p$ и налоге $x$ прибыль будет такой же, что и при цене $(p-x)$ и отсутствии дополнительного налога.

$$S_x(p) = S(p-x)$$

где $S_x(p)$ - функция предложения после введения налога. На рис.1 показано соотношение кривых спроса и предложения [3, с. 296].

Проведем ряд рассуждений и получим основное математическое выражение, описывающее модель.

В окрестности равновесной точки приращение функций спроса и предложения заменим на их дифференциалы:

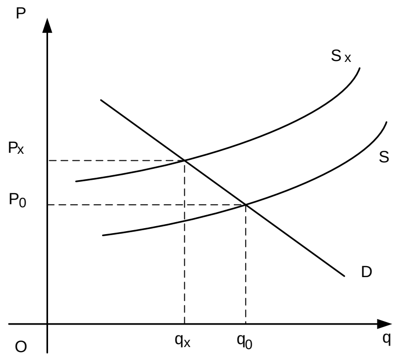


Рис. 1

$$S(p_0+\Delta p) = S(p_0) + S'(p_0)\Delta p \qquad D(p_0+\Delta p) = D(p_0) + D'(p_0)\Delta p$$

где $\Delta p = p_x - p_0$ - изменение равновесной цены.

Полагая, что равенство спроса и предложения достигается при новой равновесной цене $p_x$:

$$S(p_x - x) = D(p_x),$$

имеем: $S(p_0) + S'(p_0)(\Delta p - x) = D(p_0) + D'(p_0)\Delta p$

$$S'(p_0)(\Delta p - x) = D'(p_0)\Delta p$$

$$\Delta p = \frac{xS'(p_0)}{S'(p_0) - D'(p_0)} \qquad x - \Delta p = -\frac{xD'(p_0)}{S'(p_0) - D'(p_0)}$$

Таким образом, после введения дополнительного налога затраты потребителя на покупку 1 ед. товара увеличатся на величину $\Delta p$, а доход производителя на 1 ед. продукции уменьшится на величину $x - \Delta p$.

Используя полученные результаты, основное математическое выражение модели можно представить в виде отношения, которое и показывает распределение налогового бремени между потребителями и производителями продукции:

$$\frac{\Delta p}{x-\Delta p}=\frac{S'(p_0)}{-D'(p_0)}$$

Отсюда легко перейти к отношению коэффициентов эластичности:

$$\frac{S'(p_0)}{-D'(p_0)}=\frac{S'(p_0)p_0}{S(p_0)}:\frac{-D'(p_0)p_0}{D(p_0)}=\frac{\mathrm{E}_S}{-\mathrm{E}_D},$$

где $\mathrm{E}_S$ и $\mathrm{E}_D$ – коэффициенты эластичности предложения и спроса.

Верификация построенной модели основана на применении обоснованных и доказанных практикой допущениях о виде сложившихся финансово-экономических отношений, что позволяет считать полученную модель адекватной.

Практическую значимость представленной модели можно проиллюстрировать на элементарном примере: если ценовую эластичность спроса условно принять за (-2), эластичность предложения за 3, а вводимый налог за 100 условных единиц, то после введения налога цена продукции увеличится на (3/3+2)·100=60, а прибыль производителя на одну единицу продукции уменьшится на 100-60=40 условных единиц. Анализ полученного результата позволяет спрогнозировать следующее: государство увеличит одномоментно налоговые поступления, однако в долгосрочной перспективе увеличение налогового бремени приведет к экономическому спаду.

Рассмотренные примеры иллюстрируют широкие возможности применения элементов математического моделирования в процессе обучения математическим дисциплинам студентов-экономистов, позволяют нам заключить, что в основу обучения математическим дисциплинам студентов экономических специальностей должны быть положены приоритетность субъективно-смыслового содержания образования перед обычным информированием, решение учебно-математических задач в контексте экономических проблем.

Профессионально-прикладное обучение математике, на наш взгляд, будет способствовать формированию математического аспекта компетентности будущего экономиста, обеспечивать высокую результативность его труда, являясь одним из важных условий успешной адаптации специалиста в профессии.

**Список литературы**

1. Байгушева И.А. Педагогические условия формирования математической компетентности будущих экономистов / Вестник Челябинского государственного педагогического университета. - №9-1, 2014. С.11-18.

2. Марданов М.В. Математическая подготовка будущих экономистов: компетентностный подход/ М.В. Марданов, Р.Ш Марданов, А.Ю. Хасанова// Наука и образование: современные тренды: коллективная монография. - Чебоксары: ЦНС «Интерактив Плюс», 2015. -№X. – С.144-151

3. Солодовников А. С. Математика в экономике / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов, И. Г. Шандра // Учебник: В 2-ух ч. Ч 2 / М.: Финансы и статистика, 2003.- 560 с.