ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ «ПРОИЗВОДНАЯ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ АНАЛИЗА КЛАССОВ ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ

Гузялова Алина Николаевна, студент 1 курса магистратуры
Тимербаева Наиля Вакифовна, к.п.н., доцент
Казанский (Приволжский) федеральный университет
alina_guzyalova@mail.ru, timnell»@yandex.ru

Аннотация: В данной статье рассматриваются особенности преподавания темы «Производная» в кассах гуманитарного профиля, приводится план разработанного факультатива, а также демонстрируются возможности применения специально составленных карточек-консультантов.

Ключевые слова: изучение математики, классы гуманитарного профиля, факультатив.

FORMATION OF THE CONCEPT OF «DERIVATIVE» IN THE COURSE OF ALGEBRA AND THE ELEMENTS OF ANALYSIS IN THE HUMANITARIAN CLASSES

Guzyalova Alina Nikolaevna, first-year graduate student
Timerbaeva Nailya Vakifovna, PhD in Education, Associate Professor,
Kazan Federal University
alina_guzyalova@mail.ru, timnell»@yandex.ru

Abstract: This article discusses distinctive features of teaching the topic "derivative" in the humanities classes, provides elective plan and demonstrates the possibility of applying specially prepared cards consultants.

Keywords: the study of mathematics, the humanities classes, elective plan.

Концепция модернизации образования в Российской федерации предусматривает профильное обучение школьников и устанавливает ряд задач на создание системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы. Существенные проблемы возникают при обучении математике в классах гуманитарного профиля. Курс математики в классах рассматриваемого профиля в настоящее время предполагает лишь минимальную математическую подготовку учащихся, которые полагают, что не имеют способностей к изучению математики и чья профессиональная деятельность не будет связана с математикой. Практика показывает, что в таких условиях имеют место ослабление интереса учащихся к математике, снижение качества предметных знаний и умений.

В соответствии со стандартом среднего (полного) общего образования по математике, изучение данного предмета в классах гуманитарного профиля направлено на достижение следующих целей:

- формировать представление об идеях и методах математики;

-развивать логическое и критическое мышление на уровне, который необходим для повседневной жизни;

-освоить математические знания и умения, которые необходимы для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, чтобы получить образование в области,где не требуется углубленной математической подготовки; освоение составляющими алгоритмической и вычислительной культуры [2; с.72].

Согласно стандарту среднего (полного) общего образования по математике, учащиеся гуманитарного профиля должны охватить тот объем математических знаний и умений, которые регламентируется обязательным минимумом содержания основных образовательных программ и требованиями к уровню подготовки выпускников [1].

Тема «Производная» занимает центральное место в курсе алгебры и начал анализа. Изучение данной темы весьма актуально, так как оно имеет большое образовательное значение, с нее начинается изучение элементов математического анализа, а это дает новые методы решения математических, физических и геометрических задач. Задания под номером 14 для базового уровня и под номером 7 для профильного уровня ЕГЭ по математике это - задачи на выполнение действий с функциями и производными функций, исследование функций.

Методисты и психологи выделяют у учащихся гуманитарных классов следующие психолого-педагогические особенности:

1. У учащихся гуманитарных классов преобладает наглядно-образное мышление.

2. Восприятие красоты математики направлено у учащихся гуманитарных классов на ее проявления в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах.

3. На уроках математики у учащихся гуманитарных классов внимание может быть устойчивым в среднем не более 12 минут.

4. У гуманитариев наибольшим интересом пользуются вопросы истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал.

5. Среди форм работы на уроке гуманитарии предпочитают следующие: объяснение учителем нового материала, лабораторные работы, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий с привлечением научно-популярной литературы.

6. Из методов самостоятельной работы гуманитарии выбирают коллективные.[3;с.17].

С учетом перечисленных особенностей учащихся гуманитарных классов в изучении математики, нами разработан факультативный курс по теме «Производная». Как дополнение к нему составлена система упражнений, обеспечивающих прочное усвоение учащимися гуманитарного профиля основных приемов решения задач на применение производной. Выполнение практических занятий имеет целью закрепить у учащихся теоретические знания и развить практические навыки и умения по теме «Производная».

Тематическое планирование факультативного курса по теме «Производная»

№ п.п.	Тема	Кол-во часов
1	Понятие производной	1
2	Производные основных элементарных функций. Основные правила дифференцирования.	1
3	Производная сложной функции	1
4	Занятие – экскурсия в прошлое	1
5	Касательная к графику функции	1
6	Признак возрастания и убывания функций	1
7	Критические точки функции, минимумы и максимумы	1
8	Применение производной к исследованию функций	1
9	Наибольшее и наименьшее значения функции	1
10	Применение производной при решении задач ЕГЭ	1
	Итого	10

Одной из важнейших задач изучения алгебры является развитие алгоритмического мышления. Универсальный элемент мышления – логика. Искусство определять и умение работать с определениями; искусство анализировать, классифицировать, пользоваться аналогиями – все это и многое другое человек осваивает в значительной мере, именно благодаря изучению математики. Поэтому нами были разработаны «карточки-консультанты» для каждого занятия. Проиллюстрируем возможности использования карточек-консультантов конкретными примерами.

Карточка-консультант
«Нахождение производной функции»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим приращение функции в точке x_0: $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$	
2	Находим разностное отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$	
3	Выясняем, к какому числу стремится $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, если считать, что Δx стремиться к нулю.	
4	Вычисляем значение производной в заданной точке (если она указана)	
5	Записываем ответ	

Пример 1: Пользуясь определением производной, найдите значение производной функции f, если $f(x) = x^2 - 3x$.

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим приращение функции в точке x_0: $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$	$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) =$ $= (x_0 + \Delta x)^2 - 3(x_0 + \Delta x) - {x_0}^2 + 3x_0 =$ $= 2x_0\Delta x + \Delta x^2 - 3\Delta x$
2	Находим разностное отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ $= \frac{2x_0\Delta x + \Delta x^2 - 3\Delta x}{\Delta x} =$ $= 2x_0 + \Delta x - 3$
3	Выясняем, к какому числу стремится $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, если считать, что Δx стремиться к нулю.	$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (2x_0 + \Delta x - 3)$, при $\Delta x \to 0$, т.е. $f'(x) = 2x_0 - 3$
4	Вычисляем значение производной в заданной точке (если она указана)	-
5	Записываем ответ	$f'(x_0) = 2x_0 - 3$

Карточка-консультант

«Нахождение производной функции»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Какая функция дана?	
2	Как найти производную такой функции?	
3	Выберем правила дифференцирования	
4	Обозначим чему равно U и V	
5	Подставим значения в выбранное правило дифференцирования	
6	Записываем ответ	

Пример 2: Найдите производную функции $f(x) = x^2(3x + x^3)$

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Какая функция дана?	Степенная
2	Как найти производную такой функции?	$y = x^n, y' = nx^{n-1}$
3	Выберем правила дифференцирования	$(UV)' = U'V + UV'$
4	Обозначим чему равно U и V	$U = x^2, V = (3x + x^3)$
5	Подставим значения в выбранное прав[и]ло дифференцирования	$f'(x) = (x^2)'(3x + x^3) + x^2(3x + x^3)' =$ $= 2x(3x + x^3) + x^2(3 + 3x^2) =$ $= 9x^2 + 5x^4$
6	Записываем ответ	$f'(x) = 9x^2 + 5x^4$

Карточка-консультант

«Нахождение производной сложной функции»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Выделим «внутреннюю» функцию	
2	Выделим «внешнюю» функцию	
3	Вычислить производную сложной функции	
4	Записываем ответ	

Пример 3: Найдите производную функции $f(x) = (2x-7)^8$

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Выделим «внутреннюю» функцию	$y = 2x - 7$
2	Выделим «внешнюю» функцию	$g(y) = y^8$
3	Вычислить производную сложной функции	$f'(x) = ((2x-7)^8)' =$ $= 8(2x-7)^7(2x-7)' =$ $= 8(2x-7)^7 \cdot 2 = 16(2x-7)^7$
4	Записываем ответ	$f'(x) = 16(2x-7)^7$

Карточка-консультант

«Написание уравнение касательной»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Вычислим производную функции	
2	Найдем значение функции в точке x_0	
3	Найдем значение производной в точке x_0	
4	Подставим полученные числа в формулу $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$	
5	Приведем уравнение к стандартному виду	
6	Запишем ответ	

Пример 4. К кривой $f(x) = x^2$ в точке в точке $x_0 = 1$ провести касательную.

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Вычислим производную функции	$f'(x) = 2x$
2	Найдем значение функции в точке x_0	$f(1) = 1^2 = 1$
3	Найдем значение производной в точке x_0	$f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$
4	Подставим полученные числа в формулу $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$	$y = 2(x-1) + 1$
5	Приведем уравнение к стандартному виду	$y = 2x - 1$
6	Запишем ответ	$y = 2x - 1$

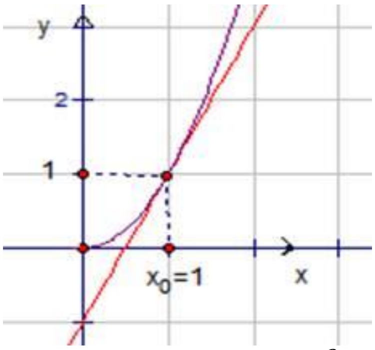


Рис.1. Касательная к графику функций $f(x) = x^2$ в точке в точке $x_0 = 1$

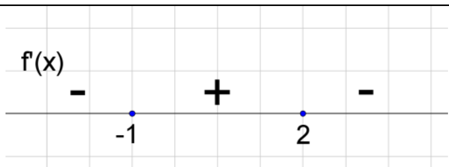
Карточка-консультант

«Нахождение промежутков возрастания и убывания функции»

№ шага	Последовательность действий.	Результат выполнения действий
1	Находим область определения функции.	
2	Находим производную функции.	
3	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	
4	Отмечаем точки на числовой прямой .	
5	Проверяем знак функции на каждом промежутке.	
6	Делаем вывод.	

Пример 5: Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$y = 12x + 3x^2 - 2x^3$$

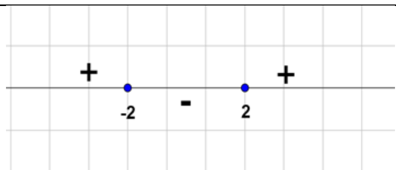
№ шага	Последовательность действий.	Результат действий
1	Находим область определения функции.	$D(f) = R$
2	Находим производную функции.	$f'(x) = 12 + 6x - 6x^2 = -6(x-2)(x+1)$
3	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	$x_1 = -1;\ x_2 = 2$
4	Отмечаем точки на числовой прямой.	
5	Проверяем знак функции на каждом промежутке.	$f'(x) < 0$ на $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ $f'(x) > 0$ на $(-1; 2)$
6	Делаем вывод.	Функция убывает на $(-\infty; 1]$и на $[2; +\infty)$; Функция возрастает на $[-1; 2]$.

Карточка-консультант

«Нахождение критических точек функции»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим область определения	
2	Находим производную функции	
3	Находим область определения производной функции	
4	Находим точки пересечения графика функции с осью Ox	
5	Отмечаем точки на числовой прямой	
6	Проверяем знак функции на каждом промежутке	
7	Делаем вывод	

Пример 6. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие – точками минимума: $f(x) = 5 + 12x - x^3$

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим область определения	$D(f) = R$
2	Находим производную функции	$f'(x) = 12 - 3x^2 = -3(x-2)(x+2)$
3	Находим область определения производной функции	$D\big(f'(x)\big) = R$
4	Находим точки пересечения графика функции с осью Ox	$x = -2; x = 2$
5	Отмечаем точки на числовой прямой	
6	Проверяем знак функции на каждом промежутке	$f'(x) < 0$ на $(-2; 2)$ $f'(x) > 0$ на $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
7	Делаем вывод	$x = \pm 2,$ где $x = -2 -$ точка минимума $x = 2 -$ точка максимума

Карточка-консультант

«Применение производной к исследованию функции»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Найти область определения и область значения функции	
2	Выясним, является ли функция f четной, нечетной или ни четной, ни нечетной, является ли периодической	
3	Найти точки пересечения графика с осями координат	
4	Найти производную функции	
5	Найти область определения производной функции	
6	Приравнять производную к нулю и найти значение функции в этой точке	
7	Заполнить таблицу	
8	Построить график	

Пример 7. Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x) = x^2 - 2x + 8$.

<table>
<tr><th>№ шага</th><th>Последовательность действий</th><th>Результат выполнения действий</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Найдем область определения и область значения функции</td><td>$D(f) = R$
$E(f) = [7; +\infty)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Выясним, является ли функция f четной, нечетной или ни четной, ни нечетной, является ли периодической</td><td>$f(x)$ — ни четная, ни нечетная</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Найдем точки пересечения графика с осями координат</td><td>$x^2 - 2x + 8 = 0$ — не имеет решений
$f(0) = 8$;</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Найдем производную функции</td><td>$f'(x) = 2x - 2 = 2(x - 1)$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Найдем область определения производной функции</td><td>$D\big(f'(x)\big) = R$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Приравняем производную к нулю и найдем значение функции в этой точке</td><td>$x = 1$
$f(1) = 7$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Заполним таблицу</td><td><table><tr><td>x</td><td>$(-\infty; 1)$</td><td>1</td><td>$(1; +\infty)$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td>Построим график</td><td></td></tr>
</table>

Карточка-консультант

«Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции»

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Найти производную функции	
2	Найти область определения производной функции	
3	Приравнять производную к нулю	
4	Выбрать точки которые входят в отрезок	
5	Найти значение функции в данных точках	
6	Выбрать наибольшее и наименьшее значение на отрезке	

Пример 8. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-1; 1]$.

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Найти производную функции	$f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x-2)(x+2)$
2	Найти область определения производной функции	$D(f'(x) = R$
3	Приравнять производную к нулю	$f'(x) = 0,$ при $x = 0; \pm 2$
4	Выбрать точки которые входят в отрезок $[-1; 1]$	$-1; 0; 1$
5	Найти значение функции в данных точках	$f(-1) = (-1)^4 - 8(-1)^2 - 9 = -16$ $f(0) = -9$ $f(1) = -16$
6	Выбрать наибольшее и наименьшее значение на отрезке $[-1; 1]$	$\max f(x) = f(0) = -9$ $\min f(x) = f(-1) = f(1) = -16$

Как видим, использование карточек-консультантов позволяет пошагово выполнять необходимые действия, что значительно облегчает учащимся классов гуманитарного профиля процесс понимания и запоминания нужных алгоритмов. Факультативный курс позволяет расширить и дополнить базовую математическую подготовку учащихся по теме «Производная». А также учит анализировать и корректировать собственную деятельность учащимся, которые не проявляют специального интереса и склонностям к занятиям математикой.

Список литературы

1. Андреенкова Н.Л. Обучение математике в классах гуманитарного профиля, Известия Волгоградского государственного технического университета: межвуз. сб. науч. ст. № 4 / ВолгГТУ. – Волгоград, 2006. – 136 с.

2. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Ч. II. Среднее (полное) общее образование. М-во образования Рос. Федерации.- М., 2012.

3. Хвостенко Е.Е. Методика обучения алгебре и началам анализа в 10-11 классах гуманитарного профиля с использованием компьютера. Дис. канд. пед. наук : 13.00.02 : Махачкала, 2000. - 176 с.