КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ОКОЛО ОТВЕРСТИЙ ПРИ ИЗГИБЕ ПЛАСТИНОК ПО НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Саркисян С.О., Фарманян А.Ж.

Гюмрийский государственный педагогический институт

Интерес к теории моментных напряжений значительно возрос за последнее время, и различные аспекты ее стали предметом изучения многих авторов [1, 2]. Согласно основной концепции теории моментных напряжений, учитывающей вращательное взаимодействие частиц твердого тела, при изучении напряженного состояния твердого деформируемого континуума необходимо наряду с обычными напряжениями (сила на единицу площади) вводить в рассмотрение и моментные напряжения (момент на единицу площади). Наличие последних предполагает несимметричность тензора напряжения и приводит к рассмотрению градиентов деформаций высоких порядков.

Особо важное значение имеют проблемы концентрации напряжений около отверстий и полостей в плоской задаче, а также при изгибе пластин с учетом несимметричности тензора напряжений.

Проблема расчета концентрации напряжений в пластинах по несимметричной теории упругости должна включать наряду с традиционными задачами определения полей напряжений возле отверстий и трещин вопросы построения общей прикладной теории тонких пластин по несимметричной теории упругости и решения соответствующих неклассических краевых задач.

В данной работе в рамках общей постановки краевой задачи изгиба тонких пластин по несимметричной теории упругости [3] изучаются вопросы концентрации напряжений возле кругового отверстия радиуса a в бесконечной пластине толщиной $2h$.

Задача в данном случае состоит [3] в нахождении решения системы уравнений равновесия

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(L_{11}-M_{12})}{\partial x}+\dfrac{\partial(L_{21}-M_{22})}{\partial y}-N_{23}=0, \quad \dfrac{\partial N_{13}}{\partial x}+\dfrac{\partial N_{23}}{\partial y}=0, \\ \dfrac{\partial(L_{12}-M_{11})}{\partial x}+\dfrac{\partial(L_{22}+M_{21})}{\partial y}+N_{13}=0, \quad \dfrac{\partial \Lambda_{13}}{\partial x}+\dfrac{\partial \Lambda_{23}}{\partial y}+M_{21}-M_{12}=0 \end{cases} \tag{1}$$

при соотношениях упругости

$$\begin{cases} N_{13}=(\mu+\alpha)2h\Gamma_{13}+(\mu-\alpha)2h\Gamma_{31}, \\ M_{11}=\dfrac{2Eh^3}{3(1-\upsilon^2)}(K_{11}+\upsilon K_{22}), \quad M_{12}=(\mu+\alpha)\dfrac{2h^3}{3}K_{12}+(\mu-\alpha)\dfrac{2h^3}{3}K_{21}, \\ L_{11}=\beta 2h(k_{11}+k_{22}+k_{33})+2\gamma 2hk_{11}, \quad L_{12}=(\gamma+\varepsilon)2hk_{12}+(\gamma-\varepsilon)2hk_{21}, \\ \Lambda_{13}=\dfrac{2h^3}{3}\dfrac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}k_{13}, \quad \mu=\dfrac{E}{2(1+\upsilon)} \quad (1\leftrightarrow 2) \end{cases} \tag{2}$$

и геометрических соотношениях

$$\begin{aligned} &\Gamma_{13}=\frac{\partial w}{\partial x}+\Omega_2, \quad \Gamma_{31}=\beta_1-\Omega_1, \quad K_{11}=\frac{\partial \beta_1}{\partial x}, \quad K_{12}=\frac{\partial \beta_2}{\partial x}-\Omega_3, \\ &k_{11}=\frac{\partial \Omega_1}{\partial x}, \quad k_{12}=\frac{\partial \Omega_2}{\partial x}, \quad k_{13}=\frac{\partial \Omega_3}{\partial x}, \quad k_{33}=\Omega_3 \qquad (1\leftrightarrow 2) \end{aligned} \tag{3}$$

На контуре отверстия отсутствуют усилия и моменты, а на бесконечности приложены моменты. Здесь w – перемещение точек срединной плоскости пластинки, Ω_1, Ω_2 – повороты этих же точек вокруг осей ox и oy соответственно, поворот вокруг оси oz пропорционален координате z, Ω_3 – коэффициент пропорциональности, N_{13}, M_{11}, M_{12}, L_{11}, L_{12}, Λ_{12} $(1\leftrightarrow 2)$ – усилия и моменты в сечениях пластинки.

Найдено общее решение уравнений (1) – (3), определены неизвестные постоянные и все необходимые силовые и геометрические величины, изучается их поведение на контуре отверстия.

Литература

1. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
2. Савин Г.Н. Основы плоской задачи моментной теории упругости. – Киев: Киевс. ун-т, 1965. – 162 с.
3. Саркисян С.О. Асимптотическая теория тонких пластин по несимметричной теории упругости // Соврем. проблемы концентрации напряжений: Тр. межд. науч. конф., Донецк, 21-25 июня 1998 г. – Донецк, 1998. – С. 219–223.