

ными параметрами задачи также позволяет использовать в ряде случаев более простые математические модели (односкоростные, одно- или двух-температурные, равновесные и т. д.), упрощать математическую постановку задачи. Установлено, что парогазокапельные системы с фазовыми превращениями имеют три независимых характерных времени, которые являются функциями массового содержания капель, концентрации пара, а также других теплофизических параметров аэрозоля.

Работа выполнена по гранту Президента Российской Федерации для молодых ученых-докторов наук № 96-15-96905, по гранту РФФИ № 97-02-16043 и в рамках ФЦП "Интеграция".

Литература

1. Lamb H. Hydrodynamics. – Dover Publ., 1945. – 738 p.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошной среды. – М.: Гостехиздат. 1954. – 795 с.
3. Рахматулин Х.М. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ. – 1956. – Т. 20. – № 2. – С. 184–196.
4. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
5. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
6. Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. Vol. 1. – Hemisphere. N.Y., 1990. – 505 p.
7. Радовский И.С. Скорость звука в двухфазных парожидкостных системах // Журнал ПМТФ. – 1970. – N 5. – С. 78–82.
8. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. – Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. – 153 с.

БОЛЬШИЕ ПРОГИБЫ КОНСОЛЬНОЙ ПОЛОСЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Гурьянова О.Н.

Казанский государственный университет

Рассматривается изгиб изотропной полосы, один конец которой жестко защемлен, а на другой действует краевой изгибающий момент. В результате нагружения полоса сворачивается в цилиндрическую оболочку. Предполагается, что напряжения обжатия пренебрежимо малы по сравнению с остальными.

Нагружение полосы осуществляется шагами до величины момента, обеспечивающей полное сворачивание полосы в оболочку. Приращение

нагрузки на каждом шаге достаточно мало, чтобы реализовывалась линейность задачи на итерации.

Разрешающее вариационное уравнение для (N+1)-го шага записывается в виде

$$\begin{aligned} \iiint_{V_N} \left[\tilde{\sigma}_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \sigma_{ij}^{(N)} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i^{(N)}} \frac{\partial \delta \tilde{v}}{\partial x_j^{(N)}} \right] dV^{(N)} = \iiint_{V_N} \Delta P \delta \tilde{v} dV^{(N)} + \\ + \left(\iint_{S_\sigma^N} \Delta T \delta \tilde{v} dS^{(N)} + \left(\iiint_{V_N} P \delta \tilde{v} dV^{(N)} + \iint_{S_\sigma^N} T \delta \tilde{v} dS^{(N)} - \iiint_{V_N} \sigma_{ij}^{(N)} \delta \varepsilon_{ij} dV^{(N)} \right) \right), \end{aligned}$$

где \tilde{v} – вектор перемещений из N-го состояния в (N+1)-е, P и T – векторы массовых и контурных усилий, $\sigma_{ij}^{(N)}$ – тензор напряжений Коши, отнесенный к декартовой системе координат $x_i^{(N)}$, $\tilde{\sigma}_{ij}$ – приращение второго тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа относительно той же системы координат, ε_{ij} – линейная деформация. Левая часть вариационного уравнения содержит линейные члены относительно приращений перемещений с приведенными коэффициентами, зависящими от предыдущего шага. Правая часть представляет собой приращение нагрузок на каждом шаге и добавочные нагрузочные слагаемые от предыдущего шага. При этом делается пересчет компонент напряженно-деформированного состояния относительно новой, связанной с деформированной поверхностью системы координат [1].

Задача решается методом конечных элементов. При решении используется изопараметрический двумерный 9-ти узловой конечный элемент. По длине полосы берется 20 элементов.

Задача, имеющая точное решение [2], используется в качестве тестовой для апробации приближенного метода.

Основным результатом является установление количества шагов нагружения полосы, при котором известная из точного решения нагрузка свернет полосу в оболочку. На рис. 1 приведена изогнутая поверхность полосы при 400-х итерациях. На рис. 2 – кривая зависимости "угла закрутки" ($0 \leq \alpha \leq 360^\circ$) от числа шагов нагружения. График получен при

следующих параметрах: длина полосы $l=200$ см, ширина $b=5$ см, толщина $h=0.5$ см, $E=3 \cdot 10^8$ кг/см², коэффициент Пуассона $\nu=0$.

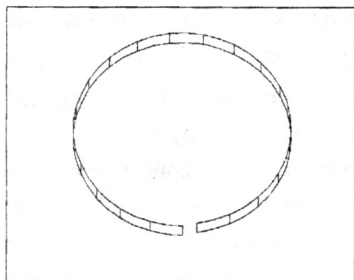


Рис. 1

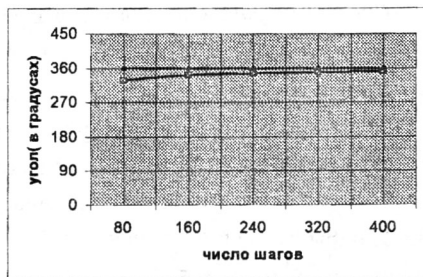


Рис. 2

Таким образом, при 80-ти шагах нагружения получаем погрешность 8.6%, при 160-ти – 5%, при 400-х – 2.2%.

Литература

1. Голованов А.И., Гурьянова О.Н. Исследование нелинейного деформирования слоистых оболочек произвольной геометрии МКЭ // Тр. XVIII Межд. конф. по теории оболочек и пластин. – Саратов, 1997. – Т. 1. – С. 44–48.
2. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник / Под ред. И.А.Биргера, Я.Г.Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – Т. 3. – 568 с.

НАХОЖДЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ОПЕРАТОРА

Дегтяренко Н.А., Зверович Э.И.

Белорусский Государственный Технологический Университет, г. Минск

Пусть K и K' – положительные числа. Обозначим через $sn(\cdot)$ эллиптическую функцию Якоби [1] с основными периодами $4K$ и $2iK'$. Рассмотрим однородное сингулярное интегральное уравнение

$$\varphi(t) - \frac{\lambda}{\pi i} \int_{-a}^a \frac{\varphi(\tau) d\tau}{sn(\tau-t)} = 0, \quad -a < t < a, \quad (1)$$

где $a \in (0, K)$. Так как функция $sn(\cdot)$ вещественная на вещественной оси и нечетная, то выполняется тождество