

5. Снеддон И. *Преобразование Фурье*. – М.: Изд-во иностранной лит-ры, 1995. – 667 с.

## ОБРАЗОВАНИЕ ВЕРХОВОДОК ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В НЕНАСЫЩЕННОМ СЛОИСТОМ ГРУНТЕ

А. Н. Николаев

*НИИММ Казанского государственного университета*

В работе рассматриваются плоские задачи установившегося нисходящего ненасыщенного потока жидкости через толщу слоистого грунта, исследуются условия появления насыщенных верховодок при наличии слабопроницаемых пропластков. Верховодкой называется насыщенная зона, возникающая на границе слоев и находящаяся в подвешенном состоянии внутри ненасыщенной области. В случае ее расположения на водоупоре назовем эту зону “языком” насыщения.

Грунт считается изотропным, недеформируемым, жидкость несжимаемой, давление газовой фазы в ненасыщенном грунте равно атмосферному.

Установившееся плоское движение в насыщенно-ненасыщенной среде при отсутствии внутренних источников и стоков описывается уравнением [2,4]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k(p) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k(p) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0, \quad p < 0,$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0, \quad p > 0,$$

где  $k(p)$  – коэффициент влагопроводности (тождественно равный коэффициенту фильтрации  $k_f$  в зоне полного насыщения),  $h = p + y$  – напор,  $p$  – давление, отрицательное в зоне неполного насыщения и положительное в насыщенной зоне (атмосферное давление считается равным нулю),  $x, y$  – декартовы координаты.

Не ограничивая общности, рассматриваем область фильтрации  $\Omega_m$  в виде прямоугольника  $ABCD$  (рис. 1). На рисунке участок  $BC$  является поверхностью земли, через которую происхо-

дид инфильтрация. Участок  $AB$  соответствует уровню грунтовых вод, где давление равно атмосферному, то есть нулю. Считается, что объем грунтовых вод настолько велик по сравнению с объемом инфильтрационного питания, что изменением грунтовых вод можно пренебречь. Слева область  $\Omega_m$  ограничиваем по линии тока  $AB$  (почти вертикальной) и считаем непроницаемой. Участок  $CD$  моделирует склон, куда выходит пропласток. Если на этой границе давление меньше атмосферного, то она является непроницаемой, если же на какой-либо части этой границы давление поднимается до атмосферного и выше, то через нее происходит просачивание жидкости в атмосферу.

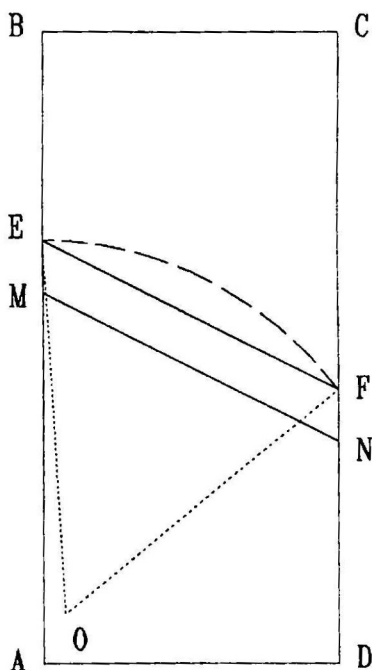


Рис. 1. Область фильтрации  $\Omega_m$

Итак, граничные условия имеют следующий вид:

$$\frac{\partial h}{\partial n} = \varepsilon_{нов} \text{ на } BC, h = y \text{ на } AD, \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \text{ на } AB \text{ и}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial n} = 0, & p < 0 \\ h = y, & p > 0 \end{cases} \text{ на } CD,$$

где  $\vec{n}$  – внешняя нормаль к области  $\Omega_m$ ,  $\varepsilon_{\text{ноэ}}$  – постоянная интенсивность инфильтрации.

Зависимость коэффициента влагопроводности от всасывающего давления задается следующей системой [1,3,4]

$$k(p) = \begin{cases} k_{\phi} \exp(3p/h_k), & p < 0 \\ k_{\phi}, & p > 0, \end{cases}$$

где  $h_k$  – максимальная высота капиллярного поднятия грунта.

Через  $k_{\phi_1}$  и  $h_{k_1}$  обозначим, соответственно, коэффициент фильтрации и максимальную высоту капиллярного поднятия основного грунта, а через  $k_{\phi_2}$  и  $h_{k_2}$  – соответствующие характеристики пропластка. Здесь  $T$  – мощность слоя грунта,  $L$  – ширина области  $\Omega_m$ ,  $t$  – мощность пропластка,  $|y_E|$  и  $|y_F|$  – глубина до верхней границы пропластка, соответственно, на левой и правой границах области  $\Omega_m$ . Для численного решения задачи используется метод конечных элементов.

**Результаты расчетов.** В расчетах принимаются следующие данные:  $|AD| = L = 0.4$ ,  $|AB| = T = 1.0$ ,  $|BE| = |y_E| = 0.4$ ,  $|CF| = |y_F| = 0.6$ ,  $|EM| = |FN| = t = 0.07$ ,  $k_{\phi_1} = 1.0$ ,  $h_{k_1} = 0.1$ . Область  $\Omega_m$  разбивается на 1600 конечных элементов. Метод решения позволяет рассматривать задачи с произвольной геометрией как области, так и слабопроницаемого пропластка. В данной статье исследуются случаи пропластка прямолинейной и криволинейной формы. В последнем случае границы пропластка могут быть как выпуклыми, так и вогнутыми. Через  $\alpha$  обозначим угол между осью  $Ox$  и прямой  $EF$ . В криволинейном случае граница пропластка является дугой окружности произвольного радиуса  $r$ , проходящей через точки  $E$  и  $F$  с центром в точке  $O$  (рис. 1). Варьировалось значение  $r$ . Случай  $r \rightarrow \infty$  соответствует прямолинейному пропластку.

В одномерной постановке, когда слои горизонтальные и прямолинейные (т.е. при  $y_E = y_F$  и  $r \rightarrow \infty$ ), численно решена задача фильтрации в трехслойном грунте при  $\varepsilon_{\text{ноэ}} = 0.1$  и  $T = 0.5$ . Рассматривались случаи сильно-слабо-сильно и слабо-сильно-слабо проводимой структуры строения грунта.

При слабом разрыве коэффициентов фильтрации на границе неоднородности течение во всей области остается ненасыщенным (например,  $k_{\phi_1}/k_{\phi_2} = 5$ ). Давление существенно увеличивается на верхней границе пропластка (сильно-слабая проводимость) и

уменьшается в пропластке до минимального значения на нижней границе. Вертикальные участки кривой совпадают с решением задачи невозмущенного течения с теми же значениями фильтрационных характеристик. Более сильный разрыв коэффициентов (например,  $k_{\phi_1}/k_{\phi_2} = 20$ ) приводит к возникновению висящей насыщенной зоны. В случае слабо-сильно-слабой структуры грунта давление вблизи верхней границы пропластка заметно уменьшается, затем растет до нижней границы пропластка. Следовательно, пропластки оказывают локальное воздействие на течение вблизи их местонахождения, то есть непосредственно в пропластке и на ограниченной высоте над ним.

Наклонные пропластки (рассматриваются только слабопроницаемые и  $|y_E| > |y_F|$ ) порождают более сложное, существенно двумерное, течение. Часть инфильтрующейся жидкости, как и в случае горизонтального пропластка, проходит через слабопроницаемый пропласток, а другая часть, отклоняясь от вертикали, стекает по нему, тем самым более насыщая грунт. В результате этого точка пересечения пропластка с границей склона является наиболее вероятной точкой возникновения насыщения. Когда давление в этой точке и в ее окрестности больше или равно атмосферному, появляется второй участок разгрузки с расходом  $Q_p$  и участком высачивания  $l_p$  в виде "родника".

Расчеты показывают, что появление "родника" зависит от  $\epsilon_{нов}$ ,  $k_{\phi_1}/k_{\phi_2}$ ,  $\alpha$  и от формы пропластка. Далее значения  $\alpha$  и  $\epsilon_{нов}$  фиксируются. При небольших значениях отношения  $k_{\phi_1}/k_{\phi_2}$  течение остается ненасыщенным (как и в случае горизонтального пропластка) в  $\Omega_m$ . Для больших значений  $k_{\phi_1}/k_{\phi_2}$  течение становится насыщенно-ненасыщенным. Для прямолинейного пропластка расчетные значения величины участка высачивания  $l_p = 0.0669$ , а расход  $Q_p = 0.0281$  (здесь  $k_{\phi_1}/k_{\phi_2} = 50$ ,  $y_E = -0.4$ ,  $y_F = -0.6$ ,  $\epsilon_{нов} = 0.02$ ). При этих же геометрических и фильтрационных параметрах проведены расчеты и для криволинейных пропластков.

Исследована зависимость величины участка высачивания "родника" от радиуса  $r$  дуги окружности. Интересно, что при одних и тех же значениях  $r$  в выпуклом случае величина участка высачивания получается больше, чем в случае вогнутого пропластка, а расход, наоборот, меньше.

В случае непроницаемого пропластка образуется "язык" насыщения при любом значении  $\epsilon_{нов}$ . Инфильтрационный поток пол-

ностью просачивается через участок высачивания в атмосферу.

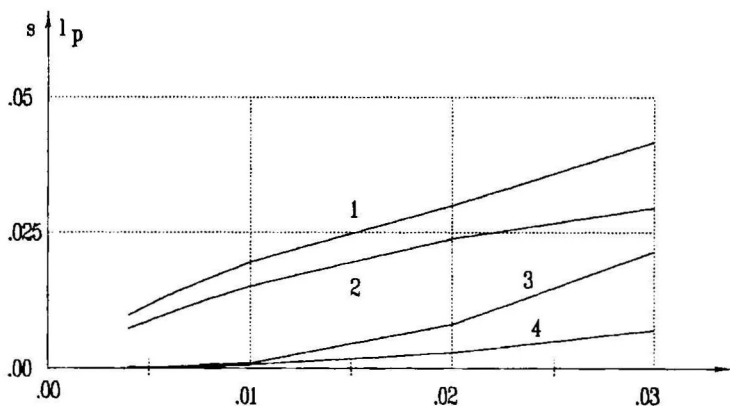


Рис. 2. Зависимости площади языка  $s$  и величины участка высачивания  $l_p$  от  $\epsilon_{нов}$  при  $\alpha = 10^\circ$  (соответственно, кривые 3 и 2) и при  $\alpha = 20^\circ$  (кривые 4 и 1)

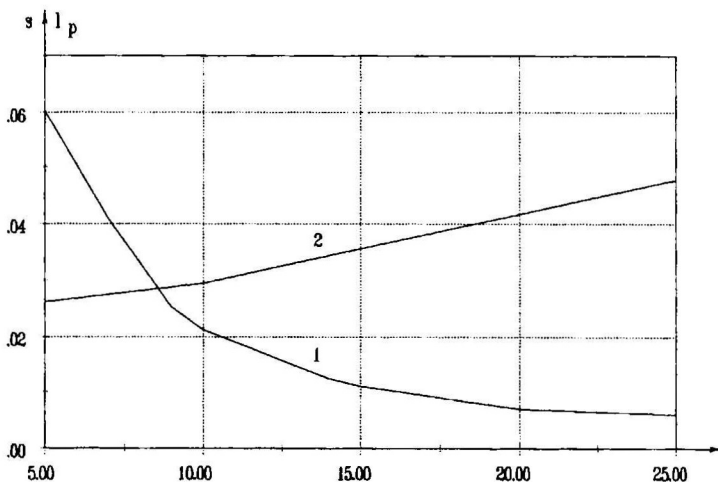


Рис. 3. Зависимость площади насыщенной зоны  $s$  – кривая 1 и величины участка высачивания  $l_p$  – кривая 2 от угла наклона пропластка  $\alpha$  при  $\epsilon_{нов} = 0.03$

На рис. 2 приведены кривые зависимости величины участка высачивания и площади "языка" от  $\epsilon_{\text{пов}}$  при  $\alpha = 10^\circ$  (соответственно, кривые 2 и 3) и при  $\alpha = 20^\circ$  (соответственно, кривые 1 и 4). При изменении угла наклона пропластка  $\alpha$  положение точки  $E$  фиксируется, а положение точки  $F$  меняется. При малых углах  $\alpha$  "язык" насыщения, расположенный на пропластке, имеет вытянутый вид. При увеличении  $\alpha$  длина его уменьшается (т.е. левая граница "языка" смещается вправо), а толщина увеличивается. Интересно, что при увеличении  $\alpha$  при постоянном расходе ( $\epsilon_{\text{пов}} = 0.03$ ) величина участка высачивания увеличивается, а площадь "языка" насыщения  $s$  уменьшается (рис. 3).

Итак, проведенные расчеты позволяют определить условия появления насыщенных верховодок при наличии слабопроницаемых пропластков, а также установить степень влияния фильтрационных и геометрических характеристик слоистого грунта на насыщенную зону.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аверьянов С.Ф. *Значимость водопроницаемости почвогрунтов от содержания в них воздуха* // Докл. АН СССР. – 1949. – Т.69. – N 2. – С. 141–144.
2. *Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации* – Л.: Гидрометеиздат, 1972. – 168 с.
4. Пашковский И.С. *Методы определения инфильтрационного питания по расчетам влагопереноса в зоне аэрации* – М.: Изд-во МГУ, 1973. – 119 с.
5. Чайлдс Э. *Физические основы гидрогеологии почв* – Л.: Гидрометеиздат, 1978. – 428 с.