

# ДОРОЖКА КАРМАНА С ПОЛЫМИ ВИХРЯМИ

В. В. Макаров

Чувашский государственный университет  
 mvv@chuvsu.ru

В работе А.Г.Терентьева [1] дано определение полых вихрей и рассмотрены возможные их равновесные состояния в потоке идеальной несжимаемой жидкости. Ниже рассматривается периодическое течение с полыми вихрями в постановке А.Г. Терентьева. Полые вихри расположены периодически в два ряда аналогично цепочкам вихрей Кармана [2].

Решение отыскивается в параметрическом виде путем конформного отображения области течения в физической плоскости  $z = x + iy$  (рис. 1) на бесконечнолистный прямоугольник с вершинами  $0, \pi, \pi + \pi i/2, \pi i/2$  вспомогательной плоскости  $\zeta = \xi + i\eta$  (рис. 2). При этом границы полых вихрей переходят на горизонтальные стороны прямоугольника, линии условного разреза – на вертикальные стороны, а критические точки  $A, A_1$  и бесконечно удаленные  $B, B_1$  лежат внутри параметрического прямоугольника.

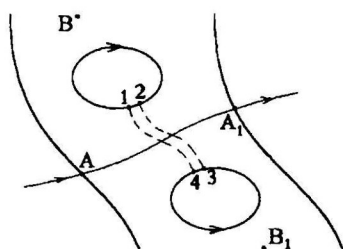


Рис. 1

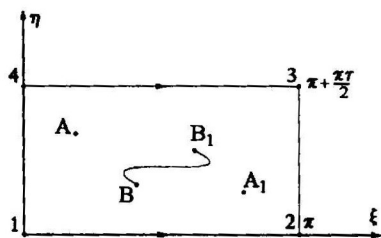


Рис. 2

Производная комплексного потенциала и комплексная скорость могут быть построены по нулям и особенностям через зета-функции [3]:

$$\frac{dW}{d\zeta} = W_{\zeta}(\zeta) = \frac{\vartheta_1(\zeta - a)\vartheta_1(\zeta - \bar{a})\vartheta_4(\zeta + a)\vartheta_4(\zeta + \bar{a})}{\vartheta_1(\zeta - b)\vartheta_1(\zeta - \bar{b})\vartheta_4(\zeta + b)\vartheta_4(\zeta + \bar{b})}, \quad (1)$$

$$\frac{dW}{dz} = W_z(\zeta) = \frac{\vartheta_1(\zeta - a)\vartheta_4(\zeta + a)}{\vartheta_1(\zeta - \bar{a})\vartheta_4(\zeta + \bar{a})}. \quad (2)$$

Из уравнения  $dz/d\zeta = W_\zeta(\zeta)/W_z(\zeta)$  определяется отображающая функция.

Решение (1) и (2) содержит пять неизвестных параметров: координаты критической точки  $a = a_1 + ia_2$ , координаты образа бесконечно удаленной точки  $b = b_1 + ib_2$  и отношение сторон прямоугольника  $t$ . Они могут быть найдены из двух скалярных уравнений для скорости на бесконечности ( $Re\{W_z(b)\} = V_\infty$ ,  $Im\{W_z(b)\} = 0$ ), двух уравнений для замкнутости каверн ( $x(\pi) - x(0) = 0$ ,  $y(\pi) - y(0) = 0$ ) и условия задания циркуляции скорости вдоль границы полого вихря ( $W_\zeta(\pi) - W_\zeta(0) = \Gamma$ ). Период течения определяется по формуле  $L = Re\{Res W_\zeta(b)\}/V_\infty$ .

Численный анализ показывает, что задача имеет два решения, которые соответствуют симметричному и шахматному расположению полых вихрей. На рис. 3-4 показана конфигурация каверн при  $\Gamma = 4$  для чисел кавитации 5, 10, 25, 100 и 1000 при различном расположении полых вихрей.

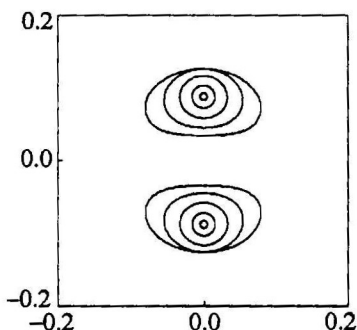


Рис. 3

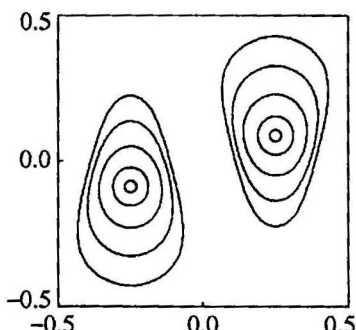


Рис. 4

## ЛИТЕРАТУРА

1. Терентьев А.Г. *Равновесные полые и точечные вихри в потоке жидкости*// Изв. НАНИ ЧР. - 1998. - N 5. - С. 66-84.
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. *Теоретическая гидромеханика*. - М.-Л., 1948. - Т. 1. - 535 с.
3. Уиттекер Э.Е., Ватсон Дж.Н. *Курс современного анализа*. - М.: ГИФМЛ, 1963. - Т. 2. - 515 с.