

АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ С КУСОЧНО- ПОСТОЯННЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ СКОРОСТИ

В. Г. Леонтьев, А. В. Поташев

*НИИММ Казанского государственного университета
andrey.potashov@ksu.ru*

При проектировании крыловых профилей одной из основных проблем является максимизация коэффициента подъемной силы $C_y = 2Y/(L\rho_\infty v_\infty^2)$, где Y – подъемная сила, L – характерный линейный размер, ρ_∞ и v_∞ – плотность и скорость жидкости на бесконечности. Известно (см., напр., [1, 2]), что в плоскопараллельном потоке идеальной несжимаемой жидкости, при условии расположения критических точек на контуре профиля, максимальное значение $C_y = 2$ достигается при обтекании круга с совпадающими точками разветвления и схода потока (в качестве L берется периметр контура профиля).

В настоящей работе рассмотрено три случая построения крыловых профилей с кусочно-постоянным распределением скорости на их контурах. Изучение таких “теоретических” профилей представляет интерес в связи с тем, что форму их контуров удается описать явными формулами. Тем самым появляется возможность исследования оптимальных с точки зрения аэродинамики форм.

Постановка задачи для первого случая состоит в следующем. Пусть искомый профиль обтекается установившимся потоком идеальной несжимаемой жидкости с заданной на бесконечности скоростью v_∞ , параллельной оси абсцисс. Требуется найти форму крылового профиля и коэффициент подъемной силы, если модули скорости на верхней и нижней поверхностях постоянны и равны v_1 и v_2 , соответственно ($v_1 > v_2$), а длина верхней части контура равна L . Кромки профиля являются особыми точками – точками разветвления и схода потока, в которых скорости теряют разрыв. В этих точках границы контура образуют логарифмические завитки конечной длины.

В силу симметрии исходных данных картина течения будет симметрична относительно оси ординат, поэтому достаточно рассмотреть ее левую половину G_z . Для решения задачи были построены области G_w и G_x , соответствующие области течения G_z

в плоскостях комплексного потенциала $w = \varphi + i\psi$ и функции

$$\chi = i \ln \left(\frac{1}{v_\infty} \frac{dw}{dz} \right) = \theta + i \ln \frac{v}{v_\infty}, \quad (1)$$

где v – модуль скорости, θ – ее аргумент.

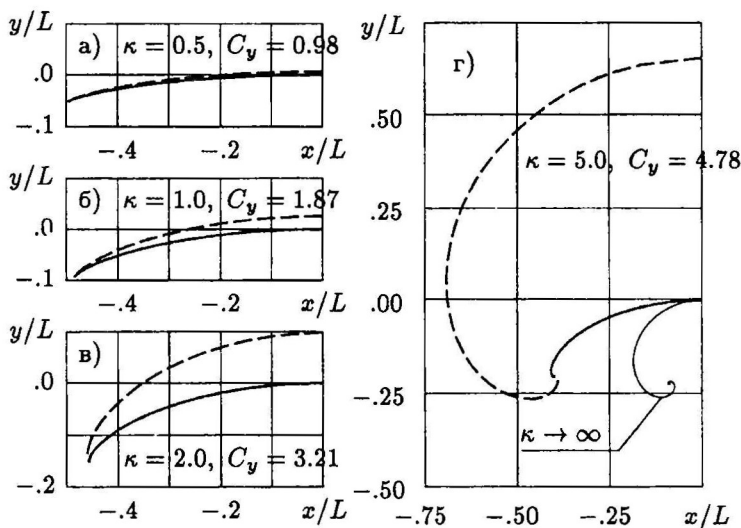


Рис. 1

В качестве канонической области выбрана верхняя полуплоскость G_ζ в плоскости вспомогательного переменного $\zeta = \xi + i\eta$ и построены конформные отображения $w = w(\zeta)$ и $\chi = \chi(\zeta)$ области G_ζ на области G_w и G_χ . Координаты искомого контура профиля, с учетом (1), определены по формуле

$$z(\zeta) = \frac{1}{v_\infty} \int_1^\zeta e^{i\chi(t)} w'(t) dt.$$

Из построенного решения видно, что для замкнутости контура профиля должно выполняться дополнительное условие. Значит, система уравнений для отыскания параметров становится переопределенной. Поэтому вместо двух скоростей v_1 и v_2 заданной можно считать лишь одну величину, за которую выбрана

$\kappa = \ln(v_1/v_2)$, являющаяся единственным безразмерным определяющим параметром задачи. Исследование коэффициента C_y для рассматриваемого класса профилей показало, что с ростом κ его величина растет и при $\kappa \rightarrow \infty$ стремится к предельному значению $C_{y \max} = 2e$.

Результаты расчетов формы профилей показали, что при любых числах $\kappa \neq 0$ области течения получаются неоднолиственными (рис. 1): нижние поверхности профилей, изображенные штриховыми линиями, располагаются выше верхних – сплошные линии. С ростом κ нижняя поверхность все сильнее “выпирает” вверх и при $\kappa \rightarrow \infty$ уходит в бесконечность. Верхняя поверхность при этом стремится к предельной, показанной на рис. 1, г тонкой линией. Таким образом, в силу неоднолиственности получающихся областей течения реализовать профили, соответствующие первому случаю, физически невозможно.

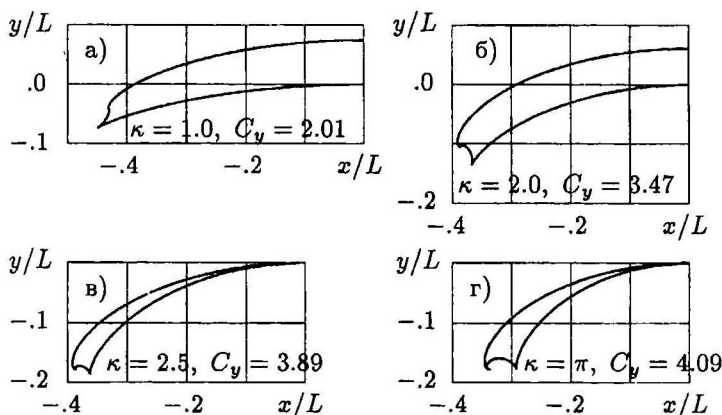


Рис. 2

Во втором случае для получения однолистного решения постановка задачи была изменена: точка скачка скорости была передвинута на верхнюю часть контура профиля. При этом кромки стали точками возврата контура профиля, а завитки логарифмических спиралей переместились на верхнюю поверхность. Решение такой задачи зависит уже от двух безразмерных параметров. Кроме величины κ появляется параметр λ , задающий положение точки скачка скорости.

Решение задачи строится аналогично первому случаю. Анализ системы уравнений для нахождения неизвестных параметров показал, что для ее решения удобнее использовать полуобратную постановку, задавая вместо λ координату p точки скачка скоростей во вспомогательной плоскости ζ . В этом случае сравнительно просто удается найти область допустимых значений параметров κ и λ , соответствующих профилям с однолистной областью течения, и построить профили, обладающие максимальным значением C_y при заданном значении κ (рис. 2, а-в). Абсолютный максимум C_y достигается при $\kappa = \pi$ (рис. 2, г). Таким образом, в данном классе профилей удается получить однолистные решения.

Рассмотренная во втором случае задача позволяет получить однолистное решение, однако профили имеют логарифмические особенности – завитки в точках скачка скоростей, которые физически реализовать невозможно. Поэтому был рассмотрен еще третий случай, в котором вместо этой особенности использованы полубесконечные кольцевые каналы с расходами q одинаковой величины, но с разными знаками. Таким образом, слева жидкость вытекает из профиля, а справа – затекает в него. Такая модель отбора была применена в работе [3].

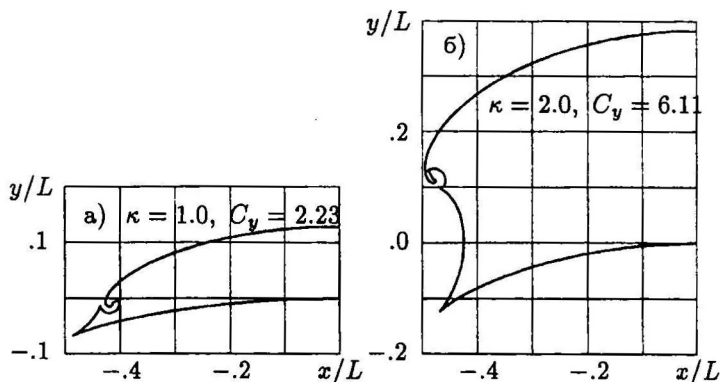


Рис. 3

Решение задачи аналогично решениям для предыдущих случаев, причем для его построения также использована полуобратная постановка. Построены области допустимых значений параметров p и a (a – образ передней кромки профиля в плоскости

G_c), соответствующие однолиственным течениям при заданных значениях κ . В этих областях найдены точки, дающие максимальную величину C_v , и построены соответствующие профили (рис. 3).

Таким образом, получено трехпараметрическое семейство симметричных крыловых профилей с кусочно-постоянным распределением скорости на их контурах, описываемых явными формулами. Построена область допустимых значений параметров, обеспечивающих физическую реализуемость течения. Указаны профили с максимальным коэффициентом подъемной силы при заданных ограничениях на определяющие параметры.

Авторы благодарят Г. Ю. Степанова и Н. Б. Ильинского за предложенную тематику исследований и полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 99-01-00365).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Методы теории функций комплексного переменного*. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
2. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
3. Абзалилов Д.Ф., Ильинский Н.Б., Степанов Г.Ю. *Построение крылового профиля с отбором внешнего потока // Изв. РАН. МЖГ*. – 1996. – N 6. – С. 23–28.

РАЗДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ В ЗАДАЧАХ НЕРАВНОВЕСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Ю. М. Молокович, А. С. Шкуро

Казанский государственный университет

Предлагается использовать метод разделения времени по процессам в задачах неравновесной фильтрации всякий раз, когда неравновесный процесс, связанный с релаксацией или в законе фильтрации, или в поведении количества жидкости в элементарном объеме, или с фильтрацией жидкости в трещиновато-пористых пластах, протекает значительно быстрее, нежели нестационарный процесс в целом. Тогда, согласно этому методу, можно