

ДИСПЕРСИЯ, ФИЛЬТРАЦИЯ И ХИМИЧЕСКИЕ РЕАКЦИИ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

М.Г. Храмченков

*НИИММ Казанского государственного университета
Maxim. Khranchenkov @ ksu.ru*

В последнее время в связи с проблемами загрязнения подземных вод возрос интерес к некоторым аспектам протекания химических реакций в фильтрующемся подземном растворе. В данной работе рассматривается взаимосвязь дисперсии, т.е. рассеяния первичного пятна примесей, в подземных водах и химических реакций, протекающих в подземном растворе. Для определенности речь пойдет только о гомогенных химических реакциях.

Известно, что дисперсию при фильтрации растворов рассматривают в рамках какой-либо из моделей, отражающих (более или менее удачно) физику перемешивания в пористой среде [1]. Так, одной из наиболее простых является модель ячеек идеального перемешивания, когда пористая среда представляет собой отдельные ячейки, соединенные друг с другом узкими проходами. В каждую ячейку вливается несколько потоков с разных сторон и с разной скоростью. Считается, что жидкость в пределах одной ячейки хорошо перемешана, и концентрация введенного вещества по всей ячейке постоянна.

Под дисперсией мы будем понимать интегральный эффект размазывания первичного импульса, в который вносят вклад как особенности течения, так и химический фактор. Рассмотрим случай, когда пористая среда моделируется цепочкой последовательно расположенных ячеек. Через всю последовательность ячеек проходит объемный поток жидкости q (здесь и далее сохранены обозначения работы [1]).

Если обозначить объем одной ячейки V , а ее протяженность – l , то средняя скорость течения равна

$$u = ql / V. \quad (1)$$

Химический фактор проанализируем на наиболее простом примере – необратимой реакции первого порядка со скоростью ξ [2]:

$$\xi = kc, \quad (2)$$

где k – константа скорости реакции, c – концентрация реагента.

Для того, чтобы получить коэффициент дисперсии, рассмотрим случай, когда в поток, втекающий в первую ячейку, введено некоторое количество реагента (дельтаобразный вброс). Уравнение для баланса реагента в ячейке имеет вид

$$V \frac{dc}{dt} = -qc - kc = -(q+k)c. \quad (3)$$

Поскольку каждая из частиц в ячейке со временем либо покидает ее, либо распадается, то вероятность выхода частицы из ячейки равна $(q+k)/V$. Поскольку доля частиц, способных выйти из ячейки, уменьшается со временем по экспоненциальному закону (это следует из решения уравнения (3)), то функция распределения для времени пребывания частицы в каждой ячейке принимает вид

$$f(t) = \frac{q+k}{V} \exp\left[-\frac{q+k}{V}t\right]. \quad (4)$$

Это позволяет найти среднее время пребывания частицы в ячейке \bar{t} и среднее квадратичное отклонение σ^2 . Воспользуемся для этой цели преобразованием Лапласа

$$\tilde{f}(r) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-rt} dt. \quad (5)$$

Тогда

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} tf(t)dt = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\tilde{f}}{dr} = \frac{Vq}{(q+k)}, \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \overline{(t-\bar{t})^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 \tilde{f}}{dr^2} - \left[\frac{d\tilde{f}}{dr} \right]^2 \right\} = \frac{V^2}{(q+k)^2}. \quad (6')$$

Поскольку распределение f в каждой ячейке одинаково, то полное время прохождения через n ячеек является суммой n независимых случайных величин. В соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей распределение времени прохождения всей цепи T при увеличении n будет стремиться к нормальному закону со средним и дисперсией, равными соответственно

$$\bar{T} = n\bar{t} = \frac{nV}{(q+k)}, \quad \overline{(T-\bar{T})^2} = n\sigma^2 = \frac{nV^2}{(q+k)^2}. \quad (7)$$

Это значит, что концентрация реагента в потоке, вытекающем из последней n -й ячейки, меняется по закону

$$c(n, T) = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi n\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(T-\bar{T})^2}{2n\sigma^2}\right]. \quad (8)$$

Величина c_0 есть начальное значение концентрации в первой ячейке. При обычной диффузии вещества в одномерном потоке расплывание

импульса также определяется нормальным законом. Спустя время T , на расстоянии L от точки ввода значение концентрации примеси задается выражением

$$c(L, T) = \frac{m/V}{\sqrt{4\pi DT}} \exp\left[-\frac{(L-uT)^2}{4DT}\right], \quad (9)$$

где $m=MI$, M – масса введенной примеси.

Если расстояние выбрано достаточно большим ($L \gg D/u$), то наиболее существенная зависимость от времени определяется числителем показателя экспоненты в (9) [1]. Во всех остальных членах (9) T можно заменить на L/u [1]. В итоге будем иметь

$$c(L, T) = \frac{m/V}{\sqrt{4\pi D \frac{L}{u}}} \exp\left[-\frac{\left(T - \frac{L}{u}\right)^2}{4D \frac{L}{u^3}}\right]. \quad (10)$$

В (8) – (10) множитель $\exp(-kt)$, описывающий вклад источника, опущен.

Сравнивая (8) и (10) и используя (7), можно получить при $L=nl$

$$D = \frac{uL}{2} \frac{q^2}{(q+k)^2} = D_0 \frac{q^2}{(q+k)^2}, D_0 = \frac{ul}{2}. \quad (11)$$

Как можно увидеть из (11), коэффициент дисперсии для случая химически реагирующих компонентов отличается от D_0 множителем $\left[1 + (k/q)\right]^2$. Физически этот эффект означает ослабление дисперсии (размазывания) при действии дополнительного фактора – химического взаимодействия в пористой среде. Этот факт хорошо согласуется с многочисленными наблюдениями экспериментаторов, сообщающих о “затрудненной смешиваемости” химически взаимодействующих жидкостей в пористых средах.

Вполне естественным выглядит и другое следствие (11) – если увеличивать объемный расход q , то мы приходим к ситуации, когда вкладом от химического фактора можно пренебречь, поскольку число распадов за время транзита станет малым по сравнению с общим расходом частиц за счет течения.

Необходимо заметить также, что если мы рассматриваем реакцию радиоактивного распада и следим за общим балансом частиц, то в модель и в итоговые соотношения k войдет со знаком «-». Это отвечает случаю возрастания дисперсии за счет образования частиц при распаде. Последний вывод может оказаться важным для радиоэкологии, например, для задач подземного захоронения жидких радиоактивных загрязнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чизмаджев Ю.А., Маркин В.С., Тарасевич М.Р., Чирков Ю.Г. *Макрокинетика процессов в пористых средах (Топливные элементы)*. – М.: Наука, 1971. – 364 с.
2. Астарита Дж. *Массопередача с химической реакцией*. – Л.: Химия, 1971. – 224 с.

О ГИДРОДИНАМИКЕ ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИИ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОСАДКА

Ф.Г.Ахмадиев, Р.И.Ибяттов

*Казанская государственная архитектурно-строительная
академия*

Akhmadiev@ksaba.kcn.ru

При работе фильтровальных аппаратов разделяемая суспензия контактирует с проницаемой поверхностью. Жидкая фаза под действием градиента давления или массовых сил просачивается через пористые перегородки, а твердые частицы, задерживаясь на наружной поверхности, образуют слой осадка. Осадок представляет собой поток частиц в состоянии достаточно плотной упаковки, способный образовывать твердообразные структуры, разрушающиеся при увеличении интенсивности деформации. Реологической моделью таких сред могут служить неньютоновские жидкости с вязкопластическим поведением. Таким образом, возникает проблема математического моделирования разделения суспензии с образованием осадка, с учетом фильтрации жидкости и реологического состояния осадка. В данной работе указанная задача решается на примере разделения суспензии на фильтрующей центрифуге, рабочим элементом которого является вращающийся проницаемый конус. Предложенный подход также может быть использован для моделирования работ ленточного и барабанного вакуум-фильтров.

Предположим, что осадок скользит по образующей ротора и непрерывно выносится из зоны разделения. По поверхности движущегося осадка течет и фильтруется разделяемая суспензия. Для описания течения суспензии по поверхности осадка можно