ОБ ОДНОЙ ОЦЕНКЕ ЗАВИХРЁННОСТИ, ГЕНЕРИРУЕМОЙ ПРОНИЦАЕМОЙ СТЕНКОЙ

Ф.Р. Гайнуллин, В.Л. Федяев

Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, г. Казань
ilgamov@sci.kcn.ru

Рассматриваются нестационарное и стационарное течения идеальной несжимаемой жидкости в канале, содержащем тонкую проницаемую стенку. Предполагается, что перед стенкой движение жидкости потенциальное, за ней - вихревое. В *нестационарном* случае дополнительно считается, что в начальный момент времени жидкость покоится. При условии квазистационарности течения в начале разгона давления p^- и p^+ по разные стороны стенки находятся с помощью интеграла Бернулли:

$$p = p_0 - \rho v^2/2.$$

При этом

$$\Delta p = p^+ - p^- = \xi \rho w^2. \qquad (1)$$

Здесь ξ - коэффициент сопротивления, w - скорость протекания, ρ - плотность жидкости. Полагаем, кроме того, что за стенкой касательная составляющая скорости мала, а перед ней

$$\frac{du}{d\tau} = \kappa w, \qquad (2)$$

где τ, u - касательные координата и скорость жидкости, $\kappa = s^*/\Delta n$, $s^* = s_1/s_0$, s_1 - площадь отверстий, s_0 - площадь скелета стенки, Δn - характерное расстояние по нормали.

Считая далее, что κ, ξ, $\Delta p_0 = p_0^+ - p_0^-$ - постоянные (средние величины), из (1) и (2) найдём

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{2}{\rho}\left(\Delta p_0 - \frac{\zeta \rho w^2}{2}\right)\right)^{\frac{1}{2}} = kw. \qquad (3)$$

Отсюда с учётом оценок Δn и Δp_0 для скорости протекания и завихрённости на стенке получим

$$w = \eta \cos\tau^*, \ \omega = \chi \sin\tau^*,$$

где $\tau^* = \pi\alpha\tau/\ell$, $\chi = \pi\alpha\varsigma^* \ell^* v/\ell$, $\ell^* = \ell_0/\ell$, $\alpha = s^*/\ln\varepsilon$, $\zeta^* = \sqrt{\zeta_0/\zeta}$, $\eta = \xi^* \ell^* v$, ℓ – длина стенки, ℓ_0 - её проекция, ζ_0 - среднее значение коэффициента сопротивления, v - скорость жидкости на входе в канал, ε- параметр, характеризующий затухание возмущений скорости перед стенкой.

В *стационарном* случае за стенкой давление p^- оценивается по формуле

$$p^- = p_0^+ - \rho(\frac{v}{2} + w\varphi), \tag{4}$$

где φ - функция тока.При условии, что

$$\Delta p = \rho\xi w, \tag{5}$$

для отыскания w получается уравнение

$$\frac{dw}{d\tau}\int_0^\tau w d\tau - \xi w = \frac{u^2}{2}. \tag{6}$$

Отсюда после ряда упрощений для оценки скорости протекания найдем выражение

$$w = \gamma\,\theta + \delta\,\theta^\sigma, \tag{7}$$

где $\theta = \tau/a$, a - координата одной из кромок стенки, $\sigma = 0.5\,\zeta_0$, $\gamma = \beta\ a^2\ /q\ (1\ -\ \sigma)$, $\delta = (1+\ \sigma)(q/a\ -\ 0.5)$, β - параметр, характеризующий касательную скорость жидкости перед стенкой, определяемый из задачи обтекания непроницаемой стенки, q - расход жидкости через стенку:

$$q = \frac{\varepsilon Q}{(1+\varepsilon)},$$

Q - расход жидкости,

$$\varepsilon = (4{s_2}^2 + s_1 s_2 + s_1 s - 2s(1-\sigma)\sin^2\varphi)/8 s_1 s_2.$$

Здесь s - площадь сечения канала на выходе, s_1, s_2 – площади, соответствующие отверстию и стенке, φ - угол наклона к оси канала. Из (7) следует

$$\omega = \frac{1}{a}(\gamma + \delta\sigma\theta^{\sigma-1}).$$

Полученные оценки скорости протекания и завихрённости могут быть использованы далее как начальные приближения при численных расчётах рассматриваемых потоков.