# ПОСТРОЕНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОГО БЕЗОТРЫВНО ОБТЕКАЕМОГО КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ С ОТБОРОМ И ВЫДУВОМ

**С.Е. Белоусов, Н.Б. Ильинский**

*НИИММ Казанского государственного университета*
*Sergey.Belousov@ksu.ru, Nikolay.Ilinskiy@ksu.ru*

Проектирование крыловых профилей, обладающих улучшенными аэродинамическими характеристиками, является предметом особого интереса исследователей. Одной из важнейших характеристик крылового профиля является величина подъемной силы, которая, как известно, пропорциональна возникающей циркуляции скорости при обтекании этого профиля набегающим потоком. Во вступительном слове на открытии Международного симпозиума IUTAM, посвящённого проблемам движения тел в воде с большими скоростями, Л. И. Седов [1] сформулировал основной путь их решения так: «Кардинальное разрешение проблемы скоростного движения тел в воде связано с решением гидродинамических задач, состоящих в реализации принципиально новых схем обтекания тел и в применении новых движительных систем <...>. Реализация того или иного глобального режима обтекания связана с рядом дополнительных воздействий на обтекающую жидкость, например, с помощью выбора подходящих обводов тел и регулирования таким путём явления срыва потока с поверхности тела <...>». В дозвуковой авиации одним из путей реализации идеи Л. И. Седова может служить, по мнению Г. Ю. Степанова [2], комплекс крыло-движитель, когда безотрывность обтекания тела с большим значением коэффициента подъемной силы достигается отбором внешнего потока с верхней кормовой части тела и выбросом струи через воздушно–реактивные двигатели. Сам Г. Ю. Степанов в упомянутой работе решил задачу построения такого тела в симметричном случае. В настоящей работе дается обобщение этой задачи на случай построения несимметричного безотрывно обтекаемого крылового профиля с отбором внешнего потока и выбросом струи в кормовой части.

**Постановка задачи.** Приведем обобщение на несимметричный случай постановки задачи Г. Ю. Степанова [2]. В физической плоскости $z = x + iy$ искомый профиль ABCDEFG обтекается плоскопараллельным безвихревым потоком идеальной несжимаемой жидкости с заданной на бесконечности скоростью $V_\infty$ набегающего потока и углом атаки $\alpha$ (рис. 1).

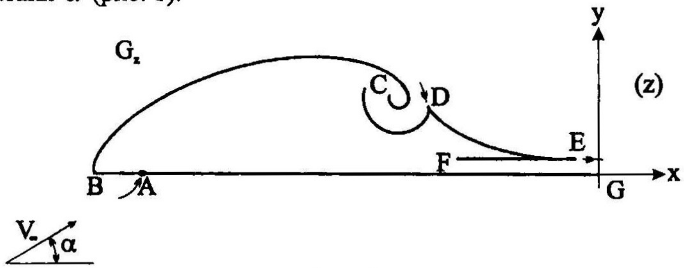


Рис. 1

Часть профиля образована прямолинейным отрезком GB длины $L$, содержащим точку торможения $A$. За точкой $B$ скорость на контуре тела постоянна, $V = V_+ = \mathrm{const} > V_\infty$. Часть внешнего потока с расходом $q_c$ входит в кольцевой канал DC, переходящий асимптотически в канал с постоянными радиусами $r_+$ и $r_-$ кривизны и шириной $b = r_- - r_+$. На внешней стороне DC канала и на кормовой оконечности DE тела скорость $V = V_- = \mathrm{const} < V_\infty$. Теоретически полубесконечный канал выдува в кормовой части профиля образован двумя прямыми FE и FG, аргумент скорости на которых равен $\delta$. Из этого канала жидкость вытекает с расходом $q_f$. Поставленная задача при заданных скоростях $V_\infty$, $V_+$, $V_-$, угле $\delta$ и расходах $q_c$, $q_f$ есть обратная краевая задача гидродинамики, решаемая для плоскопараллельного движения в терминах теории функций комплексного переменного.

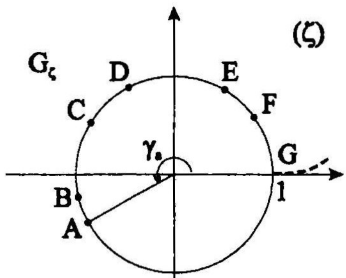


Рис. 2

**Решение.** Рассмотрим внешность единичного круга $|\zeta| > 1$ во вспомогательной плоскости $\zeta = \xi + i\eta$ (рис. 2). Течению в физической плоскости $z$ соответствует обтекание единичного круга со стоком и источником в точках C и F интенсивности $q_c$ и $q_f$ плоскопараллельным потоком идеальной несжимаемой жидкости с модулем $u_\infty$ и аргументом $\beta$ скорости набегающего потока. Соответствующие точки в плоскостях $z$ и $\zeta$ обозначены одинаковыми буквами. Для конформного взаимно однозначного отображения областей $G_z$ и $G_\zeta$ предполагается соответствие бесконечно удаленных точек плоскостей $z$ и $\zeta$ и переход точки $z=0$ в точку $\zeta=1$. Воспользовавшись методом особенностей, производную комплексного потенциала $dw/d\zeta$ нетрудно записать в виде

$$dw/d\zeta = u_\infty e^{-i\beta}\frac{(\zeta-\zeta_a)(\zeta-\zeta_d)(\zeta-\zeta_e)\zeta}{(\zeta-\zeta_c)(\zeta-\zeta_f)\zeta^2} \tag{1}$$

где комплексные числа $\zeta_a = e^{i\gamma_a}$, $\zeta_d = e^{i\gamma_d}$, $\zeta_e = e^{i\gamma_e}$, $\zeta_c = e^{i\gamma_c}$ и $\zeta_f = e^{i\gamma_f}$ – координаты точек $A$, $D$, $E$, $C$ и $F$ на окружности $|\zeta|=1$. Полагая в (1) $\zeta = e^{i\gamma}$, найдем угол $\beta = (\gamma_a+\gamma_d+\gamma_e-\gamma_c-\gamma_f-\pi)/2$ и распределение скорости $u(\gamma)=dw/d\gamma$ на границе области $G_\zeta$:

$$u(\gamma) = -4u_\infty \sin\frac{\gamma-\gamma_a}{2}\sin\frac{\gamma-\gamma_d}{2}\sin\frac{\gamma-\gamma_e}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\sin^{-1}\frac{\gamma-\gamma_c}{2}\sin^{-1}\frac{\gamma-\gamma_f}{2}.$$

Далее перейдем от области $G_\zeta$ к верхней полуплоскости $G_t$ в плоскости $t=\tau+i\nu$ по формуле

$$t = ih\left(\zeta+e^{-i\mu}\right)/\left(\zeta-e^{-i\mu}\right), \tag{2}$$

где $h=\mathrm{tg}(\gamma_b-\gamma_e)/4$, $\mu=-(\gamma_b+\gamma_e)/2$. При этом точкам $\zeta_e$ и $\zeta_b$ соответствуют точки $t=-1$ и $t=1$ вещественной оси. Рассмотрим аналитическую в области $G_t$ функцию

$$\omega(t) = i\ln\left(\frac{1}{V_-}\frac{dw}{dz}\right) = \theta + i\ln\left|V/V_-\right| = \theta + i\vartheta. \tag{3}$$

Эта функция ограничена в точках $t=\pm1$. На отрезке $\tau\in[-1,1]$ известна $\mathrm{Re}\,\omega=\theta(\tau)$, а при $|\tau|\ge1$ – $\mathrm{Im}\,\omega=\vartheta(\tau)$. Решив смешанную краевую задачу в полуплоскости $\mathrm{Im}\,t>0$, найдем $\omega(t)$. Единственное условие разрешимости этой задачи определяет $\theta(\infty)$. Воспользовавшись (2), будем иметь $\omega[t(\zeta)]$. Тогда, учитывая (3), искомую отображающую функцию запишем в виде

$$z(\zeta) = \frac{1}{V_-}\int_0^\zeta \exp\{i\omega[t(\zeta)]\}\frac{dw}{d\zeta}d\zeta. \tag{4}$$

Положив в (4) $\zeta=e^{i\gamma}$, получим параметрические уравнения искомого контура

$$z = -\frac{1}{V_-}\int_0^\gamma \exp\left\{i\omega\left[h\,\mathrm{ctg}\frac{\gamma+\mu}{2}\right]\right\}u(\gamma)\,d\gamma.$$

**Условия замкнутости.** Замкнутость искомого контура гарантируется равенством нулю вычета подынтегрального выражения из (4) в точке $\zeta=\infty$. Разложив в ряд по степеням $\zeta$ функции $\omega[t(\zeta)]$ и $w'(\zeta)$ в окрестности $\zeta=\infty$, найдем коэффициент $c_{-1}$ разложения $dz/d\zeta$ в ряд Лорана и приравняв его нулю, запишем условие замкнутости в виде

$$\left[ia_1-\left(\zeta_a+\zeta_d+\zeta_e+\zeta_g-\zeta_c-\zeta_f\right)\right]=0,\; a_1=2ih\,e^{-i\mu}\,\omega'(\infty).$$

**Примеры расчета.** При выполнении числовых расчетов использовался полуобратный подход, то есть параметры $\gamma_a$, $\gamma_b$, $\gamma_c$, $\gamma_d$, $\gamma_e$, $\gamma_f$, $\delta$ и $u_\infty$ задавались, а величины $\alpha$, $V_\infty$, $\beta$, $q_c$, $q_f$, $L$ отыскивались в процессе решения. Построенные контуры профилей изображены на рис. 3.

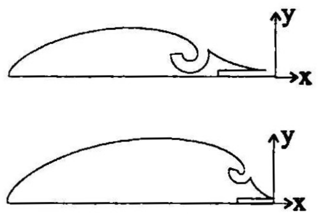

Рис. 3

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 99-01-00369).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Неустановившиеся течения воды с большими скоростями.* Труды Международного симпозиума в Ленинграде, 22-26 июня 1971 г. Под редакцией Л. И. Седова и Г. Ю. Степанова. – М.: Наука, Физматлит. – 1973.

2. Степанов Г. Ю. *Построение безотрывно обтекаемых тел в комплексе с движителем.* Доклад на симпозиуме, посвящённом 90-летию Л. И. Седова, Москва, 1997.