ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГИДРОПРОВОДНОСТИ РАЗРАБАТЫВАЕМЫХ ЗАЛЕЖЕЙ НЕФТИ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ

В. Я. Булыгин, Д. В. Булыгин, Н. В. Тузова

НИИММ Казанского государственного университета

В сообщении рассматривается моделирование существующего объекта, на котором можно производить измерения. Формулируются возникающие в связи с этим краевые задачи. В качестве объекта моделирования использована залежь нефти. Такое моделирование будем называть конкретным. Наличие объекта дает возможность по-новому подойти к вопросу формирования параметров, их структуры и величины. Этим центр тяжести задачи сдвигается в сторону построения концепции или абстрактной модели. Внимание переносится к уровню, на котором происходит осмысление проблемы, выделение ведущих параметров процессов и системы, представление задачи в наиболее полном и экономичном виде.

Система уравнений для двухжидкостной среды записывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\tilde{k}_x k_i^*}{\mu_i}\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tilde{k}_y k_i^*}{\mu_i}\frac{\partial P}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\tilde{k}_z k_i^*}{\mu_i}\frac{\partial P}{\partial z}\right)=S_i B_i\frac{\partial P}{\partial t}+m_i\frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad (1)$$

где $\tilde{k}_x, \tilde{k}_y, \tilde{k}_z$ - компоненты тензора проницаемости, k_i^* - относительная проницаемость для фазы, P – давление, S – насыщенность, B_i – упругоемкость, m_i – пористость, i – номер фазы. Ввиду того, что параметры могут быть определены только в скважинах и разброс параметров по простиранию значителен, а толщина пласта намного меньше расстояния между скважинами, целесообразно осреднять параметры по толщине пласта. Тогда для изотропного пласта уравнения будут следующими:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\tilde{k}\ k_i^* H}{\mu_i}\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tilde{k}\ k_i^* H}{\mu_i}\frac{\partial P}{\partial y}\right)-N_i=S_i H B_i\frac{\partial P}{\partial t}+m_i H\frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad (2)$$

здесь N_i – потеря жидкости через кровлю и подошву пласта, H – толщина. Введем новый комплексированный параметр $\sigma_i = \tilde{k} k_i^* H/\mu_i$, тогда получим

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma_i \frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma_i \frac{\partial P}{\partial y}\right)-N_i = S_i H B_i \frac{\partial P}{\partial t}+m_i H \frac{\partial S_i}{\partial t}. \qquad (3)$$

Для расчетов удобно представить систему уравнений (3) в расщепленном по физическим параметрам виде (см. [1]). Для этого воспользуемся тем, что $S_н + S_в = 1$ (i=н – нефтенасыщенность, i=в – водонасыщенность), и обозначим $\sigma_н + \sigma_в = \sigma$, $N_н + N_в = N$, $\sigma_в/\sigma = f$; тогда, сложив уравнения, получим

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma \frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma \frac{\partial P}{\partial y}\right)-N = HB\frac{\partial P}{\partial t},\\ &\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma f \frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma f \frac{\partial P}{\partial y}\right)-N_в = S_в HB \frac{\partial P}{\partial t}+m\ H\frac{\partial S_i}{\partial t},\end{aligned} \qquad (4)$$

где $B = B_н S_н + B_в S_в$; N, $N_в$ – плотности отбора жидкости и воды. Для системы уравнений (4) формулируются краевые задачи. Первое уравнение дает возможность рассчитать давление, а второе – значение водонасыщенности. Для решения этих краевых задач используются конечно-разностные методы.

В системе уравнений (4) параметры системы σ и f комплексированы, уравнения обладают жесткой связью размерных величин. Это дает возможность использовать уравнения (4) для идентификации параметров системы.

Будем идентифицировать параметр σ на базе первого уравнения системы (4). Для этого формулируется обратная (коэффициентная) задача. Используем постановку задачи, изложенную в работах [2] и [3]: определить величину σ, которая соответствует минимуму функционала

$$I(\sigma) = \sum_{j=1}^{n} \int_{t_0}^{T} (q_j^{зам} - q_j^{выч})^2\, dt \qquad (5)$$

и удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma \frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma \frac{\partial P}{\partial y}\right) = HB\frac{\partial P}{\partial t} \qquad (6)$$

с условиями

$$P|_{\Gamma} = P_{\Gamma}(t),\ P|_{\gamma} = P_{\gamma}(t);\ P(x,y,t_0) = P_0(x,y);\ q_j^{выч} = \int_{\gamma} \sigma \frac{\partial P}{\partial n} d\gamma. \qquad (7)$$

Используем для минимизации функцию Лагранжа

$$L = \sum_{j=1}^{n} \int_{t_0}^{T} \left(q_j^{выч} - q_j^{зам}\right)^2 dt + \int_{t_0}^{T} \iint_{F} \psi \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma \frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma \frac{\partial P}{\partial y}\right) - HB\frac{\partial P}{\partial t}\right) dF dt,$$

что приводит к решению для функции ψ сопряженной задачи

$$BH\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\nabla(\sigma\nabla\psi),$$

$$\psi|_{\Gamma}=0,\quad \psi|_{\gamma}=2(q_j^{\text{выч}}-q_j^{\text{зам}}),\quad \psi(x,y,T)=0. \tag{8}$$

Условием оптимальности задачи (5) - (7) является условие

$$I'_{\sigma}=-\int_{t_0}^{T}\nabla P\nabla\psi dt=0.$$

В качестве способа минимизации функционала реализован метод наискорейшего спуска, согласно которому строится итерационная схема вычисления по правилу

$$\sigma^{(k+1)}=\begin{cases}\bar{\sigma}; & \sigma^{(k)}-\tau^{(k)}I'_{\sigma}(\sigma^{(k)})\geq\bar{\sigma},\\ \sigma^{(k)}-\tau^{(k)}I'_{\sigma}(\sigma^{(k)}); & \underline{\sigma}\leq\sigma^{(k)}-\tau^{(k)}I'_{\sigma}(\sigma^{(k)})\leq\bar{\sigma},\\ \underline{\sigma}; & \sigma^{(k)}-\tau^{(k)}I'_{\sigma}(\sigma^{(k)})\leq\underline{\sigma},\end{cases}$$

где $\underline{\sigma},\bar{\sigma}$ – нижнее и верхнее значения гидропроводности, τ – шаг градиентного метода.

Идентификация доли воды в потоке жидкости $f=f(s)$ производится на основе фактических замеров дебитов жидкости (этот путь проще, чем непосредственное использование второго уравнения системы (4))

$$f=\frac{q_{\text{в}}}{q_{\text{нв}}}=\frac{\int_{\gamma}Hv_{\text{в}}d\gamma}{\int_{\gamma}Hv_{\text{нв}}d\gamma}=\frac{\sigma_{\text{в}}}{\sigma}.$$

Данному отношению дебитов надо поставить в соответствие водонасыщенность, от которой зависит гидропроводность σ. Это производится на основе решения второго уравнения системы (4) прямыми методами.

Таким образом, составление конкретной модели разработки залежи нефти сведено к двум прямым и двум обратным краевым задачам.

Доклад иллюстрируется результатами расчетов параметров σ, P, f вышеизложенными методами на примере месторождений Западной Сибири.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г.И. *Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.* – М.: Наука, 1982. – 315 с.

2. Булыгин В.Я., Булыгин Д.В. *Имитация разработки залежей нефти.* – М.:Недра, 1990. – 224 с.

3. Булыгин Д.В.,Булыгин В.Я. *Геология и имитация разработки залежей нефти.* – М.: Недра, 1996. – 384 с.