

Табл. 1

Рис.3	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	l_0	γ_0	f_0
<i>a</i>	-0,27	-0,87	0,3	-0,09	0,016	3,5	-0,025	5
<i>б</i>	0	0,45	0	0	0	3,5	-0,025	7
<i>в</i>	0	-1,1	0,25	-0,09	0,02	3,5	-0,025	100

Анализ известных авторам численных решений задачи об установившемся движении цилиндра под свободной поверхностью, найденных с помощью различных приближенных методов, показал, что все они, кроме решений работы [2], принадлежат области малых чисел Фруда. Результаты настоящей работы свидетельствуют о том, что развиваемый в ней метод может служить удобным инструментом для получения решений в области больших чисел Фруда.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 99-01-00169, 99-01-00173).

ЛИТЕРАТУРА

1. Милн-Томсон Л.М. *Теоретическая гидромеханика*. – М.: Мир, 1964. – 665 с.
2. Киселев О.М., Троепольская О.В. *О поступательном движении цилиндра под свободной поверхностью жидкости* // Изв. РАН. МЖГ. – 1996. – №6. – С.9-22.

КАВИТАЦИОННОЕ ОБТЕКАНИЕ ТОНКОЙ ПЛАСТИНКИ ВДОЛЬ ПОЛОСЫ ЗАДАННОЙ ШИРИНЫ

Е. Г. Ефимова

Чувашский государственный университет, г. Чебоксары
efimova@chuvsu.ru

В физической плоскости течения $z = x + iy$ неограниченный плоский поток идеальной несжимаемой жидкости обтекает с развитой кавитацией в рамках модели Тулина–Герентьева жесткую прямолинейную пластинку AB заданной длины l , расположенную под углом α к действительной оси. Спирали C_1 и C_2 в хвостовой части каверны расположены на разных сторонах бесконечной полосы заданной ширины δ , лежащей параллельно действительной оси.

Поток жидкости на ∞ имеет скорость v_∞ , направленную вдоль действительной оси. Величина скорости жидкости на границе каверны равна v_0 , $v_0 > v_\infty$ (Рис. 1).

Задача [1]. В односвязной области течения жидкости найти комплексный потенциал $w(z) = \varphi + i\psi$ — аналитическую функцию, которая на границе L области течения удовлетворяет краевым условиям:

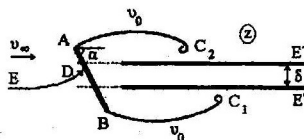


Рис.1

$$\psi = const \text{ на } L, \quad \arg dw/dz = 0 \text{ на } C_2E'', C_1E',$$

$$\arg dw/dz = \alpha - \pi \text{ на } AD, \quad (1)$$

$\arg dw/dz = \alpha$ на DB , $|dw/dz| = v_0$ на AC_2, BC_1 , $dw/dz = 0$ в точке $z = D$, в точках C_j имеет особенности вида

$$\omega = \ln(dw/dz) \approx K(w - w_j)^{-1/2}, \quad (2)$$

где K — действительная постоянная, w_j — значение $w(z)$ в точке C_j .

Отобразим конформно область течения жидкости в плоскости z конформно на параметрическую плоскость ζ с разрезом вдоль отрезка $[0,1]$. Соответствие точек показано на рисунке (Рис. 2). Эта плоскость

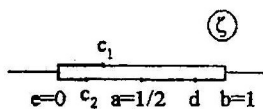


Рис.2

представляет собой одну из симметричных половин двулистной римановой поверхности алгебраической функции $f(\zeta) = \sqrt{\zeta(1-\zeta)}$, листы которой соединены между собой "крест-накрест" вдоль берегов разреза $[0,1]$, которые служат линией симметрии. На этой поверхности строим рациональную функцию $dw/d\zeta$ по ее нулям и полюсам. Такая функция, согласно [2], имеет вид

$$dw/d\zeta = N/\zeta^2 (\sqrt{d/(1-d)} + \sqrt{\zeta/(1-\zeta)}), \quad (3)$$

где N — действительный параметр и все ветви корня, здесь и далее, берутся так, что их значения на верхнем берегу разреза $[0,1]$ положительны.

Для нахождения функции dw/dz введем на римановой поверхности функцию

$$\Phi(\zeta) = \begin{cases} -i(\omega(\zeta) - \ln v_\infty) \text{ на } P_1, \\ i(\omega(\bar{\zeta}) - \ln v_\infty) \text{ на } P_2, \end{cases} \quad (4)$$

где P_1 – верхний лист римановой поверхности, P_2 – нижний лист, $\omega(\zeta) = \ln(dw/dz)$, которая на римановой поверхности является кусочно-голоморфной с линией разрыва, состоящей из берегов разреза $[0,1]$. Согласно (1), эта функция удовлетворяет краевым условиям:

$$\begin{aligned} \Phi^+(t) - \Phi^-(t) &= 2i \ln\left(\frac{v_\infty}{v_0}\right) \text{ на } [c_1, 1]^+, \\ (c_2, 1/2)^-, \Phi^+(t) + \Phi^-(t) &= 2\alpha \text{ на } [d, 1]^-, \\ \Phi^+(t) + \Phi^-(t) &= 2(\alpha_1 - \pi) \text{ на } [1/2, d]^-, \\ \Phi^+(t) + \Phi^-(t) &= 0 \text{ на } [0, c_2]^-, [0, c_1]^+, \end{aligned} \quad (5)$$

условию симметрии $\overline{\Phi(\zeta^*)} = \Phi(\zeta)$, где ζ^* – точка, симметричная с точкой ζ относительно линии соединения листов. Согласно [3], с учетом особенностей функции $\Phi(\zeta)$ решение задачи (5) имеет вид:

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta) &= \chi(\zeta) [\Psi(\zeta) - \Psi(1) + M(\zeta - 1 - f(\zeta))], \\ \chi(\zeta) &= \frac{1}{\zeta - c_1} \sqrt{\frac{(\zeta - 1/2)(\zeta - c_1)}{(\zeta - 1)(\zeta - c_2)}} e^{f(\zeta)\Gamma(\zeta)}, \quad \Gamma(\zeta) = \frac{1}{4} \int_{L_2} \frac{dt}{f(t)(t - \zeta)}, \\ \Psi(\zeta) &= \frac{\ln(v_\infty/v_0)}{2\pi} \int_{L_1} \left(1 + \frac{f(\zeta)}{f(t)}\right) \frac{dt}{\chi(t)(t - \zeta)} + \\ &\quad \frac{\arg dw/dz}{2\pi i} \int_{L_2} \left(1 + \frac{f(\zeta)}{f(t)}\right) \frac{dt}{\chi(t)(t - \zeta)}, \end{aligned}$$

где $L_1 = [c_1, 1]^+ \cup [1/2, c_2]^-, L_2 = [0, c_1]^+ \cup [1, 1/2]^- \cup [c_2, 0]^-$. Из первого равенства (4) получим

$$dw/dz = v_\infty \exp\{i\chi(\zeta) [\Psi(\zeta) - \Psi(1) + M(\zeta - 1 - f(\zeta))]\}, \quad (6)$$

где M – действительный параметр.

Формулы (3) и (6) содержат шесть действительных параметров $d, c_1, c_2, \alpha, N, M$, которые находятся из условий, выражающих длину пластинки, скорость потока жидкости на ∞ , однозначность отображающей функции $z = z(\zeta)$, ширину полосы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М.И. *Теория струй идеальной жидкости*. – М.: Наука, 1979. 536 с.
2. Шиффер М., Спрингер Д.К. *Функционалы на конечных римановых поверхностях*. – М.: ИИЛ, 1957. – 347 с.

3. Зверович Э.И. *Краевые задачи теории аналитических функций в гильбертовских классах на римановых поверхностях* // Успехи мат. наук. – 1971. – Т.26. – Вып.1. – С.113-179.

К РЕШЕНИЮ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

А.В. Гуцунаев

Уфимский государственный авиационный технический университет

В настоящее время значительный интерес представляет задача размерной электрохимической обработки (ЭХО), имеющей ряд преимуществ перед механическими способами обработки. Однако внедрение ЭХО сдерживается проблемой расчета формы обрабатываемой поверхности. Физически процесс ЭХО заключается в растворении металла обрабатываемой заготовки под воздействием электрического тока в электролите. Известная в начальный момент анодная граница из-за растворения превращается в неизвестную и нестационарную. Чисто численное решение требует большого объема вычислений и имеет низкую точность.

Вместе с тем, можно достаточно быстро получить сравнительно точное решение, если использовать не численный, а численно-аналитический метод. В этом случае искомые поверхности представляются в виде набора кривых, описываемых для удобства численного решения сплайном. Кривые связаны между собой законом Фарадея, который в такой постановке превращается в краевое условие на искомой границе. Поиск новой границы превращается в подбор коэффициентов сплайна так, чтобы удовлетворялось полученное краевое условие. Описанное решение реализовано в виде алгоритма, исходными данными для которого являются начальные условия процесса, а результатом выполнения – формы нестационарных границ в разные моменты времени.