

Б. И. Голубов (Москва)

О МОДИФИЦИРОВАННОМ СТРОГОМ ДВОИЧНОМ ИНТЕГРАЛЕ

В книге [1], с. 435, введено понятие строгого двоичного интеграла функции $f \in L(R_+)$. Напомним это определение. Пусть $\psi_x(x)$ - обобщенные функции Уолша, заданные для $(x, y) \in R_+ \times R_+$ (см. [1], с. 414). Определим последовательность ядер

$$W_n(x) = \lim_{k \rightarrow +\infty} \int_{2^{-n}}^{2^{-k}} \frac{1}{t} \psi_x(t) dt, \quad x \in R_+, \quad n \in Z_+. \quad (1)$$

Как показано в [1], с.435, предел (1) существует почти всюду на R_+ и по норме пространства $L(R_+)$.

Определение 1. Если для функции $f \in L(R_+)$ существует такая функция $g \in L(R_+)$, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \|f * W_n - g\|_{L(R_+)} = 0$, то эта функция $g \equiv I(f)$ называется сильным двоичным интегралом функции f .

Здесь

$$(f * W_n)(x) = \int_{R_+} f(t) W_n(x \oplus t) dt$$

двоичная свертка функции f и ядра W_n , где символом \oplus обозначена операция поразрядного сложения по (mod2) чисел $x, t \in R_+$ в двоичной системе счисления.

Преобразование Фурье - Уолша $F[f] \equiv \tilde{f}$ функции $f \in L(R_+)$ определяется равенством

$$F[f](x) \equiv \tilde{f}(x) = \int_{R_+} \psi_x(y) f(y) dy.$$

Теорема А. Пусть $f, g \in L(R_+)$. Тогда $g = I(f)$ тогда и только тогда, когда $\tilde{g}(0) = 0$ и $\tilde{g}(x) \equiv \tilde{f}(x)/x$ для $x > 0$ (см. [1], с. 435).

Определим последовательность модифицированных ядер $\{\bar{W}_n\}_{n=0}^{\infty}$:

$$\bar{W}_n(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 2^n; \\ k-1, & 2^{n-k-1} \leq x < 2^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots \end{cases}$$

Легко показать, что $\bar{W}_n \in L(R_+)$ и $\int_{R_+} \bar{W}_n(x) dx = 0, n \in Z_+$.

Определение 2. Если для функции $f \in L(R_+)$ существует такая функция $g \in L(R_+)$, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \|f * \bar{W}_n - g\|_{L(R_+)} = 0$, то эту функцию $g \equiv \bar{I}(f)$ назовем модифицированным сильным двоичным интегралом функции f .

Аналогом теоремы А является

Теорема. Пусть $f, g \in L(R_+)$. Тогда $g = \bar{I}(f)$ тогда и только тогда, когда $\bar{g}(0) = 0$ и $\bar{g}(x) = \bar{f}(x)h(x)$, где $h(x) = 2^{-n}$ для $2^n \leq x < 2^{n+1}, n \in Z$.

Работа поддержана РФФИ (проект 99-01-00355).

ЛИТЕРАТУРА

1. Schipp F., Wade W.R., Simon P. *Walsh series. Akademiai Kiado, Budapest, 1990.*

А. М. Елизаров, О. А. Спиридонов, С. И. Филиппов (Казань)

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОДВОДНОГО КОНТУРА. ГРАВИТАЦИОННО-КАПИЛЛЯРНЫЕ ВОЛНЫ

Исследуется модельная для крылового профиля задача обтекания подводного кругового цилиндра установившимся потоком идеальной несжимаемой жидкости с учетом сил весомости и поверхностного натяжения на свободной поверхности. Решение проводится в рамках теории волн малой амплитуды при точном выполнении граничного условия на контуре. Влияние свободной поверхности моделируется слоем диполей неизвестной интенсивности, расположенных на невозмущенном уровне свободной поверхности. Комплексный потенциал течения строится на основании теоремы Милн-Томсона об окружности.

С использованием условия на свободной поверхности решение задачи с помощью специального приема сведено к решению линейного интегрального уравнения относительно плотности распределенных особенностей. Постоянные интегрирования находятся из условия излучения: гравитационно-капиллярные волны образуются вниз по по-