щим образом:

$$D_a[\Omega] = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{a} \frac{1}{i!}\partial_{p_1\ldots p_i}\Omega \sum\limits_{l_1,\ldots,l_i=1, l_1+\ldots+l_i=a}^{a} x^{l_1 n+p_1}\ldots x^{l_i n+p_i}, & a=\overline{1,k}, \\ \Omega, & a=0. \end{cases}$$

Используется правило суммирования Эйнштейна.

Пусть далее M_n — риманово пространство с метрикой g_{ij}. Показано, что компоненты $\overset{c(k)}{g}_{\beta\gamma}$ $(\beta,\gamma=\overline{1,n(k+1)})$ полного лифта в T^kM_n метрики g_{ij}, заданной на базе M_n, вычисляются по формуле:

$$\overset{c(k)}{g}_{bn+i\;cn+j} = D_{k-b-c}[g_{ij}], \qquad b,c=\overline{0,k},$$

причем $(b+c)\le k$. Остальные $\overset{c(k)}{g}_{\beta\gamma}=0$.

Работа поддержана РФФИ (проект 00-01-00308).

ЛИТЕРАТУРА

1. Вишневский В. В., Широков А. П., Шурыгин В. В. *Пространства над алгебрами.* -- Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1985. - 264 с.

Л. Д. Эскин (Казань)

ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ И ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ С РЕОЛОГИЧЕСКИМ ЗАКОНОМ РЕЙНЕРА-РИВЛИНА

С помощью методов группового анализа изучается уравнение

$$u_t = \left(u^2 f(v)\right)_x, \quad v = uu_x. \tag{1}$$

Уравнения вида (1) описывают динамику пленочных течений неньютоновской жидкости с реологией Рейнера-Ривлина [1], турбулентную фильтрацию газа в пористой среде [2], процессы гидроразрыва [3] и т.д. В приложениях для произвольной функции

f обычно выполнено условие $f(0) = 0$. В этом случае задачу полного группового анализа уравнения (1) (на уровне точечных преобразований) решает

Теорема. *Справедливы следующие утверждения:* 1) *базу ядра основных алгебр (алгебры* L_3*) уравнения* (1) *составляют операторы* $X_1 = \partial_t$, $X_2 = \partial_x$, $X_3 = t\partial_t + 2x\partial_x + u\partial_u$; 2) *базу непрерывной группы преобразований эквивалентности уравнения* (1) *составляют операторы* X_i, $i = 1, 2, 3$, *и оператор* $3x\partial_x + 2u\partial_u + v\partial_v + f\partial_f$; 3) *уравнение* (1) *допускает расширение ядра* L_3 *лишь в следующих трех случаях:* а) $f = mv^n$, $n > 0$, *алгебра* L_3 *расширяется за счет оператора* $X_4^a = (n+1)t\partial_t + x\partial_x - v\partial_v$, б) $f = m\left(\frac{av}{av+b}\right)^{1/b}$, $b > 0$, *алгебра* L_3 *расширяется за счет оператора* $X_4^b = ((2 + b)x - \frac{au^2}{2})\partial_x + (b + 1)u\partial_u + v(av + b)\partial_v$; в) $f = m\exp(-\frac{1}{av})$, $av > 0$ *алгебра* L_3 *расширяется за счет оператора* $X_4^c = (2x - \frac{au^2}{2})\partial_x + u\partial_u + av^2\partial_v$.

Для всех допускаемых алгебр построены оптимальные системы подалгебр. Классифицированы и детально исследованы асимптотики наиболее интересных семейств инвариантных решений уравнений динамики неньютоновской жидкости с реологией Рейнера-Ривлина. Оператор X_4^a был ранее указан в [4].

Работа поддержана РФФИ (проект 00-01-00128).

ЛИТЕРАТУРА

1. Астарита Дж., Маруччи Дж. *Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей.* – М: Мир, 1978. – 309 с.

2. Баренблатт Г. И. *Об автомодельных движениях сжимаемой жидкости*// ПММ. – 1952. – Т. 16. – Вып. 6. – С. 679–698.

3. Гордеев Ю. Н., Зазовский А. Ф. *Точные решения задачи о распространении вертикальной трещины гидроразрыва постоянной высоты и большой протяженности*// Изв. АН., Мех. твердого тела. – 1992. – No 1. – С. 94–104.

4. Чугунов В.А. *О групповых свойствах уравнения, описывающего течение ледников*// Изв. вузов. Математика. – 1982. – No 10. – С. 84–87.