$t \in (-\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, и геодезическая представляет собой однопараметрическое семейство подмногообразий $N_t \in E^n$, имеющих общие нормали. В частности, если N_0 — гиперсфера радиуса R в E^n, а V — поле внешних нормальных ортов, то N_t, $t \in (-R, \infty)$ — семейство концентрических гиперсфер.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Hamilton R. S. *The inverse function theorem of Nash and Moser*// Bull. Amer. Math. Soc. - 1982. - V. 7. - No 1. - P. 62-222.

2. Кобаяси Ш., Номидзу К. *Основы дифференциальной геометрии.* Т. 1. - М.: Наука, 1981. - 414 с.

А. К. Рыбников, К. В. Семенов (Москва)

СВЯЗНОСТИ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НУЛЕВОЙ КРИВИЗНЫ, И ОТОБРАЖЕНИЯ БЭКЛУНДА

Работа посвящена построению инвариантной геометрической теории отображений Бэклунда (частным случаем отображения Бэклунда являются преобразования Бэклунда) для дифференциального уравнения 2-го порядка:

$$F(x^i, z, z_j, z_{ki}) = 0. \tag{1}$$

Аргументы и неизвестная функция рассматриваются как адаптированные локальные координаты в расслоении общего типа E с n-мерной базой M, координатами которой служат аргументы x^i $(i, j, ... = 1, \dots, n)$.

Вводится понятие *специальной связности* в расслоении R^*E (фактормногообразие расслоения реперов многообразия E). При этом R^*E рассматривается как частный случай главного расслоения, базой которого является многообразие струй расслоения E, а структурной группой — группа $GL(n)$. Связность в ассоциированном расслоении $\mathrm{Re} = F(R^*E)$ с одномерным типовым слоем F, порожденная специальной связностью, определяющей представление нулевой кривизны для уравнения (1), условимся называть *связностью Бэклунда,* соответствующей уравнению (1).

В случае, когда сечение $\sigma \subset E$ является решением уравнения (1), и только в этом случае, уравнение Пфаффа $\tilde{\theta}_\sigma = 0$ (где $\tilde{\theta}_\sigma$ – форма связности Бэклунда, рассматриваемая над сечением $\sigma \subset E$) вполне интегрируемо. При этом многообразие Re расслаивается на сечения $\Sigma_\sigma \subset \mathrm{Re}$, являющиеся интегральными многообразиями уравнения $\tilde{\theta}_\sigma = 0$. Соответствия

$$E \supset \sigma \to \Sigma_\sigma \subset \mathrm{Re} \tag{2}$$

при которых решению $\sigma \subset E$ уравнения (1) сопоставляется сечение $\Sigma_\sigma \subset \mathrm{Re}$, удовлетворяющее заданным начальным условиям, условимся называть *отображением Бэклунда.* Система, которую принято называть отображением Бэклунда при традиционном изложении, представляет собой локальную запись отображения (2) при условии, что в качестве главных форм выбраны контактные формы. Эта система не произвольна, но должна иметь вид

$$y_k = \xi_i^j(y) \cdot \Gamma_{jk}^i(x^l,\, z,\, z_m), \tag{3}$$

где Γ^i_{jk} — коэффициенты специальной связности в R^*E, определяющей представление нулевой кривизны для заданного уравнения (1). Соотношения (3) при $n = 2$ можно представить в виде

$$y_i = \Gamma_i + Ce^y\Gamma^1_{2i} - \frac{1}{C}e^{-y}\Gamma^2_{1i},$$

где $i, j, \ldots = 1,\, 2,$; $C = const$; $\Gamma_1 = \Gamma^1_{11} - \Gamma^2_{12}$; $\Gamma_2 = \Gamma^1_{12} - \Gamma^2_{22}$. Эти соотношения можно представить также в виде

$$x_i = -\Gamma^2_{1i} + x\Gamma_i + x^2\Gamma^1_{2i}$$

или в виде

$$X_i = \Gamma^1_{2i} - \Gamma^2_{1i} + \sin X \cdot \Gamma_i - \cos X \cdot (\Gamma^1_{2i} + \Gamma^2_{1i})$$

В работе рассматривались также проблема существования специальных связностей, определяющих представления нулевой кривизны.

Работа поддержана программой "Университеты России" (проект 5271). Первый автор был поддержан также РФФИ (проект 00-06-80437).