вую // ПММ. — 1952. — Т. XXI, вып. 6. — С. 659 - 670.
4. Мухарлямов Р. Г. *О построении дифференциальных уравнений оптимального движения по заданному многообразию* // Дифференц. уравнения. — 1971. — Т. 7, № 10. — С. 1825 - 1834.

Р. Г. Мухарлямов (Москва)

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО - АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Система дифференциально–алгебраических уравнений

$$\dot{x} = w(x,t) + B(x,t)\lambda, \quad f(x,t) = 0, \quad x(t_0) = x^0, \quad x \in \mathbb{R}^n,$$

приводится к системе дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = c\,[f_x C] + f_x^+ \left(Pf - f_t\right), \quad x(t_0) = x^0, \tag{1}$$

где $[f_x C]$ — векторное произведение. Определяются условия, накладываемые на скаляр c и матрицы C, P, для того, чтобы решение системы удовлетворяло уравнению связей $f(x,t) = 0$ с заданной точностью.

Теорема 1. *Существуют такие постоянные* $\alpha, \tau_1, \varepsilon$ *и матрица* $P(x,t)$, *что при выполнении неравенств*

$$\|f^0\| \le \varepsilon, \quad \tau \le \tau_1, \quad \|E + \tau P(x,t)\| \le \alpha < 1,$$

$$\tau_1^2 \left\|f^{(k2)}\right\| \le 2(1-\alpha)\varepsilon, \quad f^{(k2)} = v^T f_{xTx} v + \varepsilon f_{xt} v + f_{tt}, \quad v = \dot{x},$$

решение разностного уравнения

$$x^{k+1} = x^k + \tau v^k, \quad x^k = x(t_k). \quad f^k = f(x^k, t_k), \quad t_{k+1} = t_k + \tau,$$

удовлетворяет условию $\left\|f^k\right\| \le \varepsilon$ *при всех* $k \ge 1$.

Теорема 2. *Если для решения уравнения (1) используется разностная схема*

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k, \quad \Delta x^k = \tau(1-\sigma)v^k + \sigma\overline{v}^k, \quad \sigma > 0,$$

$$\overline{v}^k = v(\overline{x}^k, t_k + \alpha\tau), \quad \alpha > 0,$$
$$\overline{x}^k = x_k + \alpha\tau v^k,$$

и при всех $x = x^k$, $t = t_k$, $k = 0, 1, 2, \ldots, k$ *величины* τ, $q > 0$, α, σ, f, $P(x,t)$ *и остаточный член* $R^{(k3)}$ *в разложении* $x = x(t)$ *удовлетворяет условиям*

$$\|f^0\| \le \varepsilon, 2\alpha\sigma = 1, \left\|R^{(k3)}\right\| \le$$
$$\le (1-q)\varepsilon, \left\|E + \tau P^k + \frac{1}{2}\tau^2\left((P^k)\right)^2 + \dot{P}^k\right\| \le q < 1,$$

то неравенства $\|f^k\| \le \varepsilon$ *выполняются при всех* $k = 1, 2, \ldots, k$.

Предложенный метод численного решения используется для решения задач определения реакций связей несвободных механических систем, задач управления программным движением, задач робототехники, машинной графики и других.

А. А. Назипов (Казань)

МНОГОЧЛЕНЫ НАИЛУЧШЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Пусть задана таблица значений некоторой функции $z_{k,l} = z(x_k, y_l)$, $k = \overline{0, n+1}$, $l = \overline{0, m}$, где $n, m \in N$. Предполагается, что значения аргументов упорядочены по возрастанию. Алгебраический полином

$$P_{nm}(x,y) = c_{00} + c_{10}x + c_{01}y + \ldots + c_{nm}x^n y^m$$

при фиксированных $y = y_l$ имеет по отношению к исходной таблице естественную характеристику — максимальное уклонение [1]: $\max\limits_{k\in[0:n]} \mid z_{kl} - P_{nm}(x_k, y_l) \mid$. Для того, чтобы $P_{nm}(x,y)$ был полиномом наилучшего приближения, необходимо и достаточно, чтобы при некотором h_l выполнялись соотношения [1]

$$(-1)^k h_l + P_{n,m}(x_k, y_l) = z_{kl}. \tag{1}$$