

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бакушинский А. Б. *Итеративные методы градиентного типа для нерегулярных операторных уравнений*// ЖВМ и МФ. — 1998. — Т. 38. — № 12. — С. 1962–1966.

М. Ю. Кокурин, Н. А. Юсупова (Йошкар-Ола)

О СХОДИМОСТИ КЛАССА ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ С ПРОЕКТИРОВАНИЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается нелинейное уравнение $F(x) = 0$, где $F : H_1 \rightarrow H_2$; H_1, H_2 — гильбертовы пространства. Считаем, что оператор F дважды дифференцируем по Гато и удовлетворяет условиям

$$\|F'(x)\| \leq N_1, \quad \|F''(x)\| \leq N_2 \quad \forall x \in \Omega_R, \quad (1)$$

где $\Omega_R = \{x \in H_1 : \|x - x^*\| \leq R\}$, x^* — решение уравнения. Пусть вместо точного оператора F доступно его приближение $\tilde{F} : H_1 \rightarrow H_2$ такое, что $\|\tilde{F}(x^*)\| \leq \delta$, $\|F'(x^*) - \tilde{F}'(x^*)\| \leq \delta$ и выполняется условие (1).

В работе исследуется группа итерационных методов:

$$x_{n+1} = P_Q[-\Theta(\tilde{F}'^{**}(x_n)\tilde{F}'(x_n), \alpha_0)\tilde{F}'^{**}(x_n) \times \\ \times (\tilde{F}(x_n) - \tilde{F}'(x_n)(x_n - \xi))] + \xi, \quad (2)$$

где P_Q — проектор на выпуклое замкнутое множество $Q \subset H_1$; ξ — начальное приближение. Функция $\Theta(\lambda, \alpha_0)$ в (2) аналитична по λ в окрестности отрезка $[0, N_1^2]$ и удовлетворяет следующим условиям: $\sup_{\lambda \in [0, N_1^2]} |\Theta(\lambda, \alpha)\sqrt{\lambda}| \leq \frac{C}{\sqrt{\alpha}} \quad \forall \alpha \in (0, \bar{\alpha}]$;

$\sup_{\lambda \in [0, N_1^2]} |1 - \lambda\Theta(\lambda, \alpha)|\lambda^\nu \leq g(\nu)\alpha^\nu \quad \forall \alpha \in (0, \bar{\alpha}], \nu \in [0, \nu_0] (\nu_0 >$

0). Предполагается также, что $\sup_{\alpha \in (0, \bar{\alpha}]} \int_{\Gamma_\alpha} \frac{|1 - \lambda\Theta(\lambda, \alpha)|}{|\lambda|} |d\lambda| \leq \infty$, где

$\{\Gamma_\alpha\}_{\alpha \in (0, \bar{\alpha}]} \subset \mathbb{C}$ — семейство положительно ориентированных замкнутых контуров, лежащих в области аналитичности функции $\Theta(\lambda, \alpha_0)$ и охватывающих отрезок $[0, N_1^2]$.

Считаем, что начальная невязка $x^* - \xi$ удовлетворяет условию истокорпредставимости вида $x^* - \xi = (F'^*(x^*)F'(x^*))^p v + w$, $p \in [\frac{1}{2}, \nu_0]$, $\|w\| \leq \Delta$, и имеет место оценка $\|(P_Q - E)(x^* - \xi)\| \leq \Delta$. Справедлива следующая

Теорема. Для произвольного $q \in (0, 1)$ существуют такие константы $d(q), \epsilon(q) > 0$, что при выполнении условий $\|v\| \leq \epsilon(q)$, $\|x_0 - x^*\| \leq \min\{\frac{\sqrt{\alpha_0}}{2g(p)N_2}; \frac{R}{2}\} + d(q)(\delta + \Delta + \alpha_0^p \|v\|)$ верна оценка $\|x_n - x^*\| \leq \min\{\frac{\sqrt{\alpha_0}}{2g(p)N_2}; \frac{R}{2}\} q^n + d(q)(\delta + \Delta + \alpha_0^p \|v\|)$.

В случае $Q = H_1$ другой подход к построению регуляризующих алгоритмов на основе схемы (2) использовался в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кокурин М. Ю., Юсупова Н. А. О невырожденных оценках скорости сходимости итерационных методов решения некорректных нелинейных операторных уравнений // ЖВМ и МФ. - 2000. - № 6.

Д. А. Колесов, Г. Н. Тимофеев (Йошкар-Ола)

ОРТОГОНАЛЬНАЯ ДЕКАРТОВА КОМПОЗИЦИЯ В ПРОЕКТИВНО-ПОЛУСИММЕТРИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ ВЕЙЛЯ

Пространство аффинной связности \bar{A}_N называют полусимметрическим [2], если его тензор кривизны обладает симметрией второй ковариантной производной:

$$\bar{\nabla}_\theta \bar{\nabla}_\mu \bar{R}_{\alpha\beta\gamma}{}^\delta = \bar{\nabla}_\mu \bar{\nabla}_\theta \bar{R}_{\alpha\beta\gamma}{}^\delta,$$

где $\bar{\nabla}$ — знак ковариантной производной в связности $\bar{\Gamma}$, а тензор кривизны имеет строение

$$\bar{R}_{\alpha\beta\gamma}{}^\delta = \partial_\alpha \bar{\Gamma}_{\beta\gamma}^\delta - \partial_\beta \bar{\Gamma}_{\alpha\gamma}^\delta + \bar{\Gamma}_{\alpha\sigma}^\delta \bar{\Gamma}_{\beta\gamma}^\sigma - \bar{\Gamma}_{\beta\sigma}^\delta \bar{\Gamma}_{\alpha\gamma}^\sigma$$

Пространство аффинной связности A_N называется проективно-полусимметрическим, если оно при проективном отображении соответствует полусимметрическому пространству \bar{A}_N .