

токопредставимости начальной невязки

$$x^* - \xi = (F'^*(x^*)F'(x^*))^\nu v + w, \text{ где } \nu \geq \frac{1}{2}, v, w \in H_1, \|w\| \leq \Delta.$$

**Теорема.** Пусть  $q \in (0, 1)$ , начальное приближение  $x_0$  и погрешности  $\delta$  и  $\Delta$  удовлетворяют условиям:

$$\frac{C_1}{\sqrt{\alpha_0}} \left( \Delta + \frac{\delta}{\sqrt{\alpha_0}} \right) \leq q, \quad \|v\| \leq \min \left\{ \frac{q\sqrt{\alpha_0}}{C_2(\delta + \omega_m + \sqrt{\alpha_0})}, \frac{1}{2C_3} \right\},$$

$$(1 - C_3\|v\|)^2 - \frac{C_4}{\sqrt{\alpha_0}} \left( (\delta + \omega_m + \alpha_0^\nu)\|v\| + \Delta + \frac{\delta}{\sqrt{\alpha_0}} \right) \geq 0,$$

$$\|x_0 - x^*\| \leq C_5\sqrt{\alpha_0}q + C_6(\delta + \Delta + \omega_m + \alpha_0^\nu\|v\|),$$

где  $C_1, \dots, C_6$  — положительные постоянные, явно выражающиеся через параметры задачи. Тогда  $\|x_n - x^*\| \leq C_5\sqrt{\alpha_0}q^{n+1} + C_6(\delta + \Delta + \omega_m + \alpha_0^\nu\|v\|)$ .

**Следствие.** В условиях теоремы 1 имеет место соотношение  $\limsup_{n \rightarrow \infty} \|x_n - x^*\| \leq C_6(\delta + \Delta + \omega_m + \alpha_0^\nu\|v\|)$ .

А. А. Карамова, К. Б. Сабитов (Стерлитамак)

## РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ДВУМЯ ЛИНИЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

Рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv \operatorname{sgn} y |y|^n u_{xx} + x^m u_{yy} = 0, \quad n, m > 0, \quad (1)$$

в области  $D$ , ограниченной: 1) простой кривой  $\Gamma$ , лежащей в первой четверти  $x, y > 0$  с концами в точках  $A(1, 0)$ ,  $B(0, b)$ ,  $b > 0$ ; 2) отрезком  $OB$  оси  $Oy$ ; 3) характеристиками  $OC$  и  $CA$  уравнения (1) при  $y < 0$ , где  $O = (0, 0)$ ,  $C = ((1/2)^{1/\alpha}, -(\beta/2\alpha)^{1/\beta})$ ,  $\alpha = (m+2)/2$ ,  $\beta = (n+2)/2$ .

**Задача TN.** Найти функцию  $u(x, y)$ , удовлетворяющую условиям:

$$u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D \cup OB) \cap C^2(D_+ \cup D_-), \quad (2)$$

$$Lu(x, y) \equiv 0, \quad (x, y) \in D_+ \cup D_-, \quad (3)$$

$$u(x, y) = \hat{f}(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma, \quad (4)$$

$$u_x(0+0, y) = 0, \quad y \in (0, b), \quad u(x, y) = 0, \quad (x, y) \in OC, \quad (5)$$

где  $D_+ = D \cap \{y > 0\}$ ,  $D_- = D \cap \{y < 0\}$ ,  $\hat{f}$  — заданная достаточно гладкая функция.

В данной работе в классе регулярных в  $D$  решений уравнения (1) получена теорема единственности решения задачи  $TN$  без каких-либо геометрических ограничений на кривую  $\Gamma$  при всех  $n, m > 0$ . Существование решения задачи (2) — (5) сведено к нелокальной эллиптической задаче. В случае, когда  $n = m > 0$ ,  $b = 1$  и  $\Gamma$  совпадает с "нормальной кривой"  $\Gamma_0 : x^{2\alpha} + y^{2\alpha} = 1$ , решение эллиптической задачи построено в виде суммы ряда по собственным функциям соответствующей спектральной задачи. Затем построено решение задачи  $TN$  в гиперболической области.

Пусть  $r^2 = x^{2\alpha} + y^{2\alpha}$ ,  $\varphi = \arctg(y/x)^\alpha$ . Тогда  $u|_\Gamma = \hat{f}(\cos^{1/\alpha} \varphi, \sin^{1/\alpha} \varphi) = f(\varphi)$ .

**Теорема.** Если  $f(\varphi) \in C^1[0, \pi/2]$ , функция  $f(\varphi)$  в малой окрестности точек  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi/2$  дважды непрерывно дифференцируема и  $f(0) = f'(0) = f(\pi/2) = f'(\pi/2) = 0$ , то существует единственное решение задачи  $TN$  в области  $D$  и оно определяется формулой (при  $(x, y) \in D_+$  или  $(x, y) \in D_-$  соответственно)

$$u(x, y) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} f_n r^{2\rho_n - 2q} \sin^{1/2 - q} 2\varphi P_{\rho_n - 1/2}^{1/2 - q}(-\cos 2\varphi), \\ -2^{q+1/2} \sqrt{\pi} \left(x^\alpha + (-y)^\alpha\right)^{-2q} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n}{\Gamma(1 + \rho_n) \Gamma(q - \rho_n)} \times \\ \times \left(x^\alpha - (-y)^\alpha\right)^{2\rho_n} F\left(\rho_n + q, q, 1 + \rho_n; \left(\frac{x^\alpha - (-y)^\alpha}{x^\alpha + (-y)^\alpha}\right)^2\right), \end{cases}$$

$$f_n = \frac{\Gamma(q) \sin(\pi q)}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\pi h_n(\theta) \omega(\theta) d\theta, \quad h_n(\theta) =$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{\operatorname{tg}(\theta/2)}{(2 \cos(\theta/2))^{3/2-q}} \sum_{i=1}^n \sin(i\theta) B_{n-i}, \quad q = \frac{m}{2(m+2)},$$

$$\omega(\theta) = \sin \theta \int_0^{\theta} \left( f\left(\frac{\pi-t}{2}\right) \sin^{2q-1} t \right)' (\cos t - \cos \theta)^{-q} dt,$$

$$B_l = \sum_{m=0}^l (-1)^{l-m} C_1^{l-m} C_{1/2-q}^m, \quad C_l^n = \frac{l(l-1)\dots(l-n+1)}{n!},$$

$\rho_n = n + \frac{q}{2} + \frac{1}{4}$ ,  $P_n^\mu(\cdot)$  — модифицированная функция Лежандра,  $F(\cdot)$  — гипергеометрическая функция,  $h_n(\theta)$  — биортогональная система [1] к системе  $\{\sin[(n + \frac{q}{2} - \frac{3}{4}) + \frac{\pi}{2}]\}_{n=1}^\infty$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Моисеев Е. И. О базисности одной системы синусов // Дифференц. уравнения. — 1987. — Т. 23. — No 1. — С. 177–179.

Б. А. Кац (Казань)

### НЕПРЕРЫВНОСТЬ ИНТЕГРАЛА КОШИ НА НЕСПРЯМЛЯЕМОЙ КРИВОЙ

Пусть  $\Gamma$  есть замкнутая жорданова кривая на комплексной плоскости, ограничивающая область  $D$ , а  $f(t)$  — заданная на ней функция. Если кривая  $\Gamma$  спрямляема, а  $f \in L(\Gamma)$ , то определена функция

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) dt}{t-z}, \quad (1)$$

называемая интегралом Коши. Различные её свойства, такие, например, как условия непрерывности  $F$  в замыкании области  $D$ , постоянно привлекают внимание исследователей.

В данной работе интеграл (1) изучается в ситуации, когда кривая  $\Gamma$  неспрямляема. Несмотря на это, интеграл существует при определенных условиях на  $\Gamma$  и  $f$ . Пусть  $\Phi(x)$  непрерывная, монотонно возрастающая и логарифмически выпуклая при